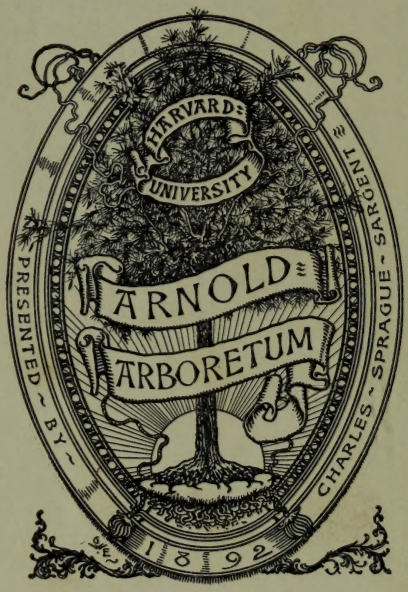
3 2044 106 336 795

Per Neth
1-A-4



ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

SCIENCES

EXACTES ET NATURELLES

PUBLIÉES PAR

LA SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES à HARLEM,

ET RÉDIGÉES PAR

J. BOSSCHA,
Secrétaire de la Société,

AVEC LA COLOBORATION DE

MM. D. Bierens de Haan, C. A. J. A. Oudemans, W. Koster,
C. H. D. Buys Ballot, C. K. Hoffmann et J. M. van Bemmelen.

TOME XXI.

HAARLEM,
LES HERITIERS LOOSJES.
1887.

ARNOLD ARBORETUM
HARVARD UNIVERSITY

TABLE DES MATIÈRES.

Programme de la Société Hollandaise des Sciences pour l'année 1886.

TH. W. ENGELMANN, Technique et critique de la méthode des bactéries ..... Pag. 1.

C. VAN WISSELINGH, Sur les revêtements des espaces intercellulaires ..... " 19.

C. A. PEKELHARING, Sur la cause physique de la diapédèse des corpuscules blancs du sang, en cas d'inflammation ..... " 34.

C. A. PEKELHARING et W. C. MENSONIDES, L'influenee de l'hypérémie active sur le courant lymphatique..... " 69.

H. A. LORENTZ, De l'influence du mouvement de la terre sur les phénomènes lumineux..... " 103.

J. BOSSCHA, FILS, Sur la météorite de Karang-Modjo ou Magetan " 177.

D. J. KORTEWEG, Sur la stabilité des trajectoires planes périodiques " 201.

C. H. C. GRINWIS, De l'influence des conducteurs sur la distribution de l'énergie électrique..... " 251.

F. A. F. C. WENT, Les premiers états des vacuoles..... " 283.

A. G. H. VAN GENDEREN STORT, Mouvements des éléments de la rétine sous l'influence de la lumière ..... " 316.

G. J. MICHAËLIS, Sur l'équilibre d'un cylindre élastique dont l'axe est perpendiculaire à un plan principal d'élasticité..... " 387.

W. C. L. VAN SCHAIK, Sur la formule de Maxwell pour la dispersion électromagnétique des plans de polarisation..... " 406.

T. ZAAIJER, De l'état des cadavres après l'empoisonnement par l'arsenic..... " 432.

M. W. BEYERINCK, De la cécidie produite par le Nematus Capreae sur le Salix Amygdalina..... " 475.

PROGRAMME

DE LA

Société Hollandaise des Sciences, à Harlem.

ANNÉE 1886.

La Société hollandaise des sciences a tenu, le 15 Mai 1886, sa cent-trente-quatrième assemblée générale.

Le Président-Directeur, JHR. G. F. VAN TETS, ouvre la séance par un discours dans lequel il rend hommage à la mémoire des Membres que la Société a perdus depuis sa dernière réunion générale, savoir: MM. A. HEYNSIUS, P. HARTING et R. A. MEES, Membres nationaux, et MM. H. MILNE EDWARDS, de Paris, TH. DAVIDSON, de Brighton, et F. G. J. HENLE, de Göttingen, Membres étrangers. Le Président souhaite en particulier la bienvenue à M. le Comte A. M. C. VAN HOMPESCH RÜRICH, Directeur, et à M. le DR. J. E. DE VRY, Membre de la Société, qui assistent pour la première fois à l'assemblée générale.

Le Président communique ensuite à l'Assemblée que la Société a publié la *Liste alphabétique de la correspondance de Christiaan Huygens*, liste donnant un aperçu des lettres qui paraîtront dans les *Oeuvres complètes de Christiaan Huygens*. L'impression de ce dernier ouvrage est commencée et la pre-

mière feuille se trouvait déposée sur le bureau, à la disposition de MM. les Directeurs et Membres. Dans l'année écoulée a été achevé, en outre, le Tome XX des *Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles*.

Aux termes du Programme de l'institution des médailles HUYGENS et BOERHAVE, la médaille HUYGENS devait être attribuée, cette année, aux sciences mathématiques pures et appliquées.

Après avoir entendu la lecture du Rapport relatif à cette attribution, lecture faite au nom de la Commission par M. C. H. C. GRINWIS, la Société décerne la médaille à

M. ARTHUR CAYLEY, de Cambridge,

pour ses travaux mathématiques, et spécialement pour ses recherches en Algèbre et Géométrie analytique modernes.

En réponse à la Question concernant la chaleur rayonnante des étoiles fixes (N° I du programme des questions mises au concours jusqu'au 1er janvier 1886), la Société avait reçu un Mémoire portant pour devise:

„*We want ideas and we get more facts. We hear constantly of what nature is doing and we rarely hear of what man is thinking.*"

BUCKLE, *History of civilisation*.

Ce Mémoire ayant toutefois soulevé des objections de la part des juges du concours, l'Assemblée décide, conformément à l'avis des Directeurs, de ne pas lui accorder le prix proposé.

Après avoir arrêté quelques nouvelles questions de concours, l'Assemblée, sur la présentation des Directeurs, nomme Membres nationaux de la Société:

MM. D. J. KORTEWEG, professeur à Amsterdam,

M. F. A. G. CAMPBELL, directeur de la Bibliothèque royale, à la Haye, et

H. KAMERLINGH ONNES, professeur à Leyde,

et Membres étrangers:

MM. A. Cayley, à Cambridge,
C. Hermite, à Paris,
L. Cremona, à Rome,
Ch. Friedel, à Paris,
J. Willard Gibbs, à Newhaven, Connecticut,
A. von Kölliker, à Würzburg,
C. Gegenbauer, à Heidelberg, et
E. Strasburger, à Bonn.

A la fin de la séance, le Président fait connaître que des raisons de santé l'ont déterminé à résigner les fonctions présidentielles et que, à sa place, les Directeurs ont nommé Jhr. J. W. M. Schorer. M. Schorer, au nom des Directeurs, et M. P. L. Ryke, au nom des Membres, adressent de chaleureux remercîments au Président démissionnaire, Jhr. G. F. van Tets, pour la sollicitude éclairée qu'il n'a cessé de vouer, pendant une période de douze années, à la direction de la Société, qui, par ses soins, jouit d'une prospérité croissante.

QUESTIONS MISES AU CONCOURS.

Jusqu'au 1er janvier 1887.

I. Soumettre à un examen critique les moyens qui peuvent servir à mesurer les températures très basses, telles qu'en exige la liquéfaction de l'oxyde de carbone, de l'azote et de l'oxygène.

II. Il y a désaccord, parmi les hommes spéciaux, quant à la question de savoir si les atterrissements qui se forment dans les fleuves des Pays-Bas et à leurs embouchures sont dûs aux matières amenées de la partie supérieure de ces cours d'eau, ou bien à celles que le flux peut y introduire. L'étude précise des sédiments, en divers points des fleuves et de leurs estuaires, peut seule faire connaître jusqu'où s'étend l'une ou l'autre influence. La Société demande une pareille étude.

établies soient nettement distinguées de celles qui reposent sur des fondements moins solides.

Elle rappelle, en outre, qu'aucun mémoire écrit de la main de l'auteur ne sera admis au concours, et que même, une médaille eût-elle été adjugée, la remise n'en pourrait avoir lieu, si la main de l'auteur venait à être reconnue, entre-temps, dans le travail couronné.

Les plis cachetés des mémoires non couronnés seront détruits sans avoir été ouverts, à moins que le travail présenté ne soit qu'une copie d'ouvrages imprimés, auquel cas le nom de l'auteur sera divulgué.

Tout Membre de la Société a le droit de prendre part au concours, à condition que son mémoire, ainsi que le pli, soient marqués de la lettre L.

Le prix offert pour une réponse satisfaisante à chacune des questions proposées, consiste, au choix de l'auteur, en une *médaille d'or* frappée au coin ordinaire de la Société et portant le nom de l'auteur et le millésime, ou en une somme de *cent-cinquante florins*; une prime supplémentaire de *cent-cinquante florins* pourra être accordée si le mémoire en est jugé digne.

Le concurrent qui remportera le prix ne pourra faire imprimer le mémoire couronné, soit séparement, soit dans quelque autre ouvrage, sans en avoir obtenu l'autorisation expresse de la Société.

Les mémoires, écrits lisiblement, en *hollandais*, *français*, *latin*, *anglais*, *italien* ou *allemand* (mais non en caractères allemands), doivent être accompagnés d'un pli cacheté renfermant le nom de l'auteur, et envoyés franco au Secrétaire de la Société, le professeur J. Bosscha, à Harlem.

TOME XXI. 1re Livraison.

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

SCIENCES EXACTES ET NATURELLES

PUBLIÉES PAR

LA SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES À HARLEM,

ET RÉDIGÉES PAR

J. BOSSCHA,

SECRÉTAIRE DE LA SOCIÉTÉ,

AVEC LA COLLABORATION DE

MM. D. Bierens de Haan, C. A. J. A. Oudemans, W. Koster, C. H. D. Buijs Ballot, C. K Hoffmann et J. M. van Bemmelen.

HARLEM
LES HÉRITIERS LOOSJES.
1886.

PARIS
GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG
G. E. SCHULZE.

ARCHIVES NÉERLANDAISES
DES
Sciences exactes et naturelles.

TECHNIQUE ET CRITIQUE DE LA MÉTHODE DES BACTÉRIES,

PAR

Th. W. ENGELMANN.

A la fin de mes „Recherches sur les relations quantitatives entre l'absorption de la lumière et l'assimilation dans les cellules végétales" (*Arch. néerl.*, T. XIX, p. 186) j'avais promis d'exposer bientôt, d'une manière plus complète, les résultats de mes études sur la méthode des bactéries et l'assimilation. Des raisons de santé m'ont malheureusement empêché jusqu'ici de m'acquitter de cette promesse. Même aujourd'hui, à mon grand regret, il m'est impossible de fixer une date prochaine à la publication du travail d'ensemble que j'avais annoncé. Toutefois, l'article que vient de faire paraître M. Pringsheim : *Ueber die Sauerstoffabgabe der Pflanzen im Mikrospectrum* (*Berichte d. d. bot. Ges.* 1885. III. Heft II, et Pflüger's *Archiv*, Bd. XXXVIII, S. 142) m'engage à donner dès à présent des détails plus circonstanciés au sujet de quelques points d'une importance particulière pour l'appréciation et l'emploi du procédé que j'ai proposé. Les faits énoncés par le savant botaniste berlinois, aussi bien que ses observations critiques, me font voir, en effet, que l'intelligence et la mise en œuvre de la méthode rencontrent plus de difficultés que je n'avais cru devoir le présumer. En essayant de lever ces difficultés,

j'espère non seulement faciliter les recherches ultérieures, mais aussi couper court à des polémiques, dont la science ne retirerait pas grand profit.

M. Pringsheim, appliquant la méthode des bactéries, est amené à conclure que „la coïncidence (annoncée par moi) entre les maxima du dégagement d'oxygène par les organismes verts dans le microspectre et les maxima de l'absorption lumineuse dans la chlorophylle" n'a pas lieu. Des faits, cités par l'auteur, il ressort que cette assertion repose principalement, sinon exclusivement, sur des observations exécutées suivant la méthode que j'ai nommée : méthode de l'observation *simultanée* (*Onderzoek. physiol. laborat.* Utrecht, (3) VII. p. 193).

Or, je ferai remarquer d'abord que jamais je n'ai regardé cette méthode comme propre à fournir la solution *rigoureuse* de la question fondamentale ci-dessus énoncée, et que jamais je ne l'ai employée ou recommandée pour les déterminations quantitatives que cette solution exige; la raison en est, simplement, que la méthode est affectée de quelques sources d'erreurs inévitables, qui ne laissent pas apparaître dans toute sa pureté la loi de la dépendance entre la longueur d'onde et le dégagement d'oxygène. Ces sources d'erreurs me semblaient si manifestes que je m'étais abstenu de les signaler dans les communications très succinctes faites jusqu'ici.

La valeur essentielle de ce procédé consiste, suivant moi, en ce qu'il permet d'obtenir de la manière la plus simple, d'un *seul* coup d'œil, un tableau très net, et *approximativement* exact, de l'action assimilatrice relative des différentes régions du spectre.

La raison capitale pour laquelle ce tableau ne peut être, en général, l'expression complètement exacte des relations entre la longueur d'onde et l'assimilation, c'est, évidemment, que la grandeur de la tension de l'oxygène, en chaque point de la surface de l'objet, ne dépend pas seulement du dégament d'oxygène opéré en ce point, mais aussi de celui que produisent des points plus éloignés, en première ligne les

points situées latéralement, *frappés par des ondes de longueur différente.* Si réellement — comme tout le monde l'admet — des régions où l'oxygène se dégage énergiquement alternent le long du spectre avec d'autres où le dégagement est moindre, l'activité des régions qui assimilent plus faiblement doit, par suite de la *superposition latérale des tensions de l'oxygène*, paraître trop grande, et réciproquement.

Telle est, par exemple, la cause pour laquelle — même en cas de fente très étroite, l'intensité lumineuse étant supposée suffisante — l'accumulation et le mouvement des bactéries s'étendent jusque dans l'ultra-rouge, bien que celui-ci — toujours d'après les observations concordantes de tous les expérimentateurs — ne possède aucune activité assimilatrice De même, l'action assimilatrice diminuant *beaucoup moins rapidement* du rouge vers l'orangé et le jaune que du rouge vers l'ultra-rouge, on s'explique aisément que le maximum de l'accumulation et la plus grande énergie du mouvement se produisent souvent non pas dans la partie du rouge où l'absorption est le plus fort, entre *B* et *C*, mais plus près de l'orangé. Ce dernier fait, auquel M. Pringsheim attribue à tort une importance spéciale, avait déjà, de même que le précédent, été noté par moi dans la communication ci-dessus citée. Il y était dit que, lorsque l'intensité lumineuse croît depuis zéro, le mouvement commence ordinairement entre *B* et *C*, ou du moins *près de C.* Par „près de *C*" j'entendais naturellement, ainsi qu'il résulte de l'opposition „entre *B* et *C*", *au-delà* de *C*, en comptant à partir de *B*.

Le déplacement des maxima et des minima, occasionné par la superposition latérale des tensions de l'oxygène, devra, jusqu'à une certaine limite, augmenter avec l'épaisseur de l'objet et avec sa teneur en chlorophylle. Mais ces deux dernières circonstances exercent en outre une influence spéciale, en ce que d'elles dépend aussi une *superposition verticale des tensions de l'oxygène.*

Or, celle-ci aide au déplacement dû à la superposition

latérale, en ce sens que, lorsque change l'épaisseur de la couche colorée assimilante, la valeur de l'absorption lumineuse et par suite celle de l'effet assimilateur changent à un degré différent pour les différentes longueurs d'onde, et cela, comme je l'ai déjà indiqué à la fin du Mémoire précité, *au profit des groupes de rayons plus faiblement absorbés*, moins efficaces.

A cet égard, toutefois, il y a encore à considérer la circonstance que les particules de chromophylle, productrices d'oxygène, contribuent d'autant moins, toutes choses égales d'ailleurs, à surélever la tension de l'oxygène à la surface de la cellule, qu'elles sont plus éloignées de cette surface. En général, leur part diminuera, pour chaque point, proportionnellement au carré de leur distance à ce point. Cette circonstance ne serait insignifiante que si l'on pouvait négliger les différences de la distance des particules actives au point de la surface cellulaire où l'on détermine la réaction bactérienne. Mais, en général, cela n'est pas permis.

L'influence de ces inégalités d'éloignement se combinera de différentes manières avec celle qui provient du changement de la grandeur relative de l'absorption, consécutif au changement de l'épaisseur. Elle la contrariera, lorsque la réaction sera observée à la face cellulaire inférieure, tournée vers la lumière; elle la favorisera, si l'on vise les bactéries accumulées au-dessus de la cellule. Pour donner une idée de la valeur considérable que le déplacement peut atteindre dans ce dernier cas, je rappellerai l'exemple (*l. c.*, p. 198) d'une cellule de *Cladophora* épaisse de $0^{mm},028$, où le maximum de l'énergie assimilatrice fut trouvé, au-dessus de la cellule, dans le vert-jaunâtre entre *D* et *E*, au-dessous de la cellule, dans le rouge entre *B* et *C*.

Les influences indiquées jusqu'ici suffisent déjà amplement, me semble-t-il, à expliquer pourquoi, lors de l'observation *simultanée* de cellules vertes, le maximum ne se voit pas toujours à la même place, notamment à la place de la bande d'absorption I, mais tombe ordinairement plus ou moins loin

vers *C*, ou même au-delà de *C*. Mais il y a encore plusieurs autres circonstances pouvant agir sur la situation des maxima et des minima. Telles sont — et je ne les cite pas toutes — une inégalité (originelle ou produite au cours de l'expérience) dans la distribution de la chlorophylle, des différences dans la coloration spécifique (dues probablement, chez les cellules vertes, au mélange en proportions diverses des matières colorantes verte et jaune), la mort partielle de la cellule, une transparence différente de la membrane cellulaire au côté tourné vers la lumière (par suite de la présence d'organismes sur la membrane, de dépôts de matières colorées ou incolores, etc.). Quelques-unes de ces circonstances rendent compte aussi des changements dans la situation des maxima chez *un même* objet, phénomène que du reste (abstraction faite, bien entendu, des différences occasionnées par le changement de la largeur de la fente, de l'intensité de la lumière et du plan focal) je n'ai observé que très exceptionnellement, et qui alors trouvait toujours une explication satisfaisante dans l'une des susdites circonstances.

Après tout ce qui précède, je dois déclarer que les données de M. Pringsheim, en tant qu'elles ont rapport aux phénomènes se produisant chez les cellules vertes dans la partie du microspectre qui va du rouge au vert, ne prouvent absolument rien contre la coïncidence affirmée par moi, et que même elles ne sont nullement en désaccord avec les faits que j'ai communiqués.

La même chose s'applique, pour les mêmes raisons, aux remarques, d'ailleurs très brèves, que M. Pringsheim fait à propos des Algues brunes et rouges.

En ce qui concerne, par contre, la manière dont les cellules vertes se comportent dans la partie *bleue* du spectre, je dois réellement m'étonner que M Pringsheim, même en n'opérant que par la méthode de l'observation simultanée, n'ait pas aperçu, paraît-il, le second maximum que j'ai décrit, dans le bleu près de *F*. Il est vrai que ce maximum, comme

je l'ai fait ressortir dès ma première communication (*l. c.*, p. 194), n'apparaît que dans le spectre prismatique de la lumière solaire, non dans celui de la lumière du gaz, et qu'il est toujours — fût-ce seulement parce que, avec mon appareil, la dispersion en *F* est près de trois fois plus grande — beaucoup moins prononcé que le maximum situé dans le rouge. Mais, dans aucune de mes expériences, même par la méthode de l'observation simultanée, pourvu qu'on opérât avec soin, il n'a fait défaut, et en tout temps, par une lumière favorable, je suis prêt à le démontrer, ainsi que je l'ai d'ailleurs déjà fait devant plusieurs expérimentateurs. Sans doute il sera facile aussi de le mettre en évidence par des épreuves photographiques, pour l'obtention desquelles les appareils nécessaires m'ont malheureusement manqué jusqu'ici.

Ordinairement je commence, en donnant à la fente sa largeur maximum et à la lumière une intensité suffisante, par laisser se produire sur toute la longueur du spectre une très forte accumulation de bactéries. Ensuite, je rétrécis successivement la fente — sans trop de lenteur, afin que les bactéries n'aient pas le temps d'émigrer vers le rouge — jusqu'au point précis où le mouvement s'arrête dans le vert: il est alors, presque sans exception, encore extrêmement distinct à l'origine de la forte „absorption terminale" dans le bleu, près de *F*, et il y persiste longtemps, si l'obscurcissement n'est pas poussé plus loin. D'ordinaire aussi, quand la fente a été trop réduite, on voit, lors de l'élargissement, le mouvement reparaître ici notablement plus tôt que dans la région contiguë, celle du vert et du vert-jaunâtre.

On comprend que, pour le succès de l'expérience, il importe beaucoup de manœuvrer la fente avec précaution, afin de ne pas dépasser le point critique. Il faut aussi, pour peu que l'objet ait une épaisseur sensible, que le spectre ne soit pas trop petit, car autrement les bactéries, même en cas de rétrécissement rapide de la fente, pourraient encore se transporter aisément du bleu dans le rouge. Pour cette raison, l'objectif *C* de Zeiss

ne convient généralement pas comme système de projection. Mais quand on fait usage du système *B* ou *A*, l'espace occupé par le vert est si large qu'il n'est plus facilement franchi par les bactéries rassemblées dans le bleu, une fois que la fente a été suffisamment rétrécie pour que l'action dans le vert soit devenu imperceptible.

Non moins décisifs pour le point en question sont les résultats fournis par la *méthode de l'observation successive*, qui a sur celle de l'observation simultanée le grand avantage que l'influence perturbatrice de la superposition latérale des tensions de l'oxygène peut y être annulée. Correctement appliquée, elle permet en outre d'obtenir des valeurs numériques suffisamment exactes pour l'énergie relative du dégagement d'oxygène dans les différentes régions du spectre. Toutes mes données numériques, concernant cette grandeur, sont dues à l'emploi de cette méthode. Si M. Pringsheim conteste que la méthode des bactéries puisse servir à des déterminations quantitatives exactes, je ne me l'explique qu'en admettant qu'il n'a pas manié comme il faut la méthode de l'observation successive. Une foule de circonstances doivent y être prises en considération. Aussi n'est-il pas possible de donner en peu de mots une description suffisamment exacte du mode opératoire. Pour cette raison je m'étais borné, dans mes notices préliminaires, à communiquer, comme mesure du degré de confiance que la méthode méritait, un certain nombre d'exemples numériques, ainsi que les preuves objectives qui ressortaient fortuitement des comparaisons photométriques, fondées sur cette méthode, entre la lumière solaire et la lumière du gaz. Aujourd'hui encore, il me semble que cela suffisait pleinement pour le but visé, et je suis réellement curieux de savoir comment on s'y prendrait pour infirmer ces documents. Néanmoins, voulant faciliter dans l'avenir la vérification rigoureuse de mes résultats, je vais décrire mon procédé opératoire avec plus de précision, quoique toujours aussi brièvement que possible.

Les points essentiels, dont il y a à tenir compte, sont les suivants.

La goutte ne doit contenir que des bactéries d'une seule espèce, et par conséquent provenir d'une culture pure. Il faut surtout qu'il n'y ait pas, en présence les unes des autres, des formes dont les besoins en oxygène soient très différents, par exemple, à côté du *Bacterium termo*, des Spirilles ordinaires. Les raisons de cette recommandation sont faciles à déduire de mon Mémoire: *Zur Biologie der Schizomyceten* (*Onderzoek.* (3) T. VII, p. 110). Lorsque, comme c'est le cas ordinaire, l'objet sur lequel on veut opérer provient d'un liquide non exempt de bactéries, il doit préalablement être nettoyé à fond, par des lavages répétés avec de l'eau privée de bactéries ou avec une quantité suffisante du liquide contenant les bactéries destinées à l'expérience.

Il convient, en général, de prendre des bactéries ayant besoin d'une assez forte quantité d'oxygène. La réaction se produit alors, toutes choses égales d'ailleurs, avec une fente plus large, par conséquent dans un champ mieux éclairé, ce qui n'est pas indifférent au point de vue de la netteté de l'observation. Seulement pour des cellules très petites ou pauvres en chromophylle, des bactéries plus sensibles peuvent, dans certaines circonstances, mériter la préférence.

Les bactéries ne doivent être ni trop grandes, ni trop petites. Des coques de 1—2 μ de diamètre, ou des bâtonnets de 2—3 μ de longueur sur environ 1 μ de largeur, répondent généralement le mieux aux conditions de l'expérience. Avec des dimensions moindres, il arrive aisément, vu la très faible clarté à laquelle l'observation doit souvent être poursuivie, que les bactéries ne se voient plus assez distinctement pour permettre une détermination précise du point où le mouvement cesse, surtout quand la mesure doit avoir lieu dans le rouge. Trop grandes, les bactéries ne réagissent ordinairement pas avec assez de rapidité et d'uniformité.

Le nombre des individus doit en tout cas être assez con-

sidérable pour que, en peu de temps, de forts rassemblements de bactéries puissent se former autour des sources d'oxygène. La goutte peut donc, vue à l'œil nu, présenter un aspect légèrement trouble.

Les bords du verre couvre-objet seront soigneusement lutés avec de la paraffine ou de la vaseline, afin d'empêcher toute évaporation pendant la durée de l'expérience. Bien que de cette manière on obtienne aussi, en général, une exclusion suffisante de l'oxygène extérieur, il est bon de placer l'objet le plus loin possible des bords du verre qui le couvre. En outre, il devra se trouver aussi près que possible du fond de la goutte, et de préférence le toucher. Est-il situé trop haut, les bactéries, au moment où leurs mouvements cessent par suite de la diminution de la quantité d'oxygène, tombent au fond, et alors elles ne se rassemblent plus assez rapidement autour de l'objet quand on élargit la fente.

On comprend sans peine qu'il faut veiller à ce que l'objet soit suffisamment isolé pour que, en le faisant glisser le long du microspectre, on ne risque pas d'amener à la portée de celui-ci quelque autre organisme capable de dégager de l'oxygène à la lumière. Pour la même raison, il est nécessaire que la goutte ne contienne pas d'organismes qui y nagent librement, tels que spores vertes, infusoires flagellés, etc.

Pour que l'objet puisse être ajusté rapidement et sûrement, dans une position toujours la même, en une partie quelconque du spectre, il doit rester absolument immobile dans la goutte et le porte-objet doit être mu au moyen d'une vis. Je me sers, à cet effet, d'un petit appareil construit par M. Zeiss et qui, dans le catalogue de 1885, est inscrit sous le N° 56. Des pinces le maintiennent sur la platine du microscope, et le porte-objet se fixe sur lui à l'aide d'un peu de graisse ou de vaseline. Le déplacement doit s'opérer dans une direction exactement perpendiculaire à celle des bords de la fente, parce que, à cause des petites irrégularités inévitables aux tranchants (particules de poussière, etc.), l'intensité lumineuse est, pour

la même longueur d'onde, différente en des points différents de la hauteur du spectre; c'est ce que montre, d'une manière particulièrement frappante, le phénomène connu des raies et bandes longitudinales qui apparaissent un instant avant la fermeture complète de la fente. L'influence de cette source d'erreurs est naturellement d'autant plus grande que la fente est plus étroite au début de la réaction; elle est donc la plus forte pour les longueurs d'onde les plus actives. Pour celles-ci, lorsque l'objet assimilant est très petit, elle pourrait atteindre une valeur très appréciable, même avec des tranchants aussi nets que possible.

Quant aux propriétés que doit avoir l'objet lui-même, pour se prêter à des mesures exactes et dont on puisse faire un usage théorique aussi étendu que possible, elles découlent déjà, en partie, de ce qui a été dit plus haut. Pour que l'influence de la superposition latérale des tensions de l'oxygène devienne insensible, l'objet doit être très étroit, au moins dans la direction perpendiculaire aux raies de Fraunhofer, et naturellement d'autant plus étroit qu'on emploie un spectre plus petit, en d'autres termes, que le système objectif servant à la projection est plus fort. Dépasser la grandeur de la distance des raies *B* et *C* serait imprudent, si l'on ne se borne pas à des mesures dans la partie très réfrangible du spectre. — Lorsque l'objet est cylindrique, ou du moins allongé, il doit, bien entendu, être tourné de manière que son axe longitudinal soit exactement horizontal et parallèle aux bords de la fente.

Son diamètre vertical doit également être aussi faible que possible, afin que l'influence des inégalités de la distance des particules assimilantes aux bactéries réagissantes, influence dont il a déjà été question plus haut à propos de la méthode de l'observation simultanée, soit réduite au minimum.

Il convient que la coloration soit intense, que le contenu en chromophylle soit donc aussi grand que possible. Sans cela, on réussit difficilement à rassembler autour de la cellule

un nombre de bactéries suffisant pour donner une réaction nette. Un seul grain de chlorophylle manifestant déjà à la lumière des actions très appréciables, l'épaisseur de la couche active n'a pas besoin de dépasser quelques millièmes de millimètre.

Que la source lumineuse doive sous tous les rapports rester constante pendant la durée de l'expérience, c'est un point qui ne demande pas d'éclaircissement spécial. Inutile aussi d'insister sur la condition que le spectre soit aussi net que possible, et projeté exactement dans le plan horizontal moyen de l'objet. Moins superflue est peut-etre une observation concernant l'intensité absolue de la source lumineuse. Celle-ci doit être choisie de façon que les largeurs de fente, pour lesquelles la réaction se produit, ne soient ni extrêmement petites, ni très grandes. Au voisinage immédiat du point zéro — dont on commencera toujours par contrôler exactement la situation — de très petites erreurs ont déjà beaucoup d'importance, qu'elles proviennent de l'inexactitude de la mise au point, de méprises dans la lecture ou d'une situation fausse du zéro. En outre, l'expérience peut alors être troublée, si l'on emploie la lumière solaire, tant par les raies de Fraunhofer, que par les raies et bandes qui leur sont perpendiculaires et auxquelles donnent naissance les irrégularités des bords de la fente. D'autre part, les trop grandes largeurs de fente sont à éviter, à cause de l'influence, dont nous parlerons plus loin, de la superposition de genres de rayons inégalement réfrangibles. La lumière solaire doit, en tout cas, être préalablement atténuée. A cet effet, j'intercale entre l'héliostat et le miroir du microscope, immédiatement en avant de ce dernier, un ou deux disques de verre dépoli, d'un blanc pur.

Pour intercepter toute lumière qui pourrait s'introduire par le bas, à côté de l'objectif de l'appareil microspectral, un écran opaque, percé seulement d'une ouverture centrale pour le système projecteur, est adapté immédiatement sous la platine.

Une condition de première nécessité, c'est de faire les observations dans une chambre obscure et, en outre, dans la cage obscure. Non seulement on est alors à l'abri des perturbations qu'apporterait la lumière tombant d'en haut et latéralement sur l'objet, mais encore, et surtout, la sensibilité de l'œil est tellement exaltée que, même avec une largeur de fente beaucoup moindre, la perception distincte reste possible.

Pour cette dernière raison, il peut être utile de masquer le spectre, à l'exception de l'étroit espace sur lequel l'observation est directement concentrée. A cet effet, j'ai fait disposer dans l'oculaire, immédiatement sous le diaphragme qui porte la division micrométrique, une pièce glissante de construction appropriée.

Il y a encore, sous ce rapport, un autre point à considérer. Le début de la réaction est, en général, d'autant plus difficile à saisir avec précision, que la clarté physiologique est moindre, au moment décisif, dans la partie correspondante du spectre. En conséquence, quand la clarté est très faible, le mouvement peut sembler s'arrêter plus tôt qu'il ne le fait en réalité. Cette influence devient très frappante lorsque l'observateur obscurcit subitement l'image, en glissant entre son œil et l'oculaire un verre coloré ou enfumé. L'impression reçue est alors la même que si le mouvement des bactéries diminuait tout à coup. Réciproquement, la suppression du verre fait naître l'illusion d'un mouvement accéléré. A cela s'ajoute que, en cas de clarté faible mais du reste égale, la netteté de la distinction dépend sensiblement de la couleur; dans le rouge, par exemple, elle est moindre que dans le vert. Il en résulte quelque danger de prendre, pour les parties plus obscures du spectre, surtout pour les parties rouges, de trop grandes largeurs de fente.

Afin de juger à quel degré les résultats pouvaient être affectés par cette cause d'erreur, j'ai cherché à rendre les clartés aussi égales que possible, en intercalant entre l'œil et l'oculaire, pour les mesures dans le jaune et le vert, des verres

respectivement bleus et rouges, et j'ai exécuté, alternativement avec et sans verre, des mesures sur un même objet, aux mêmes points du spectre. Pour peu, toutefois, que les bactéries fussent observées avec soin, aucune influence bien marquée ne s'accusait, comme je pourrais l'établir par quantité d'exemples numériques.

Lorsque tout est convenablement préparé pour l'expérience, on procède aux mesures. Voici comment je m'y prends.

L'objet est d'abord amené, la fente étant élargie au maximum, dans l'orangé ou le jaune, ordinairement en *D*, et il y est laissé jusqu'à ce qu'autour de lui se soit formée une forte accumulation de bactéries en mouvement continuel. Quelques minutes y suffisent en général. On attend alors 5—10 minutes de plus, pour s'assurer que l'essaim persiste sans rien perdre de sa densité ni de l'activité de ses mouvements. Cela vérifié, et c'est le cas ordinaire pour des cellules saines, la fente est rétrécie dans l'espace de 1—1½ minutes, d'abord rapidement puis de plus en plus lentement, jusqu'à ce que le mouvement ait complètement cessé aux bords de l'objet. Aussitôt on note prestement la position de la vis micrométrique (largeur de la fente), on élargit de nouveau la fente jusqu'au maximum, et on attend que l'état antérieur d'accumulation et de mouvement maximum se soit rétabli, ce qui le plus souvent ne demande que 1—2 minutes. On pousse alors l'objet vers une autre partie du spectre, on rétrécit la fente, de la même manière que précédemment, jusqu'à ce que tout mouvement soit arrêté, on fait rapidement la lecture, sans tarder on rend à la fente sa largeur maximum, on ramène l'objet dans sa position initiale (en *D*), on attend de nouveau jusqu'à ce que soit établi l'état stationnaire d'accumulation maximum, etc. Ainsi, avant de commencer l'expérience, on attend chaque fois la production d'un état stationnaire, et chaque fois on rétablit cet état entre deux mesures successives. C'est là un point d'importance capitale.

En opérant de la manière qui vient d'être décrite, on se

convaincra sans peine, après quelque excercice, que la méthode se prête parfaitement aux déterminations quantitatives. Même en continuant pendant des heures entières les mesures sur un même objet, on trouve souvent, en chaque point du spectre, une valeur constante pour la largeur de fente à laquelle le mouvement cesse, — la largeur critique, — ou du moins les écarts à la moyenne sont si faibles qu'en général on peut les négliger vis-à-vis des différences qui dépendent de la longueur d'onde.

Cette constance prouve qu'en pareil cas la réaction se produit, en chaque point examiné du spectre, lorsque la tension de l'oxygène est descendue à une même valeur absolue. Or, quand il est satisfait à la condition posée ci-dessus par rapport à l'influence de la distance des particules assimilantes aux bactéries, la tension de l'oxygène, au point où la réaction a lieu, est dans tous les cas directement proportionnelle à la quantité totale d'oxygène fournie par l'objet; il en résulte que l'effet assimilateur relatif des lumières de longueurs d'onde différentes, grandeur que j'ai désignée par A, peut alors être regardé, en général, comme inversement proportionnel aux largeurs de fente avec lesquelles se produit, pour les longueurs d'onde considérées, une même tension d'oxygène, savoir, dans notre cas, la tension où cesse le mouvement des bactéries. Cette relation ne peut toutefois être admise que parce que l'élargissement de la fente se fait d'une manière symétrique, et parce que les valeurs absolues des largeurs de fente critiques sont généralement si faibles qu'il est permis de négliger l'erreur provenant de la superposition de longueurs d'onde différentes et par suite inégalement actives. Quant à cette dernière remarque, elle ne s'applique, rigoureusement parlant, qu'aux régions du spectre pour lesquelles la courbe de la grandeur de l'assimilation, tracée en prenant pour abscisses les longueurs d'onde, présente une forme rectiligne. Toutefois, avec un objet suffisamment mince, l'erreur, même aux points de plus forte courbure de la courbe, devient à peu près insensible.

Cela est le cas surtout quand on emploie la lumière solaire. Avec celle-ci, les valeurs critiques de la largeur de fente tombent généralement, dans mes expériences, entre $0^{mm},01$ et $0^{mm},15$. Pour la lumière du gaz, les limites sont bien entendu plus écartées, notamment parce que l'énergie actuelle présente alors des différences plus grandes dans les différentes parties du spectre visible et que, en particulier, la force vive de la lumière s'abaisse beaucoup plus rapidement vers l'extrémité la plus réfrangible. Avec cette lumière, la limite inférieure se trouvait en moyenne à $0^{mm},015$, tandis que la limite supérieure (pour les cellules vertes) était atteinte, dans le bleu vers F, en moyenne à $0^{mm},38$, dans le violet, à des valeurs encore notablement plus élevées. Dans le bleu et le violet, toutefois, à cause de la dispersion plus forte, les perturbations sont moins à craindre.

Lorsqu'il ne s'agit pas d'obtenir des valeurs numériques, mais seulement de savoir si en un point déterminé du spectre l'action assimilatrice est plus énergique qu'en un autre point donné, on peut employer comme suffisante, et comme parlant en outre très clairement aux yeux, une modification de la méthode de l'observation successive, modification qui constitue ce que j'appelle le *procédé de l'observation alternante.*

Supposons, par exemple, qu'on veuille décider si l'action du bleu en F est plus forte que celle du vert en E. A cet effet, après développement préalable d'un état stationnaire d'accumulation maxima des bactéries, on amènera l'objet en E, puis on rétrécira lentement la fente, jusqu'au point juste où le mouvement s'arrête. En glissant aussitôt l'objet vers F, on verra, si l'expérience se fait à la lumière solaire et sur une cellule verte à chlorophylle, les mouvements recommencer tout de suite. Ramène-t-on l'objet en E, un nouvel arrêt se produit; le reporte-t-on vers F, les bactéries se réveillent. Le phénomène est en général si frappant que l'idée même d'une illusion ne peut venir à l'esprit.

De la même manière on s'assure aisément que, chez les

cellules vertes, le maximum de l'action dans le rouge se trouve toujours à l'endroit de la bande d'absorption I, jamais du côté de l'orangé; etc.

Ce n'est pas mon intention, toutefois, d'insister ici sur des questions spéciales et sur des résultats expérimentaux. D'ailleurs, je ne pourrais guère que répéter ce que j'ai dit antérieurement, sauf à l'appuyer d'une grande quantité de nouveaux exemples numériques. Or ce Journal se prête mal à l'exposition de ces détails, qui, en outre, sont d'autant moins nécessaires que les nombres publiés dans mes Mémoires précédents suffisent pleinement, à ce que je crois, pour démontrer la loi fondamentale de la proportionnalité, au moins très approchée, entre l'absorption et l'action assimilatrice de la lumière; ils la démontrent non seulement pour les cellules vertes, à chlorophylle, mais *pour toutes les cellules à chromophylle, quelle que soit leur couleur*, et, comme je dois le maintenir aussi vis-à-vis d'autres auteurs récents, *pour tous les genres de rayons* du spectre visible. Ce résultat, fondé sur de nombreuses et exactes mesures de la grandeur de l'assimilation et de l'absorption de la lumière dans les cellules vivantes, ne pourrait en aucun cas être infirmé par de simples estimations à l'œil, telles que les a faites M. Pringsheim.

La susdite loi fondamentale n'est pas ébranlée non plus par l'incorrection — que je dois malheureusement concéder à M. Pringsheim — de la formule par laquelle, dans mon dernier Mémoire (*Arch. néerl.* T. XIX, p. 200), j'ai exprimé la relation entre l'énergie actuelle (E), l'action assimilatrice (A) et le coefficient d'absorption (n) de la lumière, en supposant que, dans les conditions réalisées lors de l'application de la méthode des bactéries à la mesure de A, la totalité de l'énergie lumineuse absorbée soit utilisée pour le travail assimilateur. Je dois m'excuser de l'erreur commise dans l'établissement de cette formule, erreur que je ne puis m'expliquer aujourd'hui que par la circonstance personnelle à laquelle il a été fait allusion au début de cet article. L'expression exacte de

la relation dont il s'agit, ainsi que les considérations sur lesquelles elle se fonde, avaient été données à la fin de mon travail „Couleur et assimilation" (*Arch.* etc., T. XVIII, p. 54). On a donc, pour toute longueur d'onde:

$$E = \frac{A}{n}, \text{ et non } E = \sqrt{\frac{A}{n}}.$$

La comparaison de ces deux formules montre qu'il doit maintenant y avoir de plus grandes différences, d'une part entre les valeurs correspondantes de E qui se déduisent par le calcul de mes expériences sur des cellules différemment colorées, et d'autre part entre ces valeurs et celles trouvées par voie purement physique, à l'aide de la pile thermo-électrique et du bolomètre. L'accord est toutefois maintenu quant au point essentiel: car, dans tous les cas, l'énergie atteint sa valeur maximum très près de la raie D de Fraunhofer, et, à partir de ce point, décroît graduellement vers les deux extrémités du spectre.

Dans le tableau suivant, les valeurs de E qui résultent du calcul, par la formule corrigée, de l'ensemble de mes expériences sont rapprochées de celles auxquelles ont conduit les recherches de M. Lamansky et de M. Langley:

$\lambda =$	680	622	600	589	573	558	522	486	431
Lamansky	88	99	**100**	99,5	98	96,5	90	77	66
Langley I	89,5	96,5	98	99,5	**100**	96	89	78	48
„ II	86	98,5	**100**	99	98,5	97,5	92	73	47,5
Engelmann	69	95	99	**100**	95	90	71	56	29

Pour les parties moyennes, plus claires du spectre, depuis l'orangé jusqu'au vert-jaunâtre, il y a encore, comme on le voit, accord presque parfait. Quant aux écarts plus grands aux extrémités, ils semblent, vu les difficultés plus grandes

que présente ici la détermination exacte de A et de n, ne pas suffire pour rendre inadmissible, même en ces régions du spectre, l'hypothèse de la proportionnalité directe entre l'énergie absorbée et le travail assimilateur.

NOTE ADDITIONNELLE.

Les lignes précédentes étaient imprimées lorsque me parvint le Mémoire détaillé de M. Pringsheim „*Über die Sauerstoffabgabe der Pflanzen im Mikrospectrum*" (*Sitzungsber. d. k. pr. Akad. d. Wiss. zu Berlin*, 4 Febr. 1886, aussi dans Pringsheim, *Jahrb. f. wiss. Botanik*. T. XVI, 1886). Il confirme ma crainte, que le savant auteur n'eût pas reconnu, et en conséquence pas évité, les principales sources d'erreurs qui entravent l'emploi de la méthode des bactéries pour la détermination du rapport entre l'absorption de la lumière et le dégagement d'oxygène. Une confiance presque aveugle est accordée par lui au procédé de l'observation simultanée, que j'ai montré plus haut n'être utilisable que dans des conditions bien déterminées et avec de fortes restrictions, et la méthode de l'observation successive est appliquée, — et par suite condamnée, — d'une manière foncièrement contraire à la mienne et absolument impropre, je puis l'attester, aux déterminations quantitatives. Aucune nouvelle observation, pouvant exiger ici une réponse de ma part, n'est produite. Toutes les différences s'expliquent, à mon sens, par le contenu de la présente communication. Peut-être convient-il de noter que M. Pringsheim, lors de l'observation simultanée de cellules vertes dans le spectre solaire, a pourtant vu aussi, „hin und wieder", le second maximum du dégagement d'oxygène, que j'ai signalé dans le bleu.

SUR LES REVÊTEMENTS DES ESPACES INTERCELLULAIRES,

PAR

C. VAN WISSELINGH.

Aperçu historique.

Les revêtements des espaces intercellulaires ont, dans les derniers temps, attiré à un haut degré l'attention des botanistes, tandis que, antérieurement, c'est à peine s'ils excitaient quelque intérêt. M. de Bary [1]) ne fait à leur sujet que la mention suivante: „Les espaces schizogènes sont limités par les membranes lisses des cellules qui en forment la paroi. Dans maints canaux plus grands, par exemple chez *Nuphar*, ou dans des lacunes, comme celles du rhizome de l'*Aspidium Filix mas*, cette paroi est tapissée d'une mince cuticule. Des recherches ultérieures devront nous apprendre si c'est là un phénomène plus ou moins général." En ce qui concerne la première des deux plantes ci-dessus nommées, M. de Bary renvoie à un passage de M. Frank [2]), où, à propos du pétiole du *Nuphar luteum*, il est dit que les membranes circonscrivant les cavités aériennes se distinguent des autres par une épaisseur un peu plus grande, et que la pellicule externe, ou cuticule, qui limite la cavité, résiste à l'action de l'acide sulfurique concentré.

Le premier travail étendu sur les revêtements des espaces

---

1) *Vergl. Anatomie*, p. 225.

2) *Beitr. z. Pflanzenphys.*, p. 155.

intercellulaires fut entrepris par M. E. Russow [1]), qui publia les résultats de ses recherches en 1884. Avant de nous occuper de ceux-ci, nous devons toutefois rappeler une découverte déjà faite antérieurement par le même auteur [2]), savoir l'existence du protoplasma dans les espaces intercellulaires; cette découverte, en effet, a sans contredit beaucoup contribué à fixer l'attention sur ces revêtements et a exercé une influence marquée sur les considérations dont plus tard ils ont été l'objet. Plusieurs botanistes confirmèrent l'existence du protoplasma dans les espaces intercellulaires, et quelques-uns annoncèrent à cette occasion des résultats très remarquables. M. Schaarschmidt [3]), par exemple, découvrit „le plasma de la lamelle moyenne"; par lequel chaque cellule serait enveloppée comme d'un manteau, ainsi que la présence de la chlorophylle et la formation des cellules intercalaires dans les espaces intercellulaires. M. Russow [4]) et, après lui, M. Gardiner [5]) déclarèrent toutefois ne pouvoir nullement partager cette manière de voir, ni d'autres analogues.

Disons maintenant à quels résultats avaient conduit les recherches spéciales de M. Russow sur les revêtements des espaces intercellulaires. Dans un très grand nombre de cas il avait réussi, à l'aide de l'iode et de l'acide sulfurique légèrement dilué, à observer ces revêtements et à constater leur similitude avec ceux qui avaient été trouvés par M. Frank dans le *Nuphar luteum* et par M. de Bary dans l'*Aspidium Filix mas*. Il montre que ces formations ne se rapprochent nullement de la cuticule, mais doivent être regardées comme de très

---

1) *Ueber die Auskleidung d. Intercell.*, tiré à part des *Sitzungsb. d. Dorpat. Naturforsch. Gesellsch.*, 1884, VII. Jahrg., 1. Heft.

2) *Ueber die Perforat. d. Zellwand u. d. Zusammenhang d. Protoplasmakörper benachb. Zellen,* dans *Sitzungsb. d. Dorpat. Naturf.-Gesellsch.*, VI. Bd., 3 Heft, p. 578 et suiv.

3) *Botan. Centralbl.*, Bd. XVIII, p. 142, Bd. XIX, p. 268.

4) *Ueber die Auskl.* etc., p. 8 et 9.

5) *Nature*, 1885, n° 800, p. 390 et 391.

minces revêtements plasmatiques. Bien que, après le traitement indiqué, elles ressemblent assez à la cuticule, celle-ci s'en distingue par son insolubilité dans l'acide sulfurique. La cuticule, en outre, est plus nettement limitée que le revêtement modifié par l'acide sulfurique, qui présente, au moins partiellement, un caractère granuleux. Une grande analogie, par contre, s'accuse entre le revêtement et le protoplasma pariétal de l'intérieur des cellules; le premier ne se distingue du second que par son épaisseur moindre et par une coloration jaune plus faible. Très instructive surtout fut trouvée la racine du *Lycopus europaeus*; pour celle-ci, M. Russow paraît très disposé à admettre que, avec les progrès de l'âge, le protoplasma se transporte du côté interne de la paroi cellulaire au côté externe, qu'il s'échappe donc, en quelque sorte, de la cellule.

Les considérations développées par M. Russow touchant la présence du protoplasma dans les espaces intercellulaires ne restèrent pas longtemps sans soulever des critiques. Par suite de certaines réactions, M. Gardiner [1]) fut amené à conclure que, dans beaucoup de cas, les matières qu'il avait rencontrées dans les méats intercellulaires ne devaient pas être prises pour du protoplasma, bien qu'elles fussent colorées de la même manière que celui-ci par l'iode et par différentes matières colorantes. En ce qui concerne la jeune tige du *Ligustrum vulgare*, la substance que l'iode y colore en jaune est constituée, selon M. Gardiner, par la partie externe de la paroi cellulaire, laquelle partie a éprouvé, le long de l'espace intercellulaire, des changements qui s'accompagnent d'une lignification partielle, comme le montre l'action du chlorure d'aniline et de l'acide chlorhydrique.

La nature protoplasmatique des revêtements fut combattue surtout par M. Schenk [2]). Pour celui-ci, le fait que les revêtements et le protoplasma se comportent de la même manière

---

[1]) *l.c.*

[2]) *Ueber die Auskl. d. Intercell.*, dans *Ber. d. d. bot. Gesellsch.*, Bd. III, Heft 7, p. 217 et suiv.

vis-à-vis de l'iode et de l'acide sulfurique légèrement dilué, ne constitue pas une preuve suffisante. En outre, l'analogie entre les revêtements et le protoplasma pariétal ne lui paraît pas très frappante. Le résultat auquel il arrive, c'est que, chez les plantes dont il a fait l'examen et parmi lesquelles figure entre autres le *Lycopus europaeus*, le revêtement doit être regardé comme la couche externe modifiée de la paroi cellulaire. Il indique aussi que le revêtement est soluble dans l'agent de macération de Schultze et par conséquent ne contient pas de cutine. Quoique M. Russow et M. Schenk s'éloignent beaucoup l'un de l'autre dans leurs conclusions, leurs observations s'accordent assez bien entre elles. A en juger par celles du second, il semble incertain toutefois que, dans l'écoree du *Ligustrum vulgare* et de l'*Aucuba japonica*, les espaces intercellulaires soient pourvus de revêtements particuliers. Pour la première de ces deux plantes, M. Schenk dit [1]), en parlant du revêtement: „Ce n'est pas une membrane plasmatique, mais il se trouve en rapport génétique avec la lamelle moyenne, spécialement avec la plaque moyenne, dite aussi substance intercellulaire, à laquelle il ressemble de tout point, notamment par la manière de se comporter vis-à-vis des réactifs"; et un peu plus loin: „les plaques moyennes sont en continuité directe avec les revêtements des espaces intercellulaires." Pour l'*Aucuba japonica*, les observations de M. Schenk ont conduit aux mêmes conclusions.

Après avoir pris connaissance des résultats si divergents dont il vient d'être donné un aperçu succint, j'ai voulu essayer de résoudre par la voie anatomique et microchimique la question de la nature des revêtements intercellulaires. A cet effet, j'ai eu recours à des réactifs plus nombreux et plus divers que ceux utilisés par mes devanciers. Si, jusqu'ici, on n'avait que parcimonieusement appliqué même les plus connues des réactions propres à différencier les parties lignifiées, subérifiées

---

1) *l.c.*, p. 222.

et cuticularisées des parois cellulaires, aucun usage quelconque n'avait encore été fait des réactifs exclusivement destinés à la découverte du protoplasma. En égard à l'état actuel de la question, je crois avoir obtenu, pour beaucoup de cas, une solution satisfaisante. Dans ce qui suit, on trouvera la description des résultats auxquels je suis parvenu.

Revêtements lignifiés.

A l'aide de l'iode et de l'acide sulfurique un peu étendu on réussit généralement sans peine à observer dans les espaces intercellulaires schizogènes, aérifères, des revêtements que le susdit réactif colore en jaune. Dans les tissus parenchymateux et collenchymateux j'ai vu de pareils revêtements en un grand nombre de cas, et cela dans les parties végétales les plus différentes, telles que racines, rhizomes, tiges, feuilles, graines, etc. La plupart de ces cas peuvent être passés ici sous silence, mais je traiterai avec d'autant plus de détails de quelques autres, où les revêtements s'étaient développés d'une manière particulièrement nette. Ils ont rapport aux revêtements rencontrés dans l'écorce de la tige chez *Sambucus nigra*, *Ligustrum vulgare* et *Aucuba japonica*, dans le parenchyme qui, chez la dernière de ces plantes, accompagne la nervure moyenne de la feuille, dans l'écorce du rhizome de la *Convallaria majalis* et dans l'écorce de la racine de la *Menyanthes trifoliata*.

Dans les cas spécifiés, les revêtements arrivent à un dévelloppement si prononcé que souvent, sur des préparations minces et à des grossissements un peu forts, on peut déjà les observer sans le secours de réactifs. Ils se présentent alors toujours comme des lamelles lisses, homogènes. Remarquons, à ce propos, que les espaces intercellulaires contiennent parfois des matières d'apparence plus ou moins granuleuse, ce qui a notamment lieu, à un degré plus ou moins marqué, chez le *Ligustrum vulgare* et la *Sambucus nigra*; ces matières

entravent l'examen des revêtements et pourraient induire à supposer qu'ils ne possèdent pas une surface lisse.

Traités par l'iode et l'acide sulfurique légèrement dilué, — je recommande l'acide à 80 %, — les revêtements (Pl. I, fig. 1, 2 et 3 *b*) prennent d'abord une coloration jaune ou brune, tandis que les lamelles cellulosiques sont colorées en bleu. Nous pouvons alors observer que les revêtements ne passent pas insensiblement à la lamelle moyenne (*m*) qui existe entre les cellules; cette lamelle reste incolore. Chez la *Ligustrum vulgare* seulement, il arrive parfois que la lamelle moyenne se comporte vis-à-vis de l'iode et de l'acide sulfurique de la même manière que les revêtements, de sorte qu'il y a passage continu entre ces deux parties; en général, toutefois, même chez cette plante, cela n'est pas le cas. Chez la *Sambucus nigra*, la *Convallaria majalis*, l'*Aucuba japonica* et le *Ligustrum vulgare*, on reconnaît que, dans des espaces intercellulaires différents, les revêtements ont parfois atteint un développement très inégal, ce qui est surtout visible à l'intensité de la coloration jaune. Lorsque l'acide sulfurique continue à agir, les revêtements perdent souvent leur surface lisse; assez fréquemment ils paraissent acquérir une consistance granuleuse, tandis que chez la *Sambucus nigra* se laisse très clairement distinguer la formation de plis (fig. 1 *b'*). Dans quelques cas on aperçoit, entre le revêtement et la paroi cellulosique colorée en bleu et gonflée, une matière plus ou moins susceptible de gonflement, qui reste incolore et se continue avec la lamelle moyenne; ce phénomène est surtout bien apparent chez la *Sambucus nigra*, mais on peut l'observer quelquefois aussi chez l'*Aucuba japonica* et la *Convallaria majalis*; le *Ligustrum vulgare* et la *Menyanthes trifoliata*, au contraire, ne le montrent pas. La matière en question, qui probablement devra, de même que le revêtement, être rapportée à la lamelle moyenne, paraît éprouver parfois une gélification, et alors la paroi forme ordinairement des saillies à l'intérieur de l'espace intercellulaire; plus d'une fois j'ai rencontré celles-ci en abondance

dans les tiges de la *Sambucus nigra* et de l'*Aucuba japonica;* les revêtements se continuent sur ces protubérances, dont le gonflement les soulève et les plisse encore davantage (fig. 1 *b''*). Sous l'action prolongée de l'acide sulfurique j'ai ordinairement vu la couleur jaune perdre de son intensité et même, dans les revêtements faibles, s'effacer complètement. Chez la *Sambucus nigra*, beaucoup de revêtements se distinguent par une grande résistance à l'action de l'acide sulfurique concentré. Après l'addition du réactif, ils demeurent à l'état de membranes lisses, tandis que tout le tissu environnant se gonfle et devient invisible.

Des observations qui précèdent, il ressort bien que, dans les cas indiqués, les espaces intercellulaires sont pourvus de revêtements particuliers, mais nullement que ceux-ci soient de nature protoplasmatique. Pour rechercher si les revêtements devraient être considérés comme des formations analogues à la cuticule, quelques préparations furent chauffées avec le chlorate de potasse et l'acide nitrique, d'autres macérées avec l'acide chromique ou chauffées avec une solution de potasse caustique. Par aucun de ces moyens, toutefois, je ne réussis à démontrer la subérification ou la cuticularisation des revêtements. Lorsque les préparations étaient bouillies quelques instants avec une solution de potasse caustique, puis, après enlèvement de la potasse par l'eau distillée, soumises à l'action d'une solution d'iode, les revêtements devenaient nettement visibles sous la forme de pellicules colorées en jaune, tandis que les parois cellulosiques se coloraient en bleu. En ajoutant ensuite de l'acide sulfurique à 80%, j'obtenais des images microscopiques assez semblables à celles qui ont été décrites plus haut comme résultat du traitement exclusif par l'iode et l'acide sulfurique à 80%. Ces dernières observations me firent supposer que les revêtements n'étaient pas subérifiés ou cuticularisés, mais lignifiés. Le traitement par la phloroglucine et l'acide chlorhydrique, ou par le sulfate d'aniline et l'acide sulfurique étendu, appliqué à un grand nombre de coupes, vint confirmer

cette présomption. Chez l'*Aucuba japonica*, la *Convallaria majalis* et le *Ligustrum vulgare*, quelques revêtements prirent, sous l'influence de ces réactifs, une teinte rouge ou jaune distincte, tandis que chez la *Sambucus nigra* la réaction de la lignine se produisit même, quelquefois, avec une intensité assez grande.

D'après les résultats de ces observations, je crois pouvoir admettre que, dans les cas étudiés et dans beaucoup d'autres analogues, le revêtement n'est que la partie extérieure, touchant à l'espace intercellulaire, de la paroi des cellules, partie plus ou moins lignifiée et prenant par suite une coloration jaune ou brune en présence des réactifs iodés. En général, toutefois, la lignification est si faible que les meilleurs réactifs de la lignine ne suffisent pas à la mettre en évidence, et qu'elle peut seulement être présumée d'après la manière dont le revêtement se comporte, comme nous l'avons dit, sous l'action successive de la solution potassique chaude, de l'iode et de l'acide sulfurique légèrement dilué. Pour beaucoup de cas, où après le traitement par l'iode et l'acide sulfurique à 80% on distingue entre le revêtement et la paroi cellulosique colorée en bleu une matière incolore, qui se continue régulièrement avec la lamelle moyenne intercellulaire, j'incline à regarder le revêtement comme le bord de la lamelle moyenne, tandis que, là où cette matière incolore ne s'observe pas, le revêtement représente probablement la lamelle moyenne tout entière.

Les observations que j'ai faites sur le rhizome de la *Convallaria majalis* m'engagent à dire quelques mots touchant deux points spéciaux, dont le premier est relatif aux angles des espaces intercellulaires. Chez beaucoup de plantes ces angles sont plus ou moins arrondis, et parfois même ils font saillie dans l'espace intercellulaire. La lamelle moyenne paraît être élargie à l'endroit en question, et elle y a probablement subi une modification plus ou moins avancée. A l'aide de l'iode et de l'acide sulfurique légèrement dilué, on peut souvent provoquer aux angles un gonflement considérable, sans qu'il se produise de coloration en jaune ou en bleu. Dans les

espaces intercellulaires de petite dimension et de forme triangulaire, les revêtements sont parfois, à raison de ce gonflement, entièrement refoulés sur eux-mêmes. Chez la *Convallaria majalis*, au voisinage de l'épiderme, on peut aussi observer quelques-uns des phénomènes qui viennent d'être mentionnés; mais plus loin de l'épiderme, ainsi que dans la moelle, les angles des espaces intercellulaires présentent très généralement un autre phénomène, savoir l'existence de petits espaces intercellulaires accessoires, contenant de l'air (fig. 3 *n*). Ces petits espaces sont séparés des grands par de minces lamelles. Dans quelques angles on rencontre parfois plus d'une de ces lamelles, et par conséquent plus d'un espace intercellulaire accessoire; parfois, des lamelles tendues à travers l'espace intercellulaire se voient aussi à une plus grande distance de l'angle de cet espace. Toutes ces lamelles doivent sans doute être regardées comme des produits de dédoublement de la lamelle moyenne. Dans certains espaces intercellulaires elles représentent des parties du revêtement qui paraissent s'être détachées de la paroi; il est facile de s'en assurer après l'addition d'iode et d'acide sulfurique légèrement dilué. Un fait connu et que j'ai moi-même observé quelquefois, c'est que les espaces intercellulaires peuvent plus tard se remplir de l'une ou l'autre matière. Chez la *Convallaria majalis*, cela paraît avoir lieu fréquemment; à proximité de l'épiderme, les espaces intercellulaires sont souvent occupés en entier par des matières ayant un aspect homogène ou renfermant une substance granuleuse. Quelquefois, chez cette plante, les espaces intercellulaires accessoires paraissent seuls s'être remplis, et alors les grands espaces intercellulaires ressemblent, quant à leurs angles, à ceux qu'on voit abondamment dans tout le règne végétal; mais il arrive aussi que les grands méats soient remplis, tandis que les petits espaces accessoires continuent à ne renfermer que de l'air.

Le second point concerne les espaces intercellulaires situés au contact de l'épiderme. Ceux-ci possèdent souvent une forme

ovale et sont ordinairement pourvus d'un revêtement très distinct (fig. 4 *b*), auquel il n'est pas rare de trouver une apparence granuleuse; dans plusieurs de ces espaces, le revêtement n'était fortement développé qu'au côté regardant l'épiderme; beaucoup s'étaient remplis, à ce qu'il semblait, de l'une ou l'autre matière. Par l'iode et l'acide sulfurique les revêtements étaient colorés en jaune ou en brun; avec la phloroglucine et l'acide chlorhydrique, et avec le sulfate d'aniline et l'acide sulfurique, ils donnaient les réactions connues de la lignine; à l'aide du chlorate de potasse et de l'acide nitrique, de l'acide chromique ou de la potasse caustique, on pouvait reconnaître qu'ils étaient plus ou moins subérifiés ou cuticularisés. Dans le rhizome de la *Convallaria majalis*, au voisinage immédiat de l'épiderme, les revêtements sont donc sujets à éprouver tant la lignification, que la cuticularisation ou subérification.

Revêtements subérifiés ou cuticularisés.

Bien que, dans les espaces intercellulaires, les revêtements lignifiés soient certainement les plus fréquents, il y a pourtant quelques cas particuliers où la subérification ou cuticularisation paraît être la régle générale. C'est ainsi, par exemple, qu'au voisinage des stomates j'ai toujours rencontré des revêtements subérifiés ou cuticularisés, qui par l'ouverture de la fente étaient en rapport avec la cuticule, dont on pouvait les regarder comme la continuation. Dans le limbe de la feuille j'ai étudié différents cas de ces revêtements. Parfois, les deux cellules de bordure en sont seules pourvues, par exemple chez la *Nymphaea odorata*; plus fréquemment j'ai observé que les revêtements s'étendaient aussi sur les cellules contiguës, par exemple chez : *Ilex aquifolium*, *Aucuba japonica* (fig. 5 *b*), *Ficus elastica*, *Aglaeonema commutatum* et *Dieffenbachia picta;* chez la *Musa sanguinea* le revêtement se prolonge encore sur d'autres

cellules, et chez l'*Eucalyptus globulus* (fig. 6 *b*) toutes les cellules qui entourent la cavité respiratoire sont munies d'un revêtement assez épais. Remarquable, sous ce rapport, est le limbe foliaire de l'*Helleborus viridis*. La cuticule de la face inférieure pénètre à travers les ouvertures stomatiques dans la feuille, où elle se continue dans les espaces intercellulaires situés le long des cellules épidermiques, — et cela non-seulement à la face inférieure du limbe, mais aussi à la face supérieure, — tandis qu'elle ne s'étend que peu le long des cellules sous-épidermiques. Dans les cas examinés, les revêtements étaient lisses et, sauf chez l'*Eucalyptus globulus* (fig. 6 *b*), de faible épaisseur. Ils résistent à l'action de l'acide sulfurique concentré et à celle de l'acide chromique; de même que la cuticule, ils restent inattaqués, tandis que tous les autres tissus sont détruits. La subérification ou cuticularisation était aussi mise très nettement en évidence par le chlorate de potasse et l'acide nitrique (fig. 5 et 6): coloration en jaune, gonflement et fusion des revêtements, tous ces phénomènes s'observaient lors du chauffage prolongé. Les cas dont il vient d'être parlé suffisent pour démontrer l'existence de revêtements subérifiés ou cuticularisés au voisinage des stomates. Des cas analogues ont été mentionnés par M. de Bary (*Vergleichende Anatomie*, p. 79).

Dans les grands canaux aérifères des pétioles de la *Nymphaea odorata* et de la *Nymphaea dentata* nous trouvons des revêtements qui, de même que les précédents, peuvent être assimilés à la cuticule. Ils offrent de la résistance à l'action de l'acide sulfurique concentré et à celle de l'acide chromique. Chauffés avec le chlorate de potasse et l'acide nitrique, ils se colorent en jaune et bientôt se fondent en nombreux petits globules (fig. 7 *b*). Il sont notablement plus minces que la cuticule. Ce n'est pas seulement par la possession de ces revêtements que les cellules contiguës au canal aérifère rappellent les cellules épidermiques, mais aussi par l'épaississement plus fort de celle de leurs parois qui est tournée vers le canal, épaississement qu'on peut aisément constater après le traitement par l'iode et l'acide

sulfurique un peu dilué (fig. 8). Pour les revêtements des conduits aérifères du *Nuphar luteum*, que M. Frank et M. de Bary regardent également comme des formations analogues à la cuticule, je n'ai pas réussi à obtenir la preuve d'une cuticularisation ou subérification. Je ne suis pas davantage parvenu à trouver des revêtements subérifiés ou cuticularisés chez beaucoup d'autres plantes à grands espaces intercellulaires aérifères, savoir chez: *Butomus umbellatus*, *Veronica Beccabunga*, *Nasturtium amphibium*, *Oenanthe Phellandrium*, *Hottonia palustris*, *Musa sanguinea*, *Dieffenbachia picta*, *Homalonema rubescens* et *Aglaeonema commutatum*.

Revêtements qui ressemblent au protoplasma.

Le *Lycopus europaeus*, la *Veronica Beccabunga* et le *Nasturtium amphibium* sont, d'après M. Russow, les plantes les plus propres à nous convaincre de la nature protoplasmatique des revêtements, surtout la première et spécialement sa racine. Pour moi, je n'ai réussi à trouver des revêtements ressemblant au protoplasma que chez le *Lycopus europaeus*. Après qu'une coupe transversale de la racine eut été traitée par l'iode et l'acide sulfurique légèrement dilué (80 %), je pus, comme M. Russow, constater la ressemblance entre le protoplasma, généralement appliqué contre la paroi, de l'intérieur des cellules du parenchyme cortical, et la substance qui existe dans les espaces intercellulaires et y tapisse la face externe des cellules. L'un et l'autre présentaient une coloration jaune d'intensité à peu près égale et une consistance granuleuse, tandis qu'ils tranchaient nettement sur la paroi cellulaire, colorée en bleu et gonflée (fig. 9). Cette ressemblance, toutefois, pas plus que l'analogie des réactions vis-à-vis de différentes matières colorantes, ne nous donne le droit de regarder les deux substances comme identiques et de con-

clure à la nature plasmatique de la seconde ; plusieurs substances, en effet, ont la propriété de se colorer de la même manière que le protoplasma en présence des réactifs iodés et de beaucoup de matières colorantes. De l'expérience suivante il ressort également combien peu les susdits moyens suffisent pour démontrer la nature protoplasmatique des revêtements. Lorsqu'on traite une coupe transversale de la racine, après l'avoir déposée dans une solution concentré de sucre de canne, par l'acide sulfurique concentré, on voit la paroi des cellules se gonfler et le protoplasma se colorer très distinctement en rouge, tandis que la matière tapissant les espaces intercellulaires reste complètement incolore. C'est là un résultat qui plaide fortement contre la nature protoplasmatique du revêtement. Je suis porté à croire que celui-ci représente un produit d'excrétion des cellules.

Conclusions.

Les résultats auxquels notre travail a conduit se laissent résumer dans les propositions suivantes :

1. Les espaces intercellulaires aérifères, schizogènes, sont en général pourvus de revêtements particuliers.

2. La nature protoplasmatique de ces revêtements n'est pas suffisamment prouvée.

3. Exception faite pour certaines matières encore peu connues, plus ou moins granuleuses, qui se rencontrent dans les espaces intercellulaires et peuvent parfois y tapisser assez uniformément le côté extérieur des cellules (*Lycopus europaeus*), le revêtement doit être considéré comme la partie externe, touchant à l'espace intercellulaire, de la paroi des cellules.

4. Dans beaucoup de cas les revêtements subissent un faible degré de lignification, mais il y a aussi quelques cas particuliers où il s'opère une cuticularisation ou subérification, par exemple au voisinage des stomates et dans les grands canaux aérifères des *Nymphaea*.

En comparant ces propositions avec ce que d'autres observateurs ont écrit sur les revêtements des espaces intercellulaires, on sera frappé de la grande différence entre mes résultats et ceux de M. Russow, qui dit entre autres (p. 7 du Mémoire précité): „Si nous récapitulons tout ce qui a été communiqué au sujet des revêtements des espaces intercellulaires, il en ressort que nous n'avons pas affaire à des téguments cuticulaires, mais à des revêtements plasmatiques ordinairement très minces," etc. Mes résultats s'accordent avec la manière de voir de M. Schenck, suivant lequel on ne saurait attribuer aux revêtements la nature plasmatique, mais mon opinion diffère de la sienne quant à quelques points d'importance secondaire. C'est ainsi que, pour l'*Aucuba japonica* et le *Ligustrum vulgare*, j'admets que dans les espaces intercellulaires du parenchyme cortical il existe des revêtements particuliers, ayant subi un faible degré de lignification. M. Schenck soutient, pour ces deux cas, que le revêtement et la plaque moyenne (*Mittelplatte*) se continuent sans interruption l'un avec l'autre et se comportent de la même manière vis-à-vis des réactifs, d'où il s'ensuivrait plutôt que les espaces intercellulaires n'étaient pas pourvus de revêtements spéciaux. En ce qui concerne le revêtement observé par M. Russow chez le *Lycopus europaeus*, M. Schenck croit devoir le regarder comme la couche externe, chimiquement modifiée, de la paroi cellulaire, tandis qu'il me paraît être plutôt un produit d'excrétion des cellules, et non un élément de la paroi. Finalement, je ferai remarquer que, pour le *Ligustrum vulgare*, il y a accord entre mes résultats et ceux obtenus par M. Gardiner, cet auteur ayant pu constater une lignification dans la partie externe, touchant à l'espace intercellulaire, de la paroi des cellules.

EDAM, Mai 1886.

Explication des Figures.

Toutes les figures sont dessinées au grossissement linéaire de 440 fois et représentent des coupes transversales: les fig. 1, 2, 3, 4, 8 et 9 des coupes préalablement traitées par l'iode et l'acide sulfurique à 80 %, les fig. 5, 6 et 7 des coupes chauffées avec le chlorate de potasse et l'acide nitrique. La signification des lettres est la suivante: *b* (*b'* et *b''*) revêtement. *m* lamelle moyenne, *n* espace intercellulaire accessoire, *p* protoplasma.

Fig. 1. *Sambucus nigra*, tige.
" 2. *Aucuba japonica*, feuille.
" 3. *Convallaria majalis*, rhizome.
" 4. " " "
" 5. *Aucuba japonica*, limbe de la feuille.
" 6. *Eucalyptus globulus*, limbe de la feuille.
" 7. *Nymphaea odorata*, pétiole.
" 8. " " "
" 9. *Lycopus europaeus*, racine.

SUR LA CAUSE PHYSIQUE

DE LA DIAPÉDÈSE DES CORPUSCULES BLANCS DU SANG, EN CAS D'INFLAMMATION,

PAR

C. A. PEKELHARING.

La question de savoir par quelle force, lors de l'inflammation, les corpuscules blancs du sang passent à travers la paroi vasculaire, n'a pas été résolue jusqu'ici d'un accord unanime.

Quiconque observe le phénomène de la diapédèse est fortement frappé des changements de forme que les globules blancs du sang subissent, aussi bien avant de pénétrer dans la paroi vasculaire, que pendant et après l'émigration ; et comme on sait que ces changements de forme sont dus à la contractilité propre des leucocytes, la présomption s'impose d'emblée que ces cellules traversent la paroi vasculaire en vertu de leurs mouvements actifs. Cette présomption a effectivement été émise par M. Cohnheim lui-même, dans sa première communication au sujet de l'émigration des globules blancs du sang. Mais plus tard il a renoncé à cette manière de voir et s'est rallié à l'opinion de M. Hering, suivant lequel les globules sont chassés par pression à travers la paroi du vaisseau, sans que leurs mouvements propres interviennent pour une part notable dans le phénomène ; bien entendu, la paroi vasculaire doit avoir préalablement éprouvé la modification caractéristique de l'inflammation. Lorsque, en effet, par suite

de l'une ou l'autre influence nuisible, la paroi vasculaire a acquis une perméabilité anormale, les corpuscules rouges du sang, qui pourtant n'exécutent pas de mouvements propres, la traversent, sous pression sanguine modérée, tout aussi bien que les corpuscules blancs, dès qu'ils viennent à être appliqués contre la paroi. En outre, quand par l'occlusion de l'artère afférente il réduisait la pression sanguine à un minimum, M. Cohnheim voyait s'arrêter l'extravasation des globules blancs du sang, raison de plus, selon lui, pour croire que c'est la pression, et non le mouvement propre des leucocytes, qui amène ces cellules au dehors.

Plusieurs observateurs, toutefois, n'ont pu accepter cette explication. M. von Recklinghausen [1]) ne trouve aucun motif pour ne pas admettre que les éléments incolores du sang percent la paroi vasculaire en vertu de leur activité propre, puisque durant tout le processus migratoire on voit les cellules exécuter des mouvements autonomes, et que, chez la grenouille adulte, des cellules contractiles, pigmentées, peuvent aussi s'insinuer à travers la paroi capillaire dans la cavité du vaisseau. — On ne doit pas perdre de vue, au reste, que, de la production de mouvements amiboïdes lors de l'émigration, il ne résulte pas encore que ces mouvements aient pour but, et pour effet, la sortie des globules.

Récemment, M. Lavdowsky [2]) a insisté sur l'automobilité des corpuscules blancs du sang, en faisant remarquer qu'ils peuvent arriver au jour, à travers la paroi vasculaire, dans des conditions où la pression sanguine pourrait difficilement être regardée comme la force motrice. — Cela ne prouve pas, toutefois, que, lors de l'inflammation, l'activité des leucocytes joue le rôle principal dans l'émigration.

Personne n'a défendu avec plus de force que M. Binz l'opi-

---

[1]) *Deutsche Chirurgie, Handbuch der allgemeinen Pathologie des Kreislaufs und der Ernährung*, p. 225.

[2]) Virchow's *Archiv*, T. XCVII, p. 188.

nion que les corpuscules sanguins se fraient eux-mêmes le passage à travers la paroi du vaisseau. Le fait capital sur lequel il fonde sa conviction, c'est que des matières qui exercent une influence paralysante sur les globules blancs du sang empêchent aussi l'extravasation de ces cellules. Après que M. Binz eut appris à connaître l'action paralysante des sels de quinine sur le protoplasma, M. Scharrenbroich [1]) constata, sous sa direction, que l'injection sous-cutanée de ces sels, pratiquée sur la grenouille, empêche, arrête, ou du moins entrave le processus d'émigration dans le mésentère mis à découvert; cette observation, bien que contestée çà et là, ne tarda pas à recevoir des confirmations de divers côtés. Plus tard, on trouva que d'autres substances encore, douées du pouvoir de paralyser les globules blancs du sang, s'opposent à l'extravasation de ces cellules, soit qu'on les applique localement sur la partie enflammée, soit qu'on les injecte sous la peau ou directement dans les vaisseaux sanguins. L'eucalyptol [2]), l'acide phénique, l'acide salicylique [3]), l'iodoforme [4]) sont au nombre de ces substances.

De la coïncidence entre la cessation du mouvement actif et l'émigration, M. Binz conclut à un rapport de cause à effet entre ces deux phénomènes. Le fait, que l'extravasation des globules blancs cesse également dès qu'on empêche l'afflux du sang, doit être attribué, suivant M. Binz, non à la disparition de la pression sanguine, mais à l'arrêt de la circulation. Les globules blancs, dit-il, sont paralysés par le manque d'oxygène tout aussi bien que par divers poisons. Lorsque, en cas d'inflammation, ils sont appliqués contre la

---

1) *Das Chinin als Antiphlogisticum*, Dissertation, Bonn 1867. Voir aussi: *Nederl. Tijdschr. v. Geneesk.*, 1869, p. 181.

2) Mees, *Over de werking van Eucalyptus Globulus*, Dissertatie, Groningen 1873; et Binz, Virchow's *Archiv.*, T. LXIII, p. 289.

3) Prudden, *American Journal of the medical sciences*, 1881, p. 82, et 1882, p. 64.

4) Binz, Virchow's *Archiv*, T. LXXXIX. p. 389.

paroi du vaisseau, ils peuvent grâce à leurs mouvements traverser cette paroi, tant qu'un nouvel apport d'oxygène leur est fourni par les globules rouges qui passent devant eux; mais aussitôt que le courant sanguin s'arrête, l'émigration cesse, non parce que la pression latérale est alors fortement diminuée, mais parce que les cellules, privées d'oxygène, ont perdu leur contractilité. M. Binz fait remarquer, en outre, que la ligature d'une veine suspend l'émigration dans la partie périphérique tout aussi bien que dans la partie centrale du vaisseau, quoique, dans le bout périphérique, la pression ne subisse aucun abaissement. Il rappelle aussi un phénomène déjà décrit par d'autres, et qui certainement a été observé maintes fois par tous ceux qui se sont occupés un peu sérieusement de l'étude microscopique du processus inflammatoire. De temps en temps il arrive que le sang s'arrête dans une branche de communication entre deux vaisseaux. Aux deux extrémités cette branche s'emplit alors peu à peu de plasma et de globules blancs, au moins si dans les vaisseaux qu'elle unit le sang circule avec assez de vitesse pour que les globules rouges y restent dans l'axe. Il peut arriver aussi que dans un rameau étroit, détaché à angle presque droit d'un vaisseau plus large, la circulation persiste, mais que pendant quelque temps il n'y passe que des globules blancs, pas de globules rouges. Dans l'un et l'autre cas, on ne voit aucun globule blanc traverser la paroi vasculaire. Cela ne saurait s'expliquer, suivant M. Binz, si l'on admet que les leucocytes sont expulsés passivement, puisque, dans les cas en question, la pression est parfaitement suffisante pour la filtration; par contre, le phénomène devient compréhensible, à son avis, quand on considère que les globules blancs du sang n'arrivent alors plus en contact continuel avec de nouveaux véhicules d'oxygène, et que, par suite, ils deviennent incapables de transpercer la paroi. „Dans ces conditions il existe donc, tant que les corpuscules rouges n'ont pas d'accès direct aux blancs, une zone presque isolante de sérum entre ces

véhicules d'oxygène et le protoplasma contractile, avide d'oxygène. La petite quantité d'air vital contenue dans le sérum ne suffit pas pour provoquer des mouvements actifs." [1])

Mais l'observation même du mésentère enflammé force à douter de cette assertion. Dès que l'inflammation a duré quelque temps, on voit en effet les cellules, issues du sang, ramper dans le tissu du mésentère à une grande distance des vaisseaux sanguins, au moyen de mouvements amiboïdes très énergiques. Là, pourtant, elles sont beaucoup plus éloignées des véhicules d'oxygène qu'elles ne le sont à l'intérieur des vaisseaux sanguins dans les circonstances ci-dessus indiquées, et là on devrait donc, avec bien plus de raison, s'attendre à les trouver paralysées par la privation d'oxygène. En réalité, le besoin d'oxygène des globules blancs du sang n'est pas aussi grand que le prétend M. Binz. Introduisons dans le sac lymphatique dorsal d'une grenouille la pointe effilée d'un petit tube de verre, portons sur une lame de verre la goutte de lymphe que l'action capillaire a fait monter dans le tube, et couvrons-la immédiatement d'une autre lame de verre; si alors, pour prévenir l'évaporation et l'accès de l'oxygène, nous entourons le verre couvre-objet d'un bord imperméable de paraffine ou de vaseline, nous pourrons étudier dans cette goutte de lymphe les mouvements des leucocytes, et il nous sera facile d'observer chez eux, pendant une couple d'heures, non-seulement des changements de forme, mais aussi des phénomènes de locomotion. Or, ces globules se trouvent alors indubitablement, en ce qui concerne l'accès de l'oxygène, dans des conditions beaucoup plus défavorables que les globules blancs des vaisseaux mésentériques où ne circulent plus des cellules à contenu d'hémoglobine.

La cessation de l'émigration, lorsque le sang s'arrête, ou la suspension du phénomène lorsque durant quelque temps un vaisseau ne donne passage qu'à des globules blancs, ne

---

[1]) Binz, Virchow's *Archiv*, T. LIX, p. 295.

peut donc être expliqué par une paralysie des cellules, due au défaut d'oxygène.

Par contre, les faits cités ne constituent pas, pour l'hypothèse de la filtration, des objections aussi irréfutables que le pense M. Binz.

Quand une veine du mésentère enflammé est occluse vers le milieu de son trajet, l'extravasation des cellules cesse, aussi bien dans le bout périphérique que dans le bout central. Il est facile de s'en assurer. Pour cela, le mieux sera de choisir une veine qui, entre le point où elle naît du concours de deux petites veines intestinales et le point, voisin de la racine du mésentère, où elle se réunit à une autre grande veine, ne reçoit pas de sang de vaisseaux plus petits. Au milieu de l'intervallle entre ces deux points, on étrangle le vaisseau au moyen d'une ligature ou, mieux encore, en le serrant entre les branches d'une fine pince. Si le sang peut facilement s'écouler du mésentère vers la cavité abdominale, ce qui est le cas chez des grenouilles récemment prises, médiocrement curarisées et préparées avec précaution, la réplétion du bout central de la veine oblitérée diminue fortement. Là, par conséquent, l'arrêt de l'extravasation est en parfait accord avec l'hypothèse de la filtration. Le bout périphérique, au contraire, s'emplit fortement, mais de corpuscules du sang, beaucoup plus que de plasma sanguin. Bientôt les corpuscules y sont tellement rapprochés qu'on ne les distingue plus les uns des autres. Dans les deux branches qui forment la veine, le cours du sang est changé par suite de l'occlusion. Tandis que précédemment les courants de ces deux branches convergeaient vers la grande veine, le sang passe maintenant d'une des branches dans l'autre, mais, à cause de la résistance plus grande qu'il éprouve dans ce nouveau trajet, il coule plus lentement et d'une manière plus ou moins irrégulière. A chaque renforcement du courant un peu de sang est refoulé, du moins au début, dans la veine occluse, et dès que le courant faiblit, le plasma de ce sang reflue, tandis que les corpus-

cules restent en majeure partie. Les molécules liquides, en effet, incomparablement plus petites et plus mobiles que les corpuscules, trouvent beaucoup plus facilement leur chemin vers la seconde branche, par laquelle le sang s'écoule maintenant. Même quand le courant est régulier, les corpuscules s'accumulent dans le vaisseau oblitéré, par suite de leur entrechoquement. De même que, dans les branches veineuses, où maintenant la circulation est suffisamment ralentie, les globules rouges sont pressés contre la paroi, de même, là où cette paroi manque, c'est-à-dire là où les branches débouchent dans le tronc veineux, ces globules sont en partie rejetés en dehors du courant.

La forte accumulation de globules dans le bout périphérique de la veine occlusionnée aura pour effet d'y réduire à un minimum l'exsudation de la partie liquide du sang. Car le liquide, amené par l'une des deux branches, aurait à passer non-seulement à travers la paroi du vaisseau, mais aussi à travers une épaisse et dense couche de corpuscules. Il n'est pas douteux que, en présence d'une pareille augmentation de la résistance, la filtration ne doive diminuer considérablement. Or, par là disparaît un des facteurs les plus importants pour la filtration des globules blancs du sang, lesquels, comme on sait, traversent la paroi suivant la même voie que le liquide, savoir, en passant entre les cellules de l'endothélium. [1]) La cessation de la diapédèse, dans ces circonstances, plaide plutôt contre que pour la participation active des globules blancs à l'extravasation. On ne s'expliquerait pas pourquoi un globule blanc, occupé à se frayer un passage à travers la paroi vasculaire, serait subitement arrêté dans son action par la suspension du courant sanguin, alors que, sans aucun nouvel apport d'oxygène, il conserve pendant des heures entières ses propriétés contractiles. Il est facile de comprendre, au contraire, qu'un pareil globule, refoulé contre la paroi

[1]) Laidlaw Purves, *Arch. Néerl.*, T. IX; et Arnold, Virchow's *Arch.*, T. LXVI, p. 77.

vasculaire par la pression du sang, et entraîné à travers cette paroi par un courant liquide, reste en chemin lorsque la filtration du liquide diminue fortement, comme il a été dit, à la suite de l'occlusion du vaisseau.

Beaucoup plus tard seulement, quand la stagnation du sang a duré longtemps et qu'en conséquence la paroi vasculaire est devenue très perméable, on voit apparaître au dehors des corpuscules rouges et, avec eux, un petit nombre de blancs. Le fait, que les globules rouges sont alors prédominants, doit être attribué à ce que dans le sang stagnant la séparation des globules blancs et rouges n'existe plus, de sorte que les rouges viennent s'appliquer en foule contre la paroi, non, comme le dit M. Binz [1]), „précisément à l'inverse de ce qui a lieu dans l'inflammation", mais exactement comme dans une inflammation qui, par la violence de l'affection des parois vasculaires, a conduit à la stagnation du sang.

L'observation, qu'aucun corpuscule sanguin ne s'échappe d'un vaisseau tant que celui-ci contient uniquement des cellules blanches, ne saurait non plus être invoquée comme argument décisif contre l'hypothèse de la filtration, et encore beaucoup moins comme preuve à l'appui de l'opinion que l'émigration dépend de l'activité des globules blancs du sang. Dans ces circonstances, d'abord, les mouvements amiboïdes ne manquent pas entièrement. Dans des capillaires où pendant longtemps n'avait passé un seul globule rouge, j'ai vu des corpuscules blancs ramper le long de la paroi en exécutant les plus beaux mouvements amiboïdes. Si ces corpuscules ne traversent pas la paroi, l'absence de mouvements actifs n'en est donc certainement pas la cause. Le phénomène éveille plutôt l'idée que les leucocytes ne sont pas pressés contre la paroi vasculaire avec assez de force pour passer entre les cellules de l'endothélium. Ils se déplacent le long de la paroi avec une vitesse relativement grande. Mais dès

---

[1]) Virchow's *Arch.* T. LXXIII, p. 183.

que les globules rouges retrouvent accès au vaisseau et, comme l'exprime M. Binz [1]), „passent l'un après l'autre devant les globules blancs, en les contournant de près," il semble que le choc continuellement répété des globules rouges contre les blancs, adhérents à la paroi, favorise l'émigration.

La plupart des corpuscules blancs, toutefois, dans les cas dont il s'agit, sont entièrement ronds. Souvent, et surtout aux extrémités de branches de communication dans lesquelles le courant est arrêté, on en trouve rassemblés un grand nombre, qui ne présentent pas trace de mouvement actif et dont aucun ne traverse la paroi. De cela d'ailleurs, au point de vue de l'hypothèse de la filtration, il n'y a pas lieu de s'étonner. Car ces corpuscules, comme l'a déjà fait remarquer M. Zahn [2]), sont libres; ils participent au mouvement oscillatoire du liquide et ne peuvent donc être foulés à travers la paroi. Mais lorsque le sang recommence à couler dans le canal de communication, les leucocytes accumulés sont en partie entraînés par le courant, en partie rejetés contre la paroi par les globules rouges affluents. Là ils s'attachent, et dès lors ils peuvent passer au dehors. On n'en saurait conclure qu'ils percent la paroi de leur propre effort.

Une grave difficulté, pour l'opinion qui considère la diapédèse comme un processus actif, c'est le fait que des globules rouges traversent également la paroi vasculaire. M. Binz admet que ce fait ne se produit que lorsque les vaisseaux sont arrivés, au cours de l'inflammation ou par suite de stase prolongée du sang, à un état d'éraillement (*Brüchigkeit*) beaucoup plus prononcé qu'il n'est nécessaire pour l'issue des corpuscules blancs [3]). Cette hypothèse, toutefois, ne s'accorde pas avec la réalité. Dans toute inflammation on peut observer, comme M. Cohnheim l'a déjà dit dans sa première com-

---

[1]) Virchow's *Archiv*, T. LIX, p. 293.

[2]) *Arbeiten aus dem Berner Pathol. Institut*, Würzburg, 1873, p. 8.

[3]) Virchow's *Archiv*, T. LXXXIX, p. 390.

munication „*Ueber Entzündung und Eiterung*", que les vaisseaux capillaires laissent émigrer non-seulement des corpuscules blancs, mais aussi des globules rouges, et cela longtemps avant que l'affection inflammatoire des parois vasculaires ait atteint un haut degré d'intensité. En général, même quand la paroi n'a gagné que modérément en perméabilité, les globules rouges la traversent aussi bien que les blancs. La prédominance de ces derniers dans l'exsudat inflammatoire tient à ce que, en cas de ralentissement faible du courant sanguin, les corpuscules blancs arrivent seuls dans la zone marginale plasmatique. Tant les rouges que les blancs sont portés, par la rapidité du courant liquide, vers l'axe du vaisseau. Mais, lors des chocs des corpuscules rouges contre les blancs, les rouges, grâce à leur force vive supérieure, conserveront généralement leur direction, tandis que les blancs seront lancés de côté. En cas de vitesse suffisante du courant sanguin, les corpuscules blancs déviés sont immédiatement ramenés vers le milieu; mais si la vitesse diminue, comme dans l'inflammation, les leucocytes, une fois parvenus dans la zone marginale plasmatique, y restent immobiles ou n'avancent plus que lentement. La vitesse s'abaisse-t-elle encore davantage, elle n'est même plus en état de tenir les corpuscules rouges écartés du bord, et la séparation caractéristique des éléments figurés du sang disparaît.

Lors d'une inflammation de degré modéré, la circulation ne se ralentit pas assez fortement pour que, dans les veines et les grands capillaires, les globules rouges viennent s'appliquer aux parois. Quand même de temps en temps une hématie, heurtée par d'autres, est lancée contre la paroi, elle peut, à raison de sa forme aplatie, être ramenée beaucoup plus facilement qu'un leucocyte, par une vitesse moyenne, vers le courant axial. Dans les susdits vaisseaux, la paroi ne peut donc être traversée que par des corpuscules blancs. Mais dans les capillaires étroits, où il n'est plus du tout question de zone marginale plasmatique, çà et là un corpuscule rouge

se trouve retenu en un point de bifurcation ou entre les corpuscules blancs, et alors il passe tout aussi bien que les blancs à travers la paroi du vaisseau. [1])

Il ne reste donc plus, contre l'hypothèse de la filtration, d'autre argument que celui emprunté à l'arrêt de l'émigration ou, pour parler comme M. Cohnheim, de l'extravasation, sous l'influence des matières qui exercent une action paralysante sur les corpuscules blancs du sang. Or, pour que ces corpuscules sortent en quantité un peu notable, il faut non-seulement qu'ils soient appliqués contre la paroi du vaisseau, mais, en outre, que cette paroi elle-même ait une perméabilité anormale. Il serait donc possible que la quinine, l'eucalyptol, etc. missent fin à la diapédèse non par leur action paralysante sur les leucocytes, mais en diminuant la perméabilité de la paroi vasculaire. Voici comment M. Binz s'exprime à ce sujet: „On pourrait encore dire: l'extravasation est empêchée parce que les vapeurs de l'hydrocarbure (eucalyptol) s'opposent à l'altération nécessaire des parois vasculaires, et telle est la cause directe de leur action antiphlogistique. Mais, provisoirement, personne ne voudra s'arrêter sérieusement à cette pétition de principe, où ce qui doit être prouvé est d'abord employé comme argument" [2]). Et plus loin:

---

[1]) L'opinion de M. Schklarewsky (Pflüger's *Archiv*, T I, p. 657), que les corpuscules blancs seraient expulsés par les rouges, parce que là où il y a le plus de corpuscules rouges la densité du liquide est plus grande, soulève différentes objections. Les leucocytes s'échapperaient alors uniquement par le haut, contrairement à la direction de la pesanteur, tout comme il arrive pour la boule de cire plongée en partie dans le mercure et en partie dans l'eau, que l'auteur prend pour exemple. Il faudrait aussi que, en cas de stagnation du sang, la paroi fût traversée surtout par des corpuscules blancs, et non, principalement, par des rouges. — La viscosité des corpuscules blancs, fréquemment invoquée, et à laquelle M. Schklarewsky refuse à tort toute influence, ne peut avoir pour effet de les amener vers la paroi, mais bien de les y maintenir, une fois lancés dans cette direction.

[2]) Virchow's *Archiv*, T. LXXIII, p. 191.

„D'après l'explication de M. Hering et de M. Cohnheim, il faudrait admettre que par elles (les substances médicamenteuses en question) la paroi vasculaire „altérée" fut ramenée à l'état normal, ce qui prévint toute émigration ultérieure. Une pareille action, localement dirigée sur le vaisseau, devrait toutefois être démontrée, et c'est ce qui n'a pas eu lieu jusqu'ici." [1])

Mais, si cette démonstration pouvait être donnée, — et à priori il n'y a rien d'inconcevable à une semblable influence curative exercée par des substances médicamenteuses sur la paroi vasculaire pathologiquement altérée, — il semblerait permis, après ce qui précède, de regarder la question comme tranchée dans le sens de l'opinion de MM. Hering et Cohnheim.

Or, il est à noter que différents auteurs, qui ont étudié l'influence de la quinine sur le processus inflammatoire, ne parlent pas seulement de diminution ou d'arrêt de l'émigration, mais aussi d'une amélioration de la circulation.

M. Scharrenbroich [2]) a toujours vu le cours du sang se ralentir après l'injection hypodermique de quinine, mais dans les expériences XXI et XXII, où la quinine avait été appliquée localement sur le mésentère mis à nu, il trouva la circulation remarquablement active.

M. Martin [3]) dit que le quinine „exerce une influence enrayante sur la dilatation des vaisseaux." Il parle aussi, à différentes reprises, de circulation lente chez les grenouilles-témoins.

M. Zahn [4]) mentionne deux expériences, où le diamètre intérieur d'une veine mésentérique devint plus petit après irrigation avec la quinine. Dans l'un des cas il tomba de $0^{mm},14$ à $0^{mm},12$, dans l'autre, de $0^{mm},18$, après une augmentation passagère, à $0^{mm},136$.

---

1) *Ibid.*, T. LXXXIX, p. 395.

2) *l.c.*

3) *Das Chinin als Antiphlogisticum.* Dissertation, Giessen, p. 24.

4) *l.c.* p. 40.

M. Kerner [1]) trouva que l'injection de petites doses de quinine rendait la circulation, dans le mésentère enflammé de la grenouille, plutôt meilleure que plus mauvaise.

M. Appert [2]) a observé le processus inflammatoire dans la langue blessée d'une grenouille, cette langue étant irriguée alternativement avec une solution de Na Cl à $\frac{3}{4}$% et avec une solution de quinine à $\frac{1}{10}$%. Comme suite de l'irrigation avec la quinine, il vit toujours une accélération assez notable du cours du sang et un élargissement tant des artères que des veines. Administrée à l'intérieur, au contraire, la quinine produisait, à fortes doses, un ralentissement considérable de la circulation, à doses moindres, un faible ralentissement du courant et un rétrécissement modéré des vaisseaux. Quant à l'influence de l'irrigation par la quinine sur le processus d'émigration, voici ce que M. Appert en dit: „L'immobilité observée chez les cellules émigrées, et qui se traduisait tout particulièrement par leur accumulation autour des vaisseaux abandonnés, ne permet pas, il est vrai, de douter que la modification imprimée à ces cellules par le quinine ne doive être regardée comme une entrave à leur locomotion. Mais il ne faut pas trop appuyer sur cette circonstance pour expliquer la diminution de l'émigration des corpuscules blancs du sang; ce qui le défend, c'est qu'aucun changement n'a pu être observé chez les cellules encore intravasculaires, même pendant l'irrigation la plus prolongée avec la solution de quinine" [3]).

Pour juger de l'influence de la quinine sur les parois vasculaires, l'application locale de l'alcaloïde à la partie enflammée mérite certainement la préférence sur l'injection hypodermique. Il importe beaucoup, en effet, d'exclure l'action nuisible de la quinine sur le cœur. Comme tous les autres observateurs, j'ai vu, après l'injection sous-cutanée de doses pas trop minimes, se ralentir le cours du sang, ralentissement imputable,

1) Pflüger's *Archiv*, T. VII, p. 122.

2) Virchow's *Archiv*, T. LXXI, p. 364.

3) *l.c.* p. 378.

sans nul doute, à l'affaiblissement de l'action cardiaque. Dans ces conditions, la dilatation des veines ne prouve rien pour l'état des parois vasculaires elles-mêmes, cette dilatation pouvant dépendre de ce que le sang s'écoule plus difficilement vers le cœur. En un petit nombre de cas j'ai constaté, de même que M. Appert, une contraction tant des artères que des veines; mais ordinairement les veines devenaient un peu plus larges, ou conservaient leur diamètre antérieur.

En irriguant toutefois avec une solution très étendue de quinine le mésentère mis à nu, j'ai trouvé une action manifeste de l'alcaloïde sur les parois vasculaires elles-mêmes, action contraire à celle que détermine l'inflammation. Ordinairement je me servais d'une solution à 0,05 % de chlorhydrate de quinine et 0,5% Na Cl. Lorsque l'inflammation n'a pas encore duré longtemps, et que le mésentère n'est pas encore couvert d'une couche d'exsudat gélatineux, une solution aussi faible est suffisante, non-seulement pour arrondir et rendre granuleux les leucocytes contenus dans le mésentère, mais aussi pour changer le diamètre des vaisseaux. Les solutions plus fortes, telles que M. Appert les employait pour la langue de grenouille, occasionnent dans les petits vaisseaux du mésentère, au moins lorsqu'une couche d'exsudat ne fait pas obstacle à l'action du poison, la stase du sang. C'est précisément à cause de cela que le mésentère me paraît mieux convenir aux recherches que la langue blessée: les vaisseaux mésentériques sont recouverts d'une si mince couche de tissu, qu'ils permettent l'emploi de solutions assez faibles pour écarter tout danger que la quinine soit résorbée en quantité telle que le cœur puisse en être affecté.

En opérant ainsi, je trouvai en général, immédiatement après l'irrigation avec la quinine, une accélération du courant sanguin et un rétrécissement des veines, en même temps qu'un élargissement des artères. J'en citerai une couple d'exemples.

Chez une *Rana esculenta* vigoureuse, venant d'être prise, et curarisée, le mésentère est découvert, à huit heures du

matin. A deux heures, l'émigration est en pleine activité. Une artère et une veine sont mesurées, chaque fois au même point, à l'aide du micromètre oculaire, Oc. 3, Obj. B, Zeiss.

Temps.	Divisions. Veine.	Divisions. Artère.	
2h.5m	23	19	
2 .20	23	22	
2 .25	24	22	
2 .30	23	22	
2 .32	17	25	Depuis 2h30m jusqu'à 3h45m irrigation du mésentère avec une solution à 0,05 pct. chlorh. de quin. et 0,5 pct. NaCl.
2 .34	16	25	
2 36	14	25	
2 .38	15	27	
2 .45	18	30	
2 .50	18	30	
3 .5	19	30	
3 .15	20	28	
3 .30	20	24	
3 .45	20	30	

Chez une *Rana esculenta* fraîche, le mésentère est mis à nu à huit heures du soir. Le lendemain matin, on enlève avec précaution, autant que possible, l'exsudat qui recouvre le mésentère. Une artère et une veine sont mesurées à l'aide du micromètre oculaire, Oc. 3, Obj. B, Zeiss.

Temps.	Divisions. Veine.	Divisions. Artère.	
11h.30m	35	23	
11 .15	35	23	
11 .20	35	25	De 11h 15 à 11h 55 irrigation du mésentère avec une solution à 0,05 pct. chlorh. de quin. et 0,5 pct. NaCl.
11 .22	33	27	
11 .25	34	28	
11 .30	32	30	
11 .35	32	30	
11 .40	33	30	
11 .45	31	30	
11 .50	32	30	
11 .55	32	30	

Dans le second cas, le rétrécissement de la veine fut moins considérable que dans le premier. D'abord, il n'était pas possible de débarrasser complètement le mésentère de sa couche d'exsudat sans blesser la membrane, de sorte que la solution ne pouvait agir avec la même facilité sur les vaisseaux; et, en second lieu, l'artère avait subi dans ce cas une dilatation notable, ce qui naturellement contrarie le rétrécissement des veines.

Parfois, même chez des grenouilles fraîches et à circulation active, les veines, au lieu de se rétrécir, devenaient également plus larges, surtout après une irrigation longtemps prolongée. Dans ce cas, néanmoins, la dilatation des veines était moins considérable que celle des artères. Par exemple:

Chez une *Rana esculenta* fraîche, le mésentère est mis à nu le matin, à huit heures. Une artère et une veine sont mesurées, chaque fois au même point, à l'aide du micromètre oculaire, Oc. 3, Obj. B, Zeiss.

Temps.	Divisions.		
	Veine.	Artère.	
9h.40m	35	24	De 9h 10m à 4h irrigation avec une solution à 0,05 pct. chlorh. de quin. et 0,5 pct. Na Cl.
11	35	34	
12	39	40	Courant rapide; peu de leucocytes au bord.
1 .40	40	40	
3	40	40	
4	40	40	Courant encore rapide; peu de leucocytes au bord. Pourtant, aux alentours des vaisseaux, le nombre des corpuscules blancs est augmenté. De la veine mesurée un corpuscule blanc s'échappe, sans mouvement amiboïde appréciable. Conservé la grenouille à l'abri de la dessiccation. Le lendemain matin:
10	40	25	

Avant et après l'rrigation avec la quinine, la veine était beaucoup plus large que l'artère; pendant l'irrigation, elle était donc relativement étroite.

Je me suis assuré itérativement, il est à peine besoin de le dire, qu'une solution de sel marin, au même degré de

concentration et à la même température, mais sans quinine, mise de la même manière en contact avec le mésentère, n'exerçait pas sur les vaisseaux sanguins l'action ci-dessus décrite.

La rapidité avec laquelle s'effectue le rétrécissement des veines, sous l'influence de l'irrigation avec la quinine, éveille l'idée d'une action musculaire. Toutefois, même quand on admet que ce rétrécissement dépend de la contraction des fibres musculaires de la paroi des veines, il reste très remarquable que les fibres musculaires des parois artérielles réagissent, en présence de la quinine, dans le sens directement opposé.

En ce qui concerne l'action de l'huile d'eucalyptus, M. Mees [1]) mentionne qu'elle eut pour effet de prévenir l'inflammation dans le mésentère de la grenouille, mis à nu. Tout en ne donnant aucun détail au sujet de la vitesse du courant et de la largeur des vaisseaux, il dit expressément que, dans le mésentère exposé pendant 24 heures à l'action de l'huile d'eucalyptus, non-seulement il n'y avait pas eu extravasation de globules blancs, mais qu'en outre la circulation ne laissait rien à désirer. On peut en conclure que l'élargissement des vaisseaux et le ralentissement du courant, qui s'observent comme conséquences de l'altération de la paroi vasculaire lors de l'inflammation, furent, l'un et l'autre, contrariés par les vapeurs de l'hydrocarbure.

Plus tard, l'action de l'eucalyptol sur le processus inflammatoire a été étudiée par M. Binz. De même que M. Mees, il trouva que cette substance paralyse les corpuscules blancs du sang et empêche l'émigration. Il mesura en outre la largeur d'une veine du mésentère, qui avait été découvert et mis en contact avec la vapeur d'eucalyptol. Ces mesures lui montrèrent que la veine s'élargissait peu à peu, d'où il conclut que „l'eucalyptol n'a pas d'influence évidente sur la dilatation de la paroi du vaisseau" [2]).

---

[1]) *l. c.*, p. 34.

[2]) Virchow's *Archiv*, T. LXXIII, p. 181.

M. Binz ne nous apprend rien, toutefois, au sujet du diamètre des artères. Or, il pourrait très bien se faire que l'élargissement observé chez les veines eût été dû, non à l'altération inflammatoire de ces vaisseaux, mais à l'affaiblissement de la tonicité artérielle. Appliqué localement sur le mésentère enflammé, l'eucalyptol détermine en effet, tout comme la quinine, un élargissement des artères, ainsi que le montrent les observations suivantes.

Chez une *Rana esculenta* fraîche, curarisée, le mésentère est mis à nu vers le soir. Le lendemain matin l'inflammation est bien développée. Une veine et une artère sont mesurées à l'aide du micromètre oculaire, Oc. 3, Obj. B, Zeiss.

Temps.	Divisions.		
	Veine.	Artère.	
11h	35	28	Porté quelques gouttes d'eucalyptol dans l'anneau sur lequel est tendu le mésentère.
11h.40m	30	30	
12 .20	30	29	Emigration presque complètement arrêtée. Dans le mésentère, cellules rondes, non granuleuses.
1 .30	29	30	
2	29	30	Etat le même. Circulation rapide.
6	37	20	Courant très lent. Le mésentère, venu en contact avec l'eucalyptol, est devenu trouble.

Rana esculenta, traitée comme ci-dessus. Mésentère mis à découvert à 12h.30m.

	Temps.	Divisions.		
		Veine	Artère	
	1h.15m	35	30	
	2 .15	35	25	
	6 .30	28	24	
Le lendemain matin	10	30	23	Porté quelques goutte d'eucalyptol sous le mésentère.
	10 .15	40	30	
	11 .15	40	40	
	1 .30	30	38	
	3	35	40	

Dans le premier de ces deux cas, malgré la dilatation de l'artère, la veine devint plus étroite, jusqu'à ce que le cours de l'expérience fût troublé par le contact accidentel du liquide avec le mésentère. Dans le second cas, où l'émigration des cellules cessa également après l'application de l'eucalyptol (un liquide limpide, qui avait été conservé à l'abri de la lumière), le diamètre de la veine augmenta, à la vérité, mais la dilatation de l'artère fut encore beaucoup plus considérable; en outre, après que l'action eut duré quelque temps, la veine devint plus étroite, bien que l'artère restât dilatée.

A mon grand regret je n'ai pu consulter, dans l'original, les Mémoires de M. Prudden sur l'action des acides phénique et salicylique, et les courts résumés que j'en ai vus ne nous apprennent pas s'il a observé quelque influence de ces corps sur les parois vasculaires modifiées par l'inflammation.

En ce qui regarde l'acide salicylique, j'ai trouvé, comme pour la quinine et l'eucalyptol, un rétrécissement absolu ou relatif des veines dans la région vasculaire enflammée. De même que M. Prudden, j'ai vu que les solutions fortes déterminent facilement des altérations trop profondes. Lorsque, toutefois, le mésentère est déjà recouvert d'une couche d'exsudat gélatineux, une solution concentrée, appliquée en petite quantité sur la membrane, donne un bon résultat C'est ce qu'établit l'expérience suivante:

Rana esculenta fraîche. Mésentère mis à nu la veille au soir. Forte inflammation. Mesures comme précédemment.

Temps.	Divisions.		
	Veine.	Artère.	
10h	25	30	
10 .30	25	30	Porté sur le mésentère quelques gouttes d'une solution saturée d'acide salicylique dans une solution indifférente de sel marin.
10 .35	22	34	
10 .40	22	36	
10 .45	23	38	
10 .50	26	42	
11 .50	27	35	

Pour l'irrigation permanente, il est nécessaire que les solutions soient faibles; concentrées, elles tuent rapidement les parois des vaisseaux, de sorte que le sang s'arrête. L'emploi d'un liquide obtenu en ajoutant neuf parties d'une solution indifférente de sel marin à une partie d'une solution saturée d'acide salicylique dans Na Cl à 0,5% m'a donné le résultat suivant:

Rana esculenta fraîche. Mesentère découvert à 9^h45^m. Mesures comme précédemment.

Temps.	Divisions.			
	Veine.	Veine.	Artère.	
10^h	32	60	32	Irrigation avec une solution de $\frac{1}{10}$ acide salicylique dans Na Cl à 0,5%.
11 .15	25	55	45	
12	30	57	50	
1 .15	35	60	50	
2 .15	40	60	50	
3 .15	37	60	55	
4	38	60	53	
6 .20	37	60	53	
				Cessé l'irrigation. Conservé la grenouille dans une enceinte humide. Le lendemain matin:
9 .40	38	63	47	

L'extravasation des leucocytes est arrêtée, ou du moins fortement entravée, par l'application locale d'acide salicylique. De mouvements amiboïdes, on n'en observe pas, ou presque pas, durant tout le temps de l'irrigation.

Un peu différente fut l'action de l'acide phénique. Pour l'irrigation continue j'employai, de même que M. Prudden, une solution de 1 partie d'acide phénique sur 1600 parties de Na Cl à 0,5 %. Le plus souvent je vis alors un rétrécissement des artères, de sorte que l'anse intestinale mise à découvert devenait très pâle, tandis que les veines du mésentère se dilataient, quoique très faiblement. Parfois aussi j'observai une dilatation des artères, mais sans rétrécissement

concomitant, absolu ou relatif, des veines. Par la nature même des choses, toutefois, il n'est jamais possible de savoir sûrement jusqu'à quel point les veines se seraient élargies dans un cas donné, si l'irrigation phénique n'avait pas eu lieu.

Je ne rapporterai qu'un seul exemple de l'action de l'acide phénique :

Rana esculenta fraîche. Mésentère découvert à 9h30m. Mesuré, de la manière habituelle, deux artères et deux veines.

Temps.	Divisions.				
	Art.	Veine.	Art.	Veine.	
10h	20	27	30	43	Irrigation avec acide phénique 1 : 1600.
11 .20	19	28	30	47	
12	18	30	32	50	
1 .20	15	30	30	45	
2 .20	18	30	28	43	
3 .20	15	30	27	45	
4	15	30	27	45	
6 .25	14	28	21	42	Emigration très insignifiante.

Relativement à l'action paralysante de la quinine, de l'eucalyptol, de l'acide phénique et de l'acide salicylique (je n'ai pas étudié l'iodoforme) sur les corpuscules blancs du sang, et à l'influence inhibitoire de ces substances sur la diapédèse de ces cellules, mes observations confirment donc pleinement celles de M. Binz. Mais je ne puis partager l'opinion de cet expérimentateur en ce qui concerne la question de savoir si les matières précitées exercent aussi quelque influence sur les parois des vaisseaux sanguins modifiés par inflammation. De même que plusieurs autres auteurs, j'ai en général trouvé dans la partie enflammée une accélération du courant sanguin après l'application locale de la quinine, de l'eucalyptol et de l'acide salicylique, et, concurremment, un rétrécissement absolu ou du moins, par rapport à la largeur croissante des artères, relatif des veines. Ces changements dans la circulation ne peuvent guère s'expliquer que par une action locale des susdites matières sur les parois des vaisseaux. Et

comme ces changements sont précisément inverses de ceux qu'occasionne la cause inflammatoire, il est tout naturel d'admettre que l'extensibilité accrue des parois vasculaires et la résistance plus grande qu'elles opposent par frottement au cours du sang sont plus ou moins diminués par la quinine, l'eucalyptol, etc. La probabilité penche alors en faveur de l'opinion que la perméabilité accrue des parois vasculaires est également combattue par ces mêmes matières, et que par conséquent la difficulté soulevée, comme on l'a vu plus haut, contre l'assimilation de la diapédèse des leucocytes à un processus de filtration, est purement apparente. A l'appui de cette opinion vient aussi une observation que j'ai pu faire itérativement. Les substances médicamenteuses sus-indiquées réduisent bien à un minimum l'extravasation des corpuscules blancs, mais d'ordinaire ne l'arrêtent pas complètement. Or, les quelques cellules qui durant l'irrigation, ou durant l'action des vapeurs de l'eucalyptol, sortent des vaisseaux se distinguent des leucocytes émigrés dans les circonstances habituelles par l'absence de mouvements amiboïdes. Tout au plus montrent-elles des changements de forme extrêmement faibles et lents, et néanmoins elles arrivent au dehors. M. Zahn aussi a appelé l'attention sur ce phénomène [1]), qui est certes très difficile à expliquer si l'on suppose que l'émigration dépend de mouvements actifs, puisque, dans l'occurrence, les changements de forme sont évidemment incapables d'opérer un déplacement, et encore beaucoup moins une reptation à travers une étroite fissure. L'explication du phénomène ne présente par contre aucune difficulté quand on admet que les cellules sont toujours poussées à travers la paroi vasculaire par la pression, mais que dans le présent cas, à cause de la diminution de perméabilité de la paroi, elles le sont beaucoup plus rarement et plus lentement.

Il ne semble guère possible toutefois d'arriver, avec la gre-

---

[1]) *l. c.*, p. 39.

nouille, à une connaissance plus précise du degré de perméabilité des parois vasculaires. Pour obtenir à cet égard quelque éclaircissement, j'ai jugé utile d'expérimenter sur des animaux plus grands.

Voici le raisonnement qui m'a guidé dans ces expériences. L'exsudation de liquide par les vaisseaux sanguins dépend de la pression du sang et de la perméabilité des parois vasculaires. Sans doute, on ne saurait nier *a priori* que d'autres facteurs encore puissent jouer un rôle, mais, en fait, cela n'est aucunement démontré jusqu'ici. Quant au degré de l'exsudation de liquide par les vaisseaux, on peut s'en rendre compte, au moins d'une manière approchée, en déterminant la quantité de la lymphe écoulée. C'est ainsi que, depuis les recherches de M. Lassar [1]), il est connu que la patte d'un chien laisse couler beaucoup plus de lymphe quand cette patte a été amenée à l'état d'inflammation, que lorsqu'elle est dans l'état normal. Si la quinine diminue la perméabilité des parois vasculaires en cas d'inflammation, l'écoulement de la lymphe devra donc diminuer dans la patte irritée, dès que les parois des vaisseaux y seront mises en contact avec la quinine.

Le mieux serait naturellement, ici encore, d'appliquer la quinine localement. Mais je n'ai pas réussi à trouver une méthode permettant de le faire sans apporter dans la circulation du liquide nutritif un trouble notable, qui enlèverait toute valeur à la mesure de l'écoulement de la lymphe. Je fus donc obligé d'introduire l'alcaloïde dans le torrent sanguin, au risque de voir son action sur le muscle cardiaque déterminer un abaissement de la pression du sang, qui empêcherait de juger si une diminution éventuelle du courant lymphatique dépendait d'une diminution de la pression de filtration ou d'une diminution de la perméabilité du filtre, — la paroi du vaisseau. L'expérience montra, toutefois, que ce danger n'était

---

[1]) Virchow's *Archiv*, T. LXIX, p. 516.

pas grave. Les sels de quinine, introduits dans les voies sanguines, exercent une action sensible sur les parois vasculaires modifiées par la cause inflammatoire, plutôt que sur le muscle cardiaque.

Voici comment les expériences eurent lieu. Chez un chien de forte taille, narcotisé par la morphine et le chloroforme, on provoquait l'inflammation d'une des pattes de derrière, ordinairement en plongeant le pied, après avoir entouré la patte au-dessus du genou d'une ligature élastique, dans de l'eau chaude, jusqu'à ce que les poils commençassent à se détacher; parfois aussi, on déterminait l'inflammation au moyen d'une injection hypodermique de térébenthine. Ensuite, on mettait à découvert la petite veine saphène de cette patte, et dans l'un des vaisseaux lymphatiques accolés à la veine on introduisait un petit tube de verre. Tous les autres lymphatiques étaient autant que possible occlus, à l'aide d'une ligature étreignant le tissu connectif situé à côté de la veine. La lymphe qui découlait goutte à goutte du tube était reçue dans une capsule de platine et pesée à intervalles réguliers; une seule fois elle fut recueillie dans un verre gradué, et mesurée. Dans quelques expériences, le pied fut laissé tranquille pendant toute la durée de l'observation. Mais dans d'autres cas, pour faciliter l'écoulement de la lymphe, le pied était, à intervalles réguliers, pétri aussi uniformément que possible (toujours par la même personne). D'autres fois encore, le même but était atteint en attachant le pied, à l'aide d'une couple de fils passés par la peau, à une planchette verticale, à laquelle un moteur hydraulique imprimait régulièrement un mouvement alternatif autour d'un axe vertical. On déterminait aussi la pression du sang, au moyen d'un manomètre relié à l'une des carotides. Lorsque le courant lymphatique avait été mesuré pendant quelque temps, et trouvé constant, on injectait dans l'une des veines jugulaires une solution de bisulfate de quinine à $2\frac{1}{2}$ %, après quoi on recommençait à déterminer la pression du sang et le débit de lymphe. Pendant toute

la durée de l'expérience, on veillait à ce que le narcotisme du chien fût complet, afin de prévenir les mouvements actifs, qui auraient pu exercer de l'influence sur le courant lymphatique.

I. Chien de 26,1 kilogrammes. Provoqué l'inflammation du pied gauche par l'immersion dans de l'eau à 57° C. Recueilli la lymphe dans une éprouvette graduée. Le pied est laissé tranquille pendant toute l'expérience.

	Temps.	Lymphe écoulée.	Temps.	Pression carotidienne.
	2h. —2.15	4 cc.	2.55	115 mm.Hg.
	2.15—2.30	6 "	2.58	118 " "
	2.30—2.45	5.5 "	3.8	110 " "
	2.45—3	5 "	3.13	115 " "
	3 —3.15	5 "	3.15	115 " "
			3.16	75 " "
Entre 3h.15 et 3h.20 injecté 45 c.c. de sol. de quinine dans la veine jugulaire.			3.17	60 " "
			3.19	70 " "
			3.21	70 " "
Entre 3h.26 et 3h.27 encore 15 c.c de quinine.			3.22	85 " "
	3.15—3.30	près de 4 "	3.24	105 " "
	3.30—3.45	près de 4 "	3.26	115 " "
	3.45—4	3.7 "	3.27	80 " "
	4 —4.15	3 "	3.28	105 " "
			3.29	110 " "
			3.30	115 " "
			3.34	110 " "

Ensuite, entre 105 et 115 " "

II. Chien de 22,7 kilogrammes. Provoqué l'inflammation du pied gauche par l'immersion dans de l'eau à 57° C. Pendant toute l'expérience le pied est laissé tranquille. Lymphe recueillie dans une capsule de platine, et pesée chaque fois.

	Temps.	Capsule avec lymphe.	Lymphe.	Temps.	Pression carotidienne.
Poids de la capsule I: 14.787 gr.	11.45—12h.	15.5 gr.	0.7 gr.		
	12 —12.15	16.3 "	0.8 "		
	12.15—12.30	17.3 "	1.0 "		
	12.35—12.50	18.3 "	1.0 "		
	12.50— 1.5	19.3 "	1.0 "		
	1.5 — 1.20	20.2 "	0.9 "		
	1.20— 1.30	20.8 "	0.6 "	1.30	65 mm. Hg.
	1.35— 2.5	23.4 "	2.6 "	2	75 " "
	2.5 — 2.20	24.9 "	1.5 "	2.20	80 " "
Entre 2h.20 et 2h,35 inj. 60 cc. de quin. dans la veine jugul. gauche. Caps. II, poids 16.227 gr.					
	2.30— 2.45	16.7 "	0.5 "	2.40	70 " "
	2.45— 3	17.2 2	0.5 "	3	80 " "
	3 — 3.30	17.9 "	0.7 "	3.30	70 " "
	3.30— 3.45	18 1 "	0.2 "	3.45	60 " "
	3.45— 4	18.1 "	0.0 "	4	80 " "

Dans la capsule I, recueilli 10,1 gr. de lymphe. Evaporé, et séché à 110° C. Poids 15,403 gr. Par conséquent, proportion des matières solides: 6,16%.

Dans la capsule II, recueilli 1,9 gr. de lymphe. Evaporé, et séché à 110° C. Poids 16,344 gr. Par conséquent, proportions des matières solides: 6,16%.

III. Grand chien, non pesé. Provoqué l'inflammation du pied droit de derrière par l'immersion dans de l'eau à 60° C. Le pied est laissé tranquille pendant toute l'expérience.

	Temps.	Capsule avec lymphe.	Lymphe.	Temps.	Pression. carotidienne.
Poids de la caps. I: 16.145 gr.	9h. — 9.15	20.45gr.	4.31gr.	9 10	110 mm.Hg.
	9.17— 9.32	23.75 "	3.30 "	9.25	110 " "
	9.34— 9.49	26.35 "	2.60 "		
La caps. avait basculé et perdu un peu de son contenu.					
	10h.	27.20 "		10	120 " "
	10 —10.15	29.60 "	2.40 "		
	10.17—10.32	32.85 "	3.25 "		
A 10h.40 inj. 60 c.c. de sol. de quinine dans la veine jugulaire droite Caps. II: 14.729 gr.					
	10.45—11	16.90 "	2.18 "	10.42	80 " "
	11.1 —11.16	19.29 "	2 30 "	10.45	120 " "
	11.16—11.31	20.00 "	0.80 "	11	120 " "
	11.31 -11.48	22.55 "	2.55 "	11.15	120 " "
				11.40	130 " "
A 11h.46, 15 c.c de quinine. Caps, III: 17.339gr.					
	11 25—12.7	18.70 "	1.36 "	11.47	80 " "
	12.8 —12.23	19.50 "	0.80 "	11.50	110 " "
	12.24—12.39	20.75 "	1.25 "	11.52	120 " "
	12.40—12.55	21.80 "	1.05 "	12.15	120 " "
	12.58— 1 33	23.00 "	1.20 "	1	130 " "

Dans la capsule I, recueilli 16,7 gr. de lymphe. Evaporé, et séché à 110° C. Poids 17,092 gr. Par conséquent, proportion des matières solides: 5,7%.

Dans la capsule II, recueilli 7,82 gr. de lymphe. Evaporé, et séché à 110° C. Poids 15,205 gr. Par conséquent, proportion des matières solides: 6,1%.

Dans la capsule III, recueilli 5,66 gr. de lymphe. Evaporé, et séché à 110° C. Poids 17,695 gr. Par conséquent, proportion des matières solides: 6,2 %.

Avant l'injection de la quinine, la lymphe était parfaitement incolore; après, rose clair. L'augmentation de la proportion des matières solides, dans les capsules II et III, est donc probablement due au mélange de corpuscules sanguins rouges.

IV. Vieux dogue, de 19 kilogrammes. Provoqué l'inflammation du pied droit de derrière par l'immersion dans de l'eau à 57° C. Quand le pied reste tranquille, l'écoulement de lymphe est très faible, bien que le pied soit fortement gonflé. Pour cette raison, pendant les trois premières minutes de chaque quart d'heure, le pied est régulièrement pétri avec la main.

	Temps.	Capsule avec lymphe.	Lymphe.	Temps.	Pression carotidienne.
Caps. I: 16.148 gr.	12.10—12 25	21.7 gr.	5,5gr.		
	12 30—12.45	30.7 "	9.0 "	12.40	120 mm.
Caps. II: 14.731 gr.	12.50— 1.5	26.0 "	11.3 "	1	120 "
A 1h.5 et 1h.11 inj. chaque fois 30 c.c. de sol. de quinine dans la veine jugulaire droite.				1.7	70 "
				1.10	110 "
				1.12	70 "
				1.13	100 "
Caps. III: 17.340 gr.	1.15— 1.30	22.4 "	5.1 "	1.20	110 "
	1.30— 1.45	24.7 "	2,3 "	1.30	120 "

Dans la capsule I, recueilli 14,5 gr. de lymphe. Evaporé, et séché à 110° C. Poids 17,056 gr. Par conséquent, proportion des matières solides: 6,2 %.

Dans la capsule II, recueilli 11,3 gr. de lymphe. Evaporé, et séché à 110° C. Poids 15,392 gr. Par conséquent, proportion des matières solides: 5,8 %.

Dans la capsule III, recueilli 7.4 gr. de lymphe. Evaporé, et séché à 110° C. Poids 17,798 gr. Par conséquent, proportion des matières solides 6,2 %.

V. Chien de 21 kilogrammes. La veille, dans l'après-midi, injecté sous la peau du pied droit de derrière 1 c.c. d'un mélange à parties égales de térébenthine et d'eau distillée. Le pied est fortement gonflé et très chaud. A cause du faible écoulement de lymphe, on procède, après la première observation, au pétrissage régulier du pied pendant les trois premières minutes de chaque quart-d'heure.

	Temps.	Capsule avec lymphe.	Lymphe.	Temps.	Pression carotidienne.
Caps. I: 16.144 gr.	10.55—11.6	16.6 gr.	0.5 gr.	11.30	120 mm Hg.
	11.13—11.28	20.9 "	4.3 "	11.35	70 " "
	11.32—11.47	22.3 "	1.4 "	11.40	90 " "
	11.49—12.4	26.0 "	3.7 "	11.45	110 " "
	12.6 —12.21	30.0 "	4.0 "	11.50	110 " "
Entre 12h.20 et 12h.25 inj. 60 c.c. de quinine dans la veine jugulaire droite.				12.10	120 " "
				12.21	80 " "
				12.24	100 " "
				12.26	60 " "
				12.27	80 " "
Caps. II: 14.730 gr.	12.24—39.39	17.4 "	2.7 "	12.29	100 " "
	12.41—12.56	20.1 "	2.7 "	12.36	105 " "
	12.59-- 1.14	22.8 "	2.7 "	1.5	110 " "
	1.17— 1.32	25.15"	2.35"	1.20	115 " "

Dans la capsule I, recueilli 13,9 gr. de lymphe. Evaporé, et séché à 110° C. Poids 16,937 gr. Par conséquent, proportion des matières solides: 5,6 %.

Dans la capsule II, recueilli 10,4 gr. de lymphe. Evaporé, et séché à 110° C. Poids 15,313 gr. Par conséquent, proportion des matières solides: 5,6 %.

Entre 11h,30 et 11h,40, le chien avait reçu trop de chloroforme. Pendant qu'on s'efforçait de prévenir le collapsus imminent, le pied ne put être pétri, de 11h.32 à 11h.35, que d'une manière insuffisante.

VI. Chien de 16 kilogrammes. La veille, dans l'après-midi, injecté sous la peau du pied droit de derrière 1 c.c. d'un mélange à parties égales de térébenthine et d'eau. Le pied est brûlant et fortement gonflé. Pétri le pied pendant les trois premières minutes de chaque quart-d'heure.

	Temps.	Capsule avec lymphe.	Lymphe.	Temps.	Pression carotidienne.
Caps. I: 16.144 gr.	10.50—11.5	19 gr.	3 gr.	11.15	100 mm.Hg.
	11.5 —11.20	22 "	3 "		
	11.20—11.35	25 "	3 "	11.30	110 " "
	11.35—11.50	28 "	3 "		
Entre 11h.50 et 12h.3 inj. 60 c.c. de sol. de quinine dans la veine jugulaire droite.				11.52	40 " "
				11.53	30 » "
				11.55	50 " "
				11.57	90 " "
				11.58	100 " "
Caps. II: 14.729 gr.	11.50—12.5	17.7 "	3 »	12.1	50 " "
	12.5 —12.20	20.5 "	2.8 "	12.2	70 " "
	12.20—12.35	22.8 "	2.3 "	12.3	80 " "
	12 35—12.50	24.6 "	1.8 "	12.4	40 " "
	12.50— 1.5	26.5 "	1.9 "	12.5	45 " "
				12.8	60 " "
				12.13	70 " "
				12.22	70 " "
				12.38	90 " "
				12.44	100 " "
				1	100 " "

Dans la capsule I, recueilli 12 gr. de lymphe. Evaporé, et séché à 110° C. Poids 16,734 gr. Par conséquent, proportion des matières solides: 4,9 %.

Dans la capsule II, recueilli 11,8 gr. de lymphe. Evaporé, et séché à 110° C. Poids 15,277 gr. Par conséquent, proportion des matières solides: 4,6 %.

VII. Grand chien, non pesé. Provoqué l'inflammation du pied droit de derrière par l'immersion dans de l'eau à 58° C. Dans chaque quart-d'heure, pétri le pied pendant trois minutes.

	Temps.	Capsule avec lymphe.	Lymphe.	Temps.	Pression carotidienne.
Caps. I: 16.143 gr.	11h1 —11h16	23.7 gr.	7.6 gr.	11h30	110 mm. Hg.
	11.17—11.32	30.8 "	7.1 "	11.40	125 " "
	11.33—11.48	38.3 "	7.5 "	11.45	130 " "
Entre 11h.47 et 11h.54 inj. chaque fois 33 c.c. sol. de quinine dans la veine jugulaire droite.				11.48	60 " "
				11.49	70 " "
				11.50	90 " "
				11.53	120 " "
Caps. II: 14.729 gr.	11.50—12.5	21 "	6.3 "	11.55	60 " "
	12.5 —12.20	27.7 "	6.7 "	11.57	90 " "
	12.20—12.35	32.4 "	4.7 "	11.58	120 " "
	12.35—12.50	36.6 "	4.2 "	12.4	125 " "
	12.50— 1.5	40.7 "	4.1 "	12.10	110 " "
				12.20	105 " "
				12.28	100 " "
				12.50	94 " "
				1.5	90 " "

VIII. Chien de 17,5 kilogrammes. Provoqué l'inflammation du pied gauche de derrière par l'immersion dans de l'eau à 58° C. Attaché le pied à une planchette, que le moteur hydraulique fait osciller 40 fois par minute autour d'un axe vertical.

	Temps.	Capsule avec lymphe.	Lymphe.	Temps.	Pression carotidienne.
Caps.: 14.72 gr.	3h12—3h22	17.53 gr.	2.81 gr.	3h20	120 mm. Hg.
Nettoyé la caps. après chaque pesée.	3.23—3.33	19.25 "	4.53 "	3.40	130 " "
	3.34—3.44	20.10 "	5.38 "	3.45	130 " "
	3.45—3.55	19.78 "	5.06 "	4	130 " "
	3.56—4.6	19.65 "	4.93 "	4.9	45 " "
A 4h.7 inj. 30 c.c. de sol. de quinine dans la veine jugulaire.				4.10	50 " "
				4.15	90 " "
	4.7 —4.17	17.63 "	2.91 "	4.20	90 " "
	4.18—4.28	17.78 "	3.06 "	4.25	95 " "
	4.28—4.38	17.72 "	3.00 "	4.35	100 " "
	4.39—4.49	17.70 "	2.98 "	4.45	105 " "
A 4h.48 inj. 20 c.c. de sol. de quinine dans la veine jugulaire.				4.48	110 " "
				4.49	80 " "
				4.50	85 " "
	4.50—5	17.09 "	2.37 "	4.52	95 " "
	5.1 —5.11	16.72 "	2.00 "	5	80 " "
A 5h.10 inj. hypoderm. de 4 c.c. d'éther.				5.5	60 " "
				5.7	50 " "
	5.12—5.22	16.27 "	1.55 "	5.10	50 " "
	5.24—5.34	16.12 "	1.40 "	5.12	60 " "
				5.15	70 " "
				5.19	85 " "
				5.25	90 " "
				5.30	90 " "

De la même manière eut lieu l'expérience suivante, sauf que, au lieu de bisulfate de quinine, on injecta dans la veine jugulaire une solution de salicylate de soude à 10 %.

IX. Chien de 18 kilogrammes. Provoqué l'inflammation du pied droit par l'immersion dans de l'eau à 57° C. Attaché le pied à une planchette, que le moteur hydraulique fait osciller 40 fois par minute autour d'un axe vertical.

	Temps.	Capsule avec lymphe.	Lymphe.	Temps.	Pression carotidienne.
Caps.: 14.72 gr.; nettoyée après chaque pesée.	11h40—11h50	15 95gr.	1.23gr	12h.15	140 mm. Hg.
	11.50—12	15.82 "	1.10 "	12.25	140 " "
	12 —12.10	16.13 "	1.41 "	12.30	125 " "
	12.10—12.20	15.87 "	1.15 "	12.35	140 " "
	12.22—12.32	16.10 "	1.38 "	12.40	140 " "
	12.34—12.44	16.13 "	1.41 "	12.50	140 " "
	12.45—12.55	16.02 "	1.30 "	12.55	140 " "
Entre 12h55 et 1h inj. 20 c.c. de salic. de soude dans la veine jugulaire.				1	120 " "
				1.2	125 " "
				1.4	140 " "
Entre 1h7 et 1h15, 20 c.c. de salic. de soude dans la veine jugulaire.	12.56— 1.6	15.92 "	1.20 "	1.10	135 " "
				1.12	140 " "
				1.15	140 " "
				1.18	140 " "
	1.7 — 1.17	15.81 "	1.09 "	1.25	140 " "
	1.17— 1.27	15.85 "	1.13 "	1.33	135 " "
Entre 1h30 et 1h33, 20 c.c. de salic. de soude.				1.37	150 " "
	1.28— 1.38	15.92 "	1.20 "	1.45	140 " "
	1.38— 1.48	15.76 "	1.04 "	1.50	135 " "
	1.49— 1.59	15.85 "	1.13 "	2	130 " "
Entre 2h et 2h3, 20 c.c. de salic. de soude.				2.3	130 " "
				2.6	140 " "
	2 — 2.10	15.79 "	1.07 "	2.15	135 " "
	2.11— 2.21	15.70 "	0.98 "	2.25	135 " "
	2.21— 2.31	15.66 "	0.94 "	2.30	140 " "
	2.31— 2.41	15.65 "	0.93 "	2.40	140 " "

Dans toutes les expériences le résultat général fut le même. Après l'injection de quinine ou de salicylate de soude dans le sang, l'écoulement de lymphe de la patte enflammée commença à diminuer.

La diminution du courant lymphatique ne dépendait pas d'un affaiblissement de la pression du sang. Celle-ci s'abaissait toujours notablement quelques secondes après le début de l'injection, au moment où une quantité relativement grande de quinine commençait à pénétrer dans les artères coronaires du cœur. Mais bientôt, lorsque la quinine s'était mélangée uniformément avec le sang, la pression primitive se rétablissait. Il n'y a aucune raison de croire que, si la pression carotidienne atteignait de nouveau sa hauteur antérieure c'est que l'affaiblissement de l'action cardiaque était compensée par une contraction des petites artères, et de supposer, en conséquence, qu'il y aura eu diminution de la pression dans les petits vaisseaux du pied, celle, précisément, qui importe dans le présent cas. L'expérience acquise au sujet de l'influence de l'irrigation du mésentère enflammé de la grenouille ferait plutôt présumer une dilatation des artérioles. La quantité de quinine injectée dans ces expériences n'était donc pas capable, une fois uniformément répartie dans le sang, d'affaiblir l'action cardiaque à tel point que le courant lymphatique pût en être sensiblement affecté. L'influence de la pression sanguine, sur ce courant, n'est d'ailleurs pas très grande. Cela ressort clairement de l'expérience VIII, où, peu de temps après la seconde injection de quinine, l'animal menaçait de tomber en collapsus. Pour des raisons que je mentionnerai tout à l'heure, le chien avait été maintenu, depuis neuf heures et demie du matin, dans un état continu de narcotisme chloroformique. Lorsque la pression sanguine commença à baisser de façon alarmante, je pratiquai, à 5^h10^m, une injection d'éther, avec ce résultat que bientôt la pression remonta à une hauteur presque double. Pourtant, en dépit de cette ascension, l'écoulement de la lymphe tomba de 2 gr. à $1^{gr}.4$. Au reste, dans la plupart des expériences on observa une diminution de l'excrétion lymhatique, sans que la pression du sang accusât, sauf immédiatement après l'injection de quinine, un décroissement sensible.

On pourrait croire encore que, même sans l'application de quinine ou de salicylate de soude, le flux lymphatique se serait ralenti. Différents observateurs ont déjà remarqué, en effet, que l'écoulement de lymphe, par un vaisseau dans lequel a été introduite une canule, diminue peu à peu. Mais cela est vrai à un beaucoup plus haut degré du flux lymphatique d'une partie à l'état normal, que de celui d'une partie enflammée. Comme contrôle, j'ai d'abord mesuré, chez le chien qui servit à l'expérience VIII, l'exsudation lymphatique de la patte droite, préalablement enflammée par l'immersion dans l'eau chaude. La patte étant mue alternativement à droite et à gauche, 40 fois par minute, j'obtins pour l'écoulement de lymphe :

de 10h32m	à 10h42m	: 3,23 gr.		de 11h27m	à 11h37m	: 4,10 gr	
" 10.44	" 10.54	: 4,86 "		" 11.38	" 11.48	: 4,73	"
" 10.55	" 11.5	: 4,53 "		" 11.50	" 12	: 5,39	"
" 11.5	" 11.15	: 4,60 "		" 12.1	" 12.11	: 4,92	"
" 11.16	" 11.26	: 4,45 "					

D'après ces chiffres, il ne saurait être question d'un ralentissement spontané durant le temps où eurent lieu les injections.

On ne peut donc guère que conclure, des expériences communiquées, que la perméabilité des vaisseaux, modifiés par la cause inflammatoire, diminue sous l'influence du bisulfate de quinine et du salicylate de soude.

Cela admis, il ne reste aucune raison pour attribuer à la paralysie des corpuscules blancs du sang l'arrêt de la diapédèse sous l'influence de l'eucalyptol, de l'acide phénique et de l'iodoforme. On est plutôt conduit à penser que ces substances ont également pour effet de raffermir la matière agglutinante — devenue anormalement molle par l'action de la cause inflammatoire — qui unit les cellules de l'endothélium, raffermissement rendant plus difficile le passage du liquide, aussi bien que celui des éléments figurés.

L'INFLUENCE DE L'HYPÉRÉMIE ACTIVE

SUR LE

COURANT LYMPHATIQUE,

PAR

C. A. PEKELHARING et **W. C. MENSONIDES.**

On a été conduit à regarder l'exsudation de liquide à travers les vaisseaux sanguins comme un processus de filtration, et à admettre que la force qui fait pénétrer et avancer l'humeur nourricière dans les vaisseaux lymphatiques dérive de la pression entretenue dans les tissus par cette filtration continue. La force en question serait insuffisante toutefois pour faire parcourir à la lymphe son trajet entier, si elle n'était soutenue par des mouvements tant actifs que passifs, par l'aspiration du thorax et, peut-être aussi chez les vertébrés supérieurs, par des contractions actives des vaisseaux lymphatiques; et si, en outre, la présence de nombreuses valvules à l'intérieur des vaisseaux lymphatiques n'empêchait le reflux de la lymphe.

D'après cette hypothèse, la pression de l'humeur nourricière doit donc surpasser celle qui existe dans les vaisseaux lymphatiques. Cela ne constitue pas une difficulté, si l'on réfléchit que les dernières ramifications des vaisseaux lymphatiques, possédant des extrémités ouvertes, peuvent être considérées comme la continuation directe des interstices du tissu, et que les vaisseaux plus grands sont entourés de couches

de tissu fibreux, dans lesquelles la tension de l'humeur nourricière n'est certainement pas considérable. Il a n'y donc aucun danger que les vaisseaux lymphatiques soient comprimés par cette tension extérieure.

Une objection d'autre nature a toutefois été soulevée contre la susdite hypothèse. Si la lymphe est formée simplement par filtration de liquide à travers les parois des vaisseaux sanguins, il faut que la quantité de lymphe exsudée change chaque fois que varie la différence de pression entre le liquide contenu dans les vaisseaux sanguins et celui qui imbibe le tissu, aussi longtemps du moins que les propriétés des parois vasculaires restent les mêmes. Tout accroissement de la pression du sang dans les petits vaisseaux doit donc immédiatement entraîner une augmentation de l'écoulement de liquide dans les vaisseaux lymphatiques. On a pu constater, en effet, qu'un accroissement de la pression sanguine, par obstacle mis à l'évacuation du sang veineux, détermine un renforcement du courant lymphatique, et cela si vite après l'opération de la retenue du sang, qu'il est difficile de songer à un changement de la perméabilité des parois vasculaires.

L'accroissement de la pression du sang par augmentation de l'afflux, par hypérémie active, paraissait au contraire, d'après les recherches connues de M. Paschutin [1]) et de M. Emminghaus [2]), être sans influence sur la formation de la lymphe, d'où résultait la nécessité de chercher d'autres facteurs, dont cette formation dépendrait.

On peut se demander, toutefois, si les recherches en question ont bien la force probante qui leur a été généralement attribuée.

M. Paschutin dit, à la vérité, qu'il lui semble impossible „de douter que l'augmentation d'activité de la circulation du sang soit sans influence sur la sécrétion de la lymphe dans l'objet sur lequel il expérimentait," mais il faut

[1]) *Arbèiten aus der physiol. Anstalt zu Leipzig,* 7e année, p. 197.

[2]) *Ibid.*, 8e année, p. 51.

remarquer, à cet égard, que précisément cet objet fournissait des sources d'erreurs dont l'importance ne saurait être méconnue.

M. Paschutin recueillait la lymphe qui découlait, chez le chien, du tronc brachial mis à découvert au cou, une hypérémie active étant excitée par section du plexus brachial. Ainsi, tandis que l'accroissement d'afflux du sang ne pouvait être obtenu que dans la patte antérieure, il recueillait la lymphe d'une partie beaucoup plus étendue, savoir, de la patte et de la région scapulaire. Dans ces conditions, il était impossible de déterminer exactement l'influence de l'hypérémie.

En outre, avant de pouvoir découler du tronc brachial au cou, la lymphe de la patte doit traverser un ganglion lymphatique. Or, la résistance qu'un pareil ganglion oppose au cours de la lymphe peut très facilement empêcher l'observation de différences relativement petites dans la quantité de lymphe formée dans le tissu de la patte.

M. Emminghaus évita ces inconvénients en mesurant le courant lymphatique à la patte postérieure, où la circulation de toute la région dont on recueillait la lymphe pouvait être régie au moyen du nerf sciatique. Aussi les résultats obtenus furent-ils différents. „Mes observations," dit M. Emminghaus, après avoir communiqué les chiffres relatifs à ses expériences, „confirment donc en général les données de M. Paschutin; pourtant," ajoute-t-il immédiatement, „je ne voudrais pas regarder comme entièrement indifférente l'augmentation de l'afflux artériel, avec écoulement libre par les veines." Plus loin, ayant rapporté que toute entrave à l'écoulement du sang par les veines occasionne un renforcement notable du courant lymphatique, il s'exprime (p. 85) en ces termes: „Ainsi, il est de nouveau mis en lumière qu'un obstacle dans les voies efférentes a une beaucoup plus grande importance pour la sécrétion de la lymphe que les changements de force du courant artériel."

Entre ces énoncés et celui de M. Paschutin: que de ses

observations „ressort, de la manière la plus nette, le complet défaut d'influence de l'accroissement du courant artériel sur la sécrétion de la lymphe" (*l.c.*, p. 219), la différence est certes assez sensible. Et effectivement, cette déclaration formelle de M. Paschutin ne pouvait être jugée d'accord avec les résultats de M. Emminghaus, qui sont succinctement reproduits dans le tableau suivant:

Lymphe recueillie dans des périodes successives de 10 minutes.

	Avant la section du nerf.	Après la section du nerf.
Expér. VI	0.6, 0.3, 0.6 cc.	0.4, 0.4, 0.7, 0.3, 0.5, 0.6 cc.
" X	0.6, 0.4, 0.3 "	0.2, 0.2, 0.15, 0.25, 0.2, 0.25 "
" XI	1.2, 0.8, 0.6, 0.5, 0.5, 0.4 "	0.8, 0.7, 0.4, 0.4, 0.45, 0.35 "
" XII	0.4, 0.35, 0.45 "	0.3, 0.2, 0.25, 0.25, 0.2, 0.25 "
" VV	0.8, 0.5, 0.3, 0.3, 0.1, 0.15 "	0.2, 0.1, 0.15, 0.15, 0.2, 0.2 "

En outre, à propos des expériences X et XI, on trouve noté que, après la production de l'hypérémie, de la lymphe s'écoula de la plaie par quelques petits vaisseaux entamés, de sorte que les chiffres donnés doivent encore être estimés un peu trop faibles.

Lorsque, par occlusion des veines, le sang était arrêté dans la patte, l'influence d'un accroissement d'afflux sanguin, provoqué au moyen de la section des nerfs vasculaires, se manifestait très clairement, ainsi qu'on pouvait d'ailleurs le prévoir après les expériences déjà faites à ce sujet par M. Ranvier. Le renforcement du courant lymphatique se laissait bien observer sans équivoque après la seule occlusion des veines, mais il était toujours beaucoup plus considérable lorsque l'arrêt du sang concourait avec une hypérémie artérielle.

M. Emminghaus s'attache surtout à ce dernier résultat, à tel point que finalement il semble ne plus tenir aucun compte

du renforcement qu'il avait constaté dans le courant lymphatique à la suite d'une hypérémie active non accompagnée de l'arrêt du sang. „Des expériences pratiquées sur la patte du chien, on peut conclure", dit-il à la fin de son Mémoire, „que la lymphe exprimée est simplement restituée, et cela indépendamment de la circonstance que les artères, qui se rendent à la région exprimée, apportent le sang en quantité anormalement grande ou anormalement petite. Si, au contraire, un obstacle s'oppose à l'écoulement du sang veineux, la production de la lymphe sera, il est vrai, augmentée dans tous les cas; mais la mesure de cette augmentation dépendra alors essentiellement de l'état de la paroi artérielle, la sécrétion étant notablement accrue lorsque les artères dilatées amènent le sang en plus grande abondance".

Ainsi s'explique, jusqu'à un certain point, que les recherches de M. Emminghaus soient continuellement citées, tout comme celle de M. Paschutin, pour prouver que le courant lymphatique est indépendant de l'hypérémie active, bien que les expériences de M. Emminghaus ne puissent, à coup sûr, être considérées comme un argument en faveur de cette indépendance.

Parmi les auteurs faisant autorité, c'est surtout M. Cohnheim qui a complètement assimilé les résultats de M. Emminghaus à ceux de M. Paschutin.

Il est vrai que, dans la seconde édition de ses *Vorlesungen über allgemeine Pathologie*, il se prononce à cet égard moins catégoriquement que dans la première. Tandis que, en 1877, parlant d'un organe affecté d'hypérémie active, il affirme que „sa turgescence est plus grande que dans l'état normal à cause de la réplétion plus forte de tous ses vaisseaux, et rien qu'à cause de cela" [1]), il dit en 1882, à ce même sujet: „Quant à savoir si cette turgescence est aussi due en partie à un accroissement de la production de la lymphe, c'est une ques-

---

[1]) *Vorl. üb. allg. Pathol.*, 1877, p. 105.

tion à laquelle, autant que je puisse voir, on ne saurait encore faire une réponse définitive." [1]).

La raison de ce doute est indiquée quelques lignes plus loin. Au lieu de l'affirmation formelle, faite dans la première édition, de l'absence de tout renforcement du courant lymphatique, en cas de dilatation même la plus forte des vaisseaux de la langue sous l'influence de l'irritation du nerf lingual, on lit maintenant: „Il est peut-être nécessaire d'établir quelques réserves, avant de proclamer la complète indépendance de la production lymphatique par rapport à l'état de réplétion des artères. Il y a une place, au moins, où l'influence des vaso-dilatateurs sur la production de la lymphe se laisse démontrer de la manière la plus frappante. Lorsque, le nerf lingual du chien étant sectionné, on irrite pendant quelque temps le bout périphérique, au moyen de courants d'induction de force lentement croissante, la violente hypérémie qui envahit rapidement la moitié correspondante de la langue s'accompagne d'un œdème prononcé, lequel devient visible à l'œil nu environ dix minutes après le commencement de l'irritation, puis augmente d'une manière continue, jusqu'à un volume très considérable, dans les dix minutes suivantes. Cette expérience très intéressante, dont je dois la connaissance à une obligeante communication de M. Ostroumoff, est bien propre à faire douter que toutes les congestions, n'importe les conditions qui les déterminent, soient équivalentes sous le rapport de la production de la lymphe".

Mais, plus loin [2]), M. Cohnheim parle de ce fait comme s'il était entièrement isolé et ne pouvait donner lieu à aucune conclusion générale, et il dit: „la congestion artérielle, qui augmente incontestablement, quoique à un moindre degré que le refoulement veineux, la pression dans les capillaires, est sans la moindre influence sur la transsudation dans la partie correspondante."

---

1) *Ibid*, 2e éd., p 134.

2) *l. c.*, 2e éd., pag. 493.

M. Cohnheim lui-même ne communique pas, que je sache, d'expériences qui lui auraient montré que la section du nerf sciatique n'a aucun effet sur le courant lymphatique de la jambe. Mais une expérience de ce genre, exécutée dans son laboratoire, a été mentionnée par M. Jankowski [1]). Celui-ci trancha le nerf sciatique au côté droit d'un chien de chasse bien nourri, puis commença, deux heures après, à déterminer l'écoulement de la lymphe, simultanément aux deux pattes de derrière. Il trouva que la patte paralysée fournissait même un peu moins de lymphe que la patte restée intacte. Mais la différence était trop petite pour qu'il y eût à en tenir compte. M. Jankowski ne donne toutefois aucune indication au sujet de la température des pattes postérieures de l'animal soumis à l'expérience, de sorte qu'il n'est nullement certain que la tonicité des petites artères fût réellement, dans la patte paralysée, plus faible que dans l'autre. A raison de cette lacune, la valeur de l'expérience devient très problématique.

Si l'on devait réellement admettre que, dans les circonstances normales, la production de la lymphe est indépendante de la pression du sang dans les artérioles, cela susciterait une sérieuse difficulté pour l'explication de la formation de l'humeur nourricière; d'autant plus que, en fait, une augmentation très sensible de l'excrétion lymphatique sous l'influence d'une hypérémie active a été reconnue, par M. Emminghaus en cas d'arrêt simultané du courant veineux, par M. Jankowski en cas d'inflammation et d'hydrémie.

Faudrait-il donc supposer, avec M. Jankowski, que, dans les conditions mentionnées en dernier lieu, „la suppression de l'innervation affecte les parois des vaisseaux sanguins d'une manière encore inconnue jusqu'ici" [2])? L'histoire de la névropathologie fournit assez de raisons pour n'accueillir qu'avec prudence de semblables hypothèses.

---

[1]) Virchow's *Archiv*, T. XCIII, p. 264.

[2]) *l c.*, p. 284.

On pourrait encore songer à une explication que M. Cohnheim a déjà indiquée pour rendre compte de la faible proportion des matières solides dans la lymphe en cas d'obstacle au cours du sang. M. Runeberg avait trouvé, en effet, que lorsque des liquides sont filtrés sous pression constante à travers différentes membranes, la perméabilité de ces membranes diminue peu à peu, et que, après une filtration longtemps continuée sous pression assez forte, une augmentation de pression ne produit plus, ou presque plus, d'accroissement dans la vitesse de filtration [1]). Il serait donc concevable que, sous l'influence de la pression continue du sang, les capillaires se trouvassent dans les mêmes conditions que les membranes de Runeberg, qui avaient pendant longtemps et sans interruption livré passage à un liquide albuminifère sous pression constante, et chez lesquelles l'accroissement de la pression n'ajoutait plus rien à l'activité de la filtration. Dans cette hypothèse, lorsque à raison de l'hypérémie active la pression s'élève dans les capillaires, la sécrétion de la lymphe resterait la même, parce que l'accroissement de la pression serait contre-balancé par la diminution, due à cette pression même, de la perméabilité des parois vasculaires. Le renforcement que le courant lymphatique éprouve, sous l'influence de la section du nerf sciatique, en cas d'inflammation, d'obstacle au cours du sang veineux ou d'hydrémie, se laisserait alors expliquer peut-être par une modification de l'état des parois vasculaires, laquelle serait occasionnée dans le premier cas par la cause inflammatoire elle-même, dans le second par le ralentissement de la circulation sanguine, et dans le troisième par la composition anormale du sang.

Mais il ne pouvait plus être question d'une pareille explication lorsque M. van Beek eut montré que, dans les expériences de Runeberg, le changement de perméabilité des membranes employées, sous l'influence de la pression, devait être attribué

---

1) *Archiv der Heilk.*, année 18, p. 1.

à leur structure fibreuse, et que les résultats obtenus par cet auteur n'étaient donc en aucun cas applicables à la filtration de l'humeur nourricière à travers les parois des vaisseaux sanguins [1]).

Au reste, pourquoi chercher l'explication d'un phénomène qui lui-même ne pouvait encore nullement être réputé certain? Les recherches de M. Paschutin, nous l'avons vu plus haut, ne sauraient être regardées comme décisives, et d'autres expériences, faites dans une région où l'on était à même de régir l'apport du sang à toute la partie dont on recueillait la lymphe, avaient donné des résultats qui certes ne fournissaient pas un appui solide à l'opinion de MM. Paschutin et Cohnheim. M. Tomsa [2]) vit diminuer le courant lymphatique du cordon spermatique, chaque fois qu'il abaissait la pression artérielle en rétrécissant la cavité du ventricule droit du cœur. M. Emminghaus ne trouva dans aucune de ses cinq expériences, après avoir excité l'hypérémie active de la patte, un affaiblissement durable du courant lymphatique, mais bien quelque accroissement, si léger qu'il fût. M. Jankowski ne mentionne qu'une seule expérience de ce genre, et il en obtint un résultat négatif; mais il ne fournit pas la preuve que l'afflux du sang, dans la patte à nerf sciatique coupé, était plus grand que dans la patte non lésée. Or cette preuve, — résultant de l'élévation de la température du pied, — on est en droit de l'exiger, parce que très souvent, dans une patte sur laquelle a été pratiquée une opération telle que l'introduction d'un petit tube dans un vaisseau lymphatique, on peut observer une forte hypérémie active, même sans que le tronc du sciatique ait été touché. En outre, chez des chiens empoisonnés par l'opium ou le curare, et placés dans une encéinte à température élevée, ce qui, on le sait, détermine l'hypérémie générale de la peau, M. Paschutin constata une

---

1) *Arch. néerl.*, T. XIX, p. 241.

2) *Sitzungsber. d. Wien. Akad., Math.-nat. Cl.*, T. XLVI.

augmentation très sensible dans la quantité de la lymphe qui s'écoulait du tronc brachial. Mais dès que, par section de la moelle cervicale, la connexion était détruite entre les vaisseaux cutanés et le système nerveux central, l'échauffement perdait toute influence sur le courant lymphatique.

M. Cohnheim n'était donc pas en droit de regarder comme entièrement isolé le fait sur lequel M. Ostroumoff avait appelé son attention, et cela d'autant moins qu'il y a encore une autre région vasculaire, celle de l'œil, où différents observateurs ont cru pouvoir constater une augmentation de l'exsudation des vaisseaux sanguins, à la suite d'une augmentation de l'apport du sang.

M. Chabbas [1]), spécialement, avait montré que les résultats de M. Paschutin et de M. Emminghaus, résultats que lui aussi identifie complètement entre eux, ne pouvaient prétendre à une validité générale; il avait, en effet, vu augmenter la sécrétion de l'humeur aqueuse chaque fois qu'il élevait la pression du sang artériel, non seulement lorsque cette élévation était provoquée par l'instillation de nicotine dans le sac conjonctival (cas où l'on devrait peut-être penser plutôt à une augmentation de la perméabilité des parois vasculaires sous l'influence du poison), mais aussi quand il renforçait l'afflux du sang à l'œil en liant, au-dessus du diaphragme, l'aorte descendante.

Ensuite M. Jesner [2]), en 1880, c'est-à-dire encore deux années avant la publication de l'ouvrage de M. Cohnheim, avait également trouvé que la sécrétion de l'humeur aqueuse devient plus abondante, non seulement quand on élève la pression du sang dans l'œil, mais aussi lorsque, la pression du sang restant la même, on abaisse la pression intra-oculaire.

Les recherches de ces deux auteurs ont suscité quelques critiques de la part de M. Dogiel [3]), mais ces critiques portent

1) Pflüger's *Archiv*, T. XVI, p. 143.
2) *Ibid*, T XXIII, p, 14.
3) Pflüger's *Archiv*, T. XIX, p. 335; T. XXIII, p. 536.

principalement sur des points ayant rapport à la composition, non à la quantité du liquide excrété. Le doute émis par M. Dogiel, à savoir si l'humeur aqueuse doit bien être considérée comme de la lymphe, n'est probablement pas partagé par beaucoup de physiologistes.

M. Schultén, qui a fait paraître récemment une communication détaillée sur la circulation dans l'œil et dans le cerveau, dit seulement, à propos des recherches de M. Chabbas et de M. Jesner, que les méthodes employées par eux n'étaient pas exemptes de sources d'erreurs; mais il ne motive pas cette assertion [1]).

Dans cet état des choses, nous avons cru ne pas faire un travail inutile en soumettant la question à un nouvel examen, et notamment, parce qu'on pouvait espérer obtenir ainsi les résultats les plus nets, en répétant les expériences de M. Emminghaus. Il était possible que, dans celles de ces expériences où le renforcement du courant lymphatique fut insignifiant ou nul, l'hypérémie active n'eût pas été assez intense, et qu'il apparaîtrait constamment si l'on abaissait autant que possible la tonicité des petites artères, en ne se bornant pas à couper le nerf sciatique, mais en le tailladant, suivant le précepte de M. Goltz.

Toutes nos expériences ont été pratiquées sur des chiens de grande taille. Chez de petits animaux, les vaisseaux lymphatiques de la patte postérieure sont trop étroits pour qu'on puisse y introduire un tube n'opposant pas une trop grande résistance au mouvement du liquide. Les chiens jeunes et maigres méritent la préférence. Chez les vieux chiens la lymphe se meut très lentement, et chez des animaux gras les vaisseaux lymphatiques, si délicats, sont difficiles à isoler du tissu adipeux, déchiré au moindre contact, avec assez de netteté pour que l'introduction de la canule devienne possible.

Dans un petit nombre de cas, seulement, nous paralysâmes

---

1) *Archiv f. Ophthalmologie*, T. XXX, 3e part., p. 70.

les animaux, par l'injection de curare. Toujours ils étaient, du moins au début de l'expérience, maintenus anesthésiés par le chloroforme. Pour rendre la chloroformisation facile, le chien, avant qu'on le liât, était amené dans un état de léger narcotisme morphinique.

Suivant la méthode indiquée par M. Emminghaus, la veine petite saphène était alors mise à découvert au côté externe de la patte. Après avoir sectionné l'aponévrose qui recouvre la veine, on entourait les couches de tissu connectif, aux deux côtés de la veine, d'un cordon fortement serré, afin de fermer autant que possible les vaisseaux lymphatiques contenus dans ces couches. La lymphe étant, par suite de cette ligature, refoulée sur elle-même, surtout lorsque la patte est légérement pétrie, les vaisseaux lymphatiques se gonflent et sont alors aisément visibles, sous forme de petits tubes transparents, étranglés à intervalles irréguliers par des valvules. La plupart des auteurs disent que de chaque côté de la veine s'étend un seul vaisseau lymphatique. Nous en avons ordinairement trouvé, de chaque côté, deux ou trois, qui parfois étaient reliés entre eux par de nombreuses anastomoses. L'un de ces vaisseaux, celui qui paraissait le plus grand, était soigneusement débarrassé, sur une longueur d'environ un demi-centimètre, du tissu ambiant, après quoi on y introduisait un petit tube. Nous nous servions, pour cet usage, de petits tubes de verre coudés, dont l'une des extrémités se terminait en cône et était pourvue d'un très petit bord recourbé, destiné à empêcher que le tube, une fois lié dans le vaisseau, ne vînt à s'en échapper. Quelquefois aussi, nous nous servions d'un petit tube d'argent d'environ $\frac{1}{2}$ mm. de diamètre intérieur, coupé en biseau à la pointe, muni d'une rainure pour prévenir le glissement du fil, et fixé à un tube de verre recourbé à angle droit. Jamais on n'employait de tubes ne laissant pas passer facilement une soie de porc d'épaisseur moyenne, et toujours la partie étroite de la canule était très courte, afin de rendre aussi petite que pos-

sible la résistance à l'écoulement de la lymphe. Le tube était alors attaché par un fil au bord de la plaie cutanée, et, dès que la lymphe affluente l'avait entièrement rempli, il était retourné, l'ouverture libre dirigée vers le bas, de manière que le liquide pût être recueilli, goutte à goutte, dans un petit matras. Quand accidentellement, par exemple durant le nettoyage que le tube devait subir lorsqu'il s'y était formé un coagulum, une bulle d'air parvenait dans la canule, on avait toujours soin, avant d'exécuter une nouvelle détermination, de retourner l'orifice du tube vers le haut, jusqu'à ce que l'air eût été chassé par la lymphe. Une fois, en effet, qu'il y a de l'air dans le tube, on ne sait plus si la quantité en reste la même, et il pourrait alors arriver que de la lymphe s'écoulât, non parce que le vaisseau en fournit un nouvel apport, mais parce que plus d'air a pénétré dans la canule. Vu le peu de force du courant lymphatique dans les expériences dont il s'agit, on est bien obligé d'avoir égard à de pareilles sources d'erreurs, si insignifiantes qu'elles paraissent.

Pas plus que d'autres expérimentateurs, nous n'avons vu de la lymphe s'écouler de la canule lorsque la patte était en parfait repos et abandonnée à elle-même. L'évacuation ne commençait qu'à la suite de mouvements actifs (qui du reste ne se produisaient presque jamais dans nos expériences, les animaux étant toujours maintenus en narcotisme complet) ou passifs, ou lorsque la patte était pétrie.

Voici les résultats de quelques expériences dans lesquelles la patte fut pétrie à la main. La lymphe était reçue dans un petit matras, qu'on pesait après des périodes successives de 10 minutes. Le pétrissage était toujours exécuté par la même personne, aussi uniformément que possible, et durant les 3 premières minutes de chaque période. Pendant les 7 minutes suivantes, la patte restait immobile et abandonnée à elle-même.

I. Chien pesant 19 kilogrammes. Canule introduite dans un vaisseau lymphatique de la patte droite postérieure.

Lymphe en 10 minutes.	Température entre les orteils.	Observations.
0,68 gr.	28°,5	
0,45 „		
0,61 „	28°,5	
0,53 „		
0,43 „	28°,5	Trachéotomie. Thorax ouvert des deux côtés, par la résection d'une couple de côtes. Respiration artificielle.
0,22 „	28°,5	
0,35 „	28°,5	Nerf sciatique droit mis à découvert, coupé et tailladé.
0,29 „		
0,50 „	32°,6	
0,45 „	32°	
0,41 „	31°,5	
0,41 „	30°,8	
0,36 „	31°,2	
0,37 „	31°,4	
0,40 „	31°,1	

Après l'ouverture du thorax, on maintenait l'état de narcotisme en faisant de temps en temps passer sur du chloroforme l'air que le soufflet poussait dans les poumons.

II. Chien pesant 22 kilogrammes. Canule dans un vaisseau lymphatique de la patte droite postérieure.

Lymphe en 10 minutes.	Température du pied.		Observations.
	droit.	gauche.	
2,98 gr.	34°,5	34°	
3,39 „	34°	33°,3	
2,17 „	33°,5	32°,8	
1,49 „			
1,51 „	33°,2	32°,8	
			Sciatique droit mis à découvert, coupé et tailladé.
2,49 „	34°	33°,2	
2,82 „	34°	32°,7	
2,86 „	33°,9	32°,7	
			Vaisseaux lymphatiques de la patte droite serrés par une ligature; canule introduite dans un vaisseau lymphatique de la patte gauche.
6,83 „	33°,4	33°	
3,33 „	33°,6	32°,5	
2,55 „			
2,15 „	33°,5	32°,5	
1,83 „	33°,5	32°,3	Sciatique gauche mis à découvert, coupé et tailladé.
5,03 „	33°,3	33°	
2,34 „	33°,2	32°,9	
2,07 „	33°,2	33°	

III. Chien pesant 20,5 kilogrammes. Canule dans un vaisseau lymphatique de la patte droite postérieure.

Lymphe en 10 minutes.	Température du pied.		Observations.
	droit.	gauche.	
1,51 gr.	32°,4	24°	
1,65 „	32°,1	23°,7	
1,76 „	32°,1	23°,5	
1,54 „	31°,9	23°,2	
			Sciatique droit mis à découvert et sectionné.
2,19 „	31°,7	22°	
1,42 „	32°	22°,1	
1,46 „	31°,8		
			Sciatique droit tailladé avec des ciseaux.
1,55 „	31°,6		
1,45 „	31°,5	21°	
			Vaisseau lymphatique de la patte droite serré par une ligature; canule introduite dans un vaisseau lymphatique de la patte gauche.
0,41 „		22°	
0,55 „		23°,8	
0,36 „		24°,9	
			Sciatiqne gauche mis à découvert et sectionné.
0,35 „		26°,5	
0,56 „		30°	
0,23 „		28°	
			Sciatique gauche tailladé.
0,97 „		30°	
0,76 „		30°,4	
0,85 „		30°,4	

On voit que l'hypérémie active excitée dans la patte fut presque toujours suivie d'un renforcement du courant lymphatique. Dans l'expérience III, seulement, l'écoulement de la lymphe reste à peu près le même, après que le nerf sciatique droit eut été, soit coupé, soit ultérieurement tailladé. Mais là aussi, comme l'apprit l'observation de la température entre les orteils, la tonicité des petites artères était déjà si faible avant la section du sciatique, que ni cette section, ni l'irritation mécanique du nerf ne pouvaient encore faire augmenter l'afflux du sang.

Dans cette même expérience, la section du sciatique gauche resta également sans influence nette sur l'excrétion de la lymphe, et en même temps la température n'éprouva qu'un accroissement de peu de durée, puis recommença bientôt à baisser. Mais lorsque, après que le nerf eut été tailladé, la température du pied s'éleva d'une manière durable, on constata aussi une importante augmentation de l'écoulement de lymphe.

Comme les animaux avaient été assoupis, mais non paralysés, des contractions musculaires étaient excitées dans la patte par la section du nerf et surtout par les entailles qu'on y pratiquait. On serait donc peut-être tenté de se demander si le renforcement observé dans le courant lymphatique ne doit pas être mis sur le compte de ces mouvements actifs.

Mais on reconnaîtra qu'il ne saurait en être ainsi, en considérant que les contractions musculaires ne duraient que quelques secondes, tandis que le courant lymphatique resta augmenté pendant une demi-heure, et plus. Si ces contractions avaient une influence réellement capable d'altérer la valeur de l'expérience, on aurait, dans l'expérience III, trouvé aussi dans la patte droite quelque chose de plus qu'un renforcement très passager du courant lymphatique.

Nos expériences prêtent toutefois, de même que celles de M. Emminghaus, à une objection d'autre nature. Lorsque la patte est pétrie à la main, fût-ce chaque fois pendant un temps égal, le pétrissage n'a peut-être pas toujours lieu avec la même

force et de la manière la plus efficace, et il se pourrait, par suite, qu'une augmentation d'écoulement fût observée, sans que le renforcement de l'afflux sanguin y eût eu la moindre part. Si improbable qu'il semble, pour plus d'une raison, qu'une valeur réelle doive être attribuée à cette objection, nous avons cru devoir, afin d'arriver sur ce point à une certitude complète, opérer le pétrissage de la patte de telle sorte que l'arbitraire et le hasard en fussent entièrement exclus.

A cet effet, l'expérience fut disposée de la manière suivante. La patte du chien était introduite dans un cylindre creux à double paroi. La paroi extérieure était en cuivre, l'intérieure était formée d'une forte toile plissée, imperméable et très peu extensible. Dans l'enveloppe en cuivre était soudé un tube métallique, par lequel l'espace annulaire compris entre la paroi de cuivre et la paroi de toile pouvait être mis en communication avec un second tube métallique, conduisant à un robinet. Ce robinet était en outre relié, d'une part au tuyau de la conduite d'eau, d'autre part à un tube que se rendait dans un puits et qui, une fois rempli, pouvait fonctionner comme siphon. Le robinet était percé de deux ouvertures, perpendiculaires l'une à l'autre et se rencontrant dans l'axe du robinet. Il en résultait que l'espace annulaire du cylindre pouvait, suivant la position du robinet, être mis en communication avec la conduite d'eau, ou avec le siphon. Dans le premier cas, l'espace annulaire s'emplissait d'eau sous la haute pression de la conduite; la toile imperméable se déplissait et la cavité du cylindre, dans laquelle se trouvait la patte du chien, était très notablement rétrécie. La toile ne subissant pas d'extension, mais étant simplement déplissée, la pression de l'eau affluente se transmettait immédiatement à la patte. Le robinet étant ensuite tourné dans sa seconde position, l'eau, aspirée par le siphon, s'écoulait aussitôt de l'appareil, et en quelques secondes la patte était ramenée sous la pression atmosphérique. La manœuvre du robinet était exécutée par un moteur à eau, au moyen d'une disposition assez simple, dont nous ne décrirons pas les détails.

Cette disposition était combinée de façon que l'eau de la conduite arrivât lentement dans l'espace annulaire du cylindre et que, aussitôt atteint le maximum de pression sur le pied, le robinet fût tourné très rapidement et l'eau aspirée par le siphon. De cette manière, la patte était pressée énergiquement, mais n'était chaque fois maintenue que pendant un instant très court sous cette haute pression. En ralentissant ou accélérant la marche du moteur à eau, on pouvait diminuer ou augmenter le nombre des compressions par minute. Les oscillations de la pression dans la conduite (dues à l'ouverture et à la fermeture d'autres robinets dans le même édifice) étaient toujours de très courte durée, de sorte qu'on pouvait hardiment admettre que, pour une position déterminée du robinet qui reliait tout l'appareil à la conduite d'eau, la patte était chaque fois foulée avec la même force et pendant le même temps. Entre l'espace annulaire du cylindre et le robinet en question était intercalé un réservoir en fer complètement rempli d'eau, dans lequel l'eau pouvait au besoin être chauffée avant de pénétrer dans le cylindre, et qui en tout cas prévenait le danger d'un trop fort refroidissement de la patte par l'arrivée continuelle d'eau fraîche de la conduite. Un thermomètre, fixé dans l'appareil par une garniture étanche, permettait de lire la température de l'eau remplissant l'espace annulaire.

IV. Jeune chien, pesant 11 kilogrammes. Canule dans un vaisseau lymphatique de la patte droite. Température entre les orteils: 33°,5 C. Pied introduit dans le cylindre et pressé 5 fois par minute.

Lymphe en 10 minutes.	Observations.
0,07 gr.	
0,01 „	Les pressions sur le pied arrêtées pendant quelques minutes, par suite d'un dérangement de l'appareil moteur.

Lymphe en 10 minutes.	Obseervations.
0,02 gr.	
0,04 „	
0,03 „	
0,05 „	
0,03 „	Température de l'eau dans l'espace annulaire: 11° C.
0,00 „	Pied retiré du cylindre. Température entre les orteils inférieure à 20°. Sciatique droit mis à découvert et sectionné. La température entre les orteils s'élève rapidement à 25°. Réintroduit le pied dans le cylindre et pressé 5 fois par minute.
0,06 „	
0,22 „	
0,29 „	
0,29 „	
0,05 „	Pas de pressions, par suite d'un dérangement de l'appareil moteur.
0,16 „	
0,14 „	
0,13 „	
0,10 „	Suspendu le foulage. Température de l'eau dans l'espace annulaire: 13°. Température entre les orteils: 31°,2. Tailladé le sciatique droit. Recommencé le foulage du pied, avec la même force et suivant le même rythme que précédemment.
0,40 „	
0,34 „	
0,33 „	
0,24 „	Température de l'eau: 13°,5. Température entre les orteils: 32°,5.

V. Le même chien que dans l'expérience IV. Canule dans un vaisseau lymphatique de la patte gauche postérieure. Le pied dans le cylindre, foulé 5 fois par minute.

Lymphe en 10 minutes.	Observations.
0,15 gr.	
0,11 „	
0,04 „	
0,00 „	Trachéotomie, ouverture des cavités thoracique et abdominale; respiration artificielle (toujours dans l'état de narcotisme chloroformique). En dépit d'un foulage régulier, il ne s'écoule de la canule, en trois quarts d'heure, pas une seule goutte de lymphe. Sciatique gauche mis à découvert, sectionné et tailladé. La température entre les orteils, d'abord inférieure à 20°, s'élève successivement jusqu'à 29°,5.
0,27 „	
0,28 „	

VI. Chien pesant 9,3 kilogrammes. Canule dans un vaisseau lymphatique de la patte droite. Le pied dans le cylindre, foulé 5 fois par minute.

Lymphe en 10 minutes.	Observations.
0,04 gr.	
0,06 „	
0,07 „	
0,01 „	Température entre les orteils inférieure à 20° C. Trachéotomie; injecté 6 cc. de solution de curare dans la veine jugulaire. Respiration artificielle.
0,025 „	

Lymphe en 10 minutes.	Observations.
0,025 gr.	
0,01 „	Injecté encore 4 cc. de solution de curare.
0,08 „	
0,00 „	
0,05 „	Sciatique droit mis à découvert et sectionné; pendant cette opération, les muscles de l'extrémité présentent encore quelques faibles contractions.
0,09 „	
0,16 „	Un dérangement de l'appareil met fin à l'expérience. Température entre les orteils: 21°,5.

Dans ces expériences, l'effet de l'hypérémie active sur le courant lymphatique ne fut donc pas moins évident que lors du massage à la main. Il est probable que dans l'expérience VI l'écoulement aurait encore continué à augmenter, si l'on avait irrité les nerfs vaso-dilatateurs en les tailladant à l'aide de ciseaux. Mais une fuite à l'appareil força d'interrompre l'expérience.

Finalement, nous avons, dans quelques expériences, activé le courant lymphatique en imprimant à la patte des mouvements passifs. A cet effet, après l'introduction de la canule dans le vaisseau lymphatique, la patte fut attachée à une planchette au moyen de deux fils, dont l'un était passé à travers la peau du talon, l'autre à travers la peau interdigitale. La planchette avait une position verticale et était fixée, à l'extrémité où s'attachait le talon, à un axe vertical. Un moteur à eau imprimait à la planchette un mouvement alternatif, de vitesse régulière, autour de cet axe, et la patte du chien était, par suite, alternativement fléchie et étendue. Pendant l'opération, le chien était couché sur le côté dont la patte servait à l'expérience.

Nous donnons ci-dessous quelques-uns des résultats ainsi obtenus.

VII. Lévrier, pesant 25,6 kilogrammes. Canule dans un vaisseau lymphatique de la patte droite postérieure. Le pied est étendu et fléchi 20 fois par minute.

Lymphe en 10 minutes.	Température entre les orteils.	Observations.
0,24 gr.	33°,5 C.	
0,15 „		
0,09 „		
0,10 „		
0,12 „	33°,5 „	Trachéotomie, 20 cc. de solution de curare. Respiration artificielle.
0,08 „	33°	
0,07 „	32°,5 „	
		Sciatique droit mis à découvert et sectionné.
0,08 „	32°,5 „	
0,10 „	32°,3 „	
0,10 „	32°,3 „	
0,11 „	32°,3 „	5 cc. de curare.
0,11 „		
0,11 „	32°,5 „	5 cc. de curare.
0,11 „		
		Sciatique droit tailladé. Aucune trace de contractions musculaires.
0,14 „	32°,5 „	
0,16 „	32°,5 „	
0,10 „		5 cc. de curare. Suspension des mouvements du pied pendant quelques minutes.
0,18 „		
0,12 „		
0,07 „		

Le vaisseau lymphatique de la patte droite est serré par une ligature. Canule introduite dans un vaisseau lymphatique du pied gauche, qui maintenant est fixé à la planchette. Le chien est couché sur le côté gauche. L'animal commence à tirer le pied. Pas de nouvelle injection de curare. Le narcotisme est entretenu par le chloroforme.

Lymphe en 10 minutes.	Température entre les orteils.	Observations.
0,40 gr.	23°,5 C.	
0,33 „	23° „	
0,30 „	22°,5 „	
0,19 „	22°,5 „	
		Sciatique gauche mis à découvert et sectionné.
0,28 „	31°,7 „	
0,20 „	32° „	
0,20 „	31°,7 „	
		Sciatique gauche tailladé.
0,26 „	31°,8 „	
0,20 „	31°,6 „	
0,20 „	31°,4 „	

A droite, la température était dès le commencement si haute, qu'une augmentation de l'afflux sanguin ne pouvait plus guère la faire varier. Néanmoins, l'écoulement s'accrut un peu, après que le nerf eut été coupé ou tailladé. A gauche, le renforcement du courant lymphatique, dans les premières dix minutes après la section du nerf et dans les premières dix minutes après son entaillement, ne peut certainement être attribué aux contractions musculaires, à peine sensibles, de l'animal encore sous l'influence du curare. En tout cas, dès que la température du pied s'éleva, un terme fut mis à l'affaiblissement assez rapide que le courant lymphatique présentait avant la section du nerf.

VIII. Vieux dogue, pesant 12,5 kilogrammes. Canule dans un vaisseau lymphatique de la patte droite postérieure. Le pied est étendu et fléchi 40 fois par minute.

Lymphe en 10 minutes.	Température entre les orteils.	Observations.
0,13 gr.	33° C.	Mis des compresses froides sur le pied.
0,08 „		
0,10 „	31°,3 „	
0,06 „	29°,8 „	
0,02 „	25° „	
0,05 „	23°,5 „	
0,00 „	22°,7 „	
		Sciatique droit mis à découvert et sectionné.
0,04 „	30° „	
0,09 „	31°,7 „	
0,01 „	31°,5 „	
0,02 „	31°,8 „	
0,00 „	31°,7 „	
		Sciatique droit tailladé.
0,05 „	31°,5 „	
0,08 „	31°,4 „	
0,02 „	31°,3 „	

Le vaisseau lymphatique de la patte droite est serré par une ligature. Canule introduite dans un vaisseau lymphatique de la patte gauche de derrière. Le pied gauche, fixé sur la planchette, est étendu et fléchi 40 fois par minute.

Lymphe en 10 minutes.	Température entre les orteils.	Observations.
0,22 gr.	30°,6 C.	Compresses froides sur le pied.
0,15 „	29°,9 „	
0,12 „	27°,9 „	

Lymphe en 10 minutes.	Température entre les orteils.	Observations.
0,10 gr.	27°,2 C.	
		Sciatique gauche mis à découvert et sectionné.
0,17 „	29°,3 „	
0,10 „	30°,3 „	
0,08 „	30°,1 „	
0,04 „	29°,7 „	
		Sciatique gauche tailladé.
0,08 „	28°,5 „	
0,10 „	29°,5 „	
0,04 „	29° „	

IX. Lévrier, pesant 19 kilogrammes. Canule dans un vaisseau lymphatique de la patte gauche postérieure. Le pied est étendu et fléchi 40 fois par minute.

Lymphe en 10 minutes.	Température entre les orteils.	Observations.
0,08 gr.	22°,1 C.	
0,03 „	21°,8 „	
0,03 „	21°,5 „	
		Sciatique gauche mis à découvert et sectionné.
0,01 „	23° „	
0,12 „	24°,3 „	
0,08 „	25°,6 „	
0,09 „	28°,6 „	
0,08 „	30°,6 „	
0,13 „	31°,5 „	
0,15 „	32°,2 „	
0,12 „	32°,5 „	
0,15 „	32°,3 „	
0,11 „	32°,3 „	

X. Grand chien, non pesé. Canule dans un vaisseau lymphatique de la patte gauche postérieure. Le pied est étendu et fléchi 40 fois par minute.

Lymphe en 10 minutes.	Température entre les orteils.	Observations.
0,03 gr.	20°,4 C.	
0,02 „		
0,02 „	20°,4 „	
0,02 „		
0,01 „		
0,01 „	20°,2 „	
0,01 „		Trachéotomie, curare, respiration artificielle.
0,02 „	25°,9 „	
0,01 „	24°,5 „	
0,01 „	23°,2 „	
		Sciatique gauche mis à découvert et sectionné.
0,09 „	30° „	
0,03 „	29°,5 „	
		Sciatique gauche pourvu d'électrodes et irrité par une série de décharges d'induction.
0,03 „	28° „	
0,06 „	28° „	
0,16 „	26°,5 „	
0,17 „	25°,8 „	
0,15 „	25°,5 „	
0,17 „	25° „	
		Cessé l'irritation.
0,18 „	27°,6 „	
0,13 „	28°,5 „	

Après la section du nerf, le courant lymphatique fut renforcé. Mais, au lieu de diminuer durant l'irritation, l'écoulement augmenta encore notablement.

XI. Grand chien, non pesé. Canule dans un vaisseau lymphatique de la patte droite postérieure. Le pied est étendu et fléchi 40 fois par minute.

Lymphe en 10 minutes.	Température entre les orteils.	Observations.
0,57 gr.	33°,3 C.	
0,33 „	34°,2 „	
0,24 „		
0,13 „	33°,5 „	
0,27 „	31°,5 „	
0,22 „	32° „	Trachéotomie, curare, respiration artificielle.
0,18 „	33° „	
0,10 „	32°,7 „	
0,10 „	31°,4 „	
0,04 „	30° „	
0,02 „	28°,5 „	
		Sciatique droit sectionné,
0,49 „	32°,5 „	
0,46 „	32°,5 „	
0,28 „	32°,5 „	
0,33 „	32°,5 „	
0,15 „		
0,44 „	32°,5 „	
		Sciatique droit pourvu d'électrodes et irrité.
0,63 „	32° „	
0,56 „	30°,4 „	
0,44 „	28°,8 „	
		Cessé l'irritation. Sciatique tailladé.
0,42 „	31° „	
0,39 „	31°,7 „	
0,87 „	31°,5 „	Le chien a un instant tiré la patte.
0,54 „	31° „	
0,41 „	30°,8 „	

De même que dans l'expérience précédente, l'irritation du nerf produisit un renforcement, non une diminution, du courant lymphatique, bien que, durant l'irritation, on ne pût observer aucune trace de contraction dans les muscles volontaires de la patte. Les fibres musculaires lisses de la peau se contracteraient-elles sous l'influence de l'irritation du sciatique et exprimeraient-elles la lymphe déjà contenue dans l'enveloppe cutanée?

La température du pied était élevée au début de l'expérience. Mais son abaissement progressif montre que le sang n'arrivait pas au pied en quantité suffisante pour empêcher le refroidissement, jusqu'à ce que, le sciatique ayant été coupé, la dilatation des rameaux artériels détermina un plus grand apport de chaleur, et en même temps une augmentation notable de l'exsudation lymphatique.

Nos recherches étaient à peu près terminées lorsque parut, sur le même sujet, une communication de M. Rogowicz [1]), qui, à propos des actions nerveuses dites „pseudomotrices" [2]), avait étudié l'influence de l'hypérémie active sur le courant lymphatique. Lui aussi trouva que l'écoulement de la lymphe, à la patte postérieure du chien, augmentait manifestement, chaque fois que l'apport du sang y était accru par la paralysie de nerfs vaso-constricteurs ou l'irritation de nerfs vaso-dilatateurs.

Il montra en outre, par d'ingénieuses expériences, que dans d'autres organes encore l'hypérémie active est suivie d'une augmentation de la quantité d'humeur excrétée par les vaisseaux sanguins. Le nerf lingual d'un chien étant irrité, ce qui occasionne par l'intermédiaire du cordon tympanique

---

1) Pflüger's *Archiv*, T. XXXVI, pag. 252.

2) Heidenhein, *Archiv f. Anat. u. Physiol.*, *Physiol. Abth. Suppl. band*, 1883, p. 133, et Rogowicz, Pflüger's *Archiv*, T. XXXVI, p. 1.

l'hypérémie de la moitié de la langue, une solution de sulfo-indigotate de soude fut injectée dans une veine. Longtemps avant l'apparition de l'œdème observé pour la première fois par M. Ostroumoff, M. Rogowicz vit bleuir la moitié de la langue qui était située du côté du nerf lingual irrité, tandis que l'autre moitié présentait encore la couleur naturelle. La matière colorante bleue n'était pas seulement excrétée plus tôt dans la partie hypérémiée, mais elle en était aussi emportée plus rapidement, comme l'apprirent des expériences pratiquées sur des lapins blancs. Après que le nerf sympathique eut été coupé d'un côté au cou, du sulfo-indigotate de soude fut injecté dans le sang. L'oreille hypérémiée bleuit plus vite que l'autre, mais aussi elle avait perdu la couleur bleue au bout de 20—24 heures, tandis qu'à ce moment la matière colorante se voyait encore distinctement dans l'oreille normale.

Le fait, que la matière colorante avait pénétré des vaisseaux sanguins dans le tissu, fut mis hors de doute par l'examen microscopique.

On peut donc regarder comme écartée la difficulté qui semblait s'opposer à ce que l'exsudation lymphatique soit prise pour un simple phénomène de filtration.

Quant à la circonstance qu'une hypérémie occasionnée par un obstacle au cours du sang veineux, même quand il ne saurait encore être question d'un accroissement de la perméabilité des parois vasculaires, favorise ordinairement l'excrétion lymphatique beaucoup plus que le ne fait une hypérémie active, il n'y a pas lieu d'en être surpris. Lorsque, en effet, le sang est arrêté, sa pression augmente notablement dans les veines et dans *tout* le réseau des capillaires. En cas de diminution de la tonicité des artérioles, au contraire, le sang pénètre en plus grande abondance et avec une plus forte pression dans la partie hypérémiée, et son cours s'accélère considérablement. Le sang rencontre alors, précisément à cause de cette vitesse considérable, une grande résistance, dès qu'il arrive dans les

vaisseaux capillaires. Il doit en résulter une forte consommation de pression, de sorte que la pression decroît rapidement pendant le parcours des capillaires, et qu'à la fin du système de ces vaisseaux et dans les veines elle ne dépasse plus guère la valeur normale. Dans le cas seulement où l'augmentation de l'apport sanguin est très forte, la pression s'élève notablement dans les veines et par conséquent dans tout le système des capillaires; mais alors aussi — on le voit lors de l'irritation du nerf lingual — l'exsudation lymphatique est activée tout autant qu'à la suite d'une hypérémie par arrêt du sang. Elle augmente au point que les vaisseaux lymphatiques ne peuvent plus emporter toute la sérosité filtrée à travers les vaisseaux sanguins: il se produit un œdème, comme nous l'apprend l'expérience de M. Ostroumoff.

Ce n'est pas à dire, toutefois, que nous veuillons présenter les choses comme si la formation de la lymphe était expliquée sous tous les rapports. Bien au contraire, on n'a qu'à se rappeler la variabilité de la proportion d'albumine de la lymphe, dans des circonstances différentes, pour reconnaître que nos connaissances actuelles ne suffisent pas, il s'en faut de beaucoup, à faire comprendre dans le détail par quels moyens les vaisseaux sanguins pourvoient aux besoins des tissus en fluide nourricier.

Mais il s'agit de savoir si, pour le moment, on connaît des faits obligeant à admettre, pour l'exsudation de l'humeur nourricière, d'autres facteurs encore que ceux qui interviennent dans la filtration; c'est-à-dire, s'il y a des raisons de croire à l'existence d'une influence active, sécrétoire, des parois des vaisseaux sanguins.

Dans l'état présent de la science, cette question doit, à notre avis, recevoir une réponse négative.

A priori, il n'est certes guère probable que les cellules de l'endothélium des vaisseaux sanguins, ces lamelles minces et transparentes, puissent fonctionner comme cellules glandulaires.

Mais, abstraction faite des raisonnements à priori, toujours

dangereux, on devra bien concéder qu'il n'existe pas de raisons de fait pour regarder l'exsudation de l'humeur nourricière comme un phénomène sécrétoire proprement dit, tel qu'on le rencontre dans les glandes.

Récemment, à la vérité, une pareille hypothèse a été indiquée, quoique non développée ni formellement défendue, par M. Adami [1]), qui, sous la direction de M. Heidenhain, étudia l'excrétion, par les vaisseaux sanguins, de l'hémoglobine dissoute dans le sang. Il rappelle que différents expérimentateurs ont observé un renforcement du courant lymphatique sous l'influence de curare. M. Rogowicz a même trouvé qu'après la section du sciatique, alors que le curare ne produit plus d'augmentation de l'afflux sanguin, le poison peut encore occasionner un accroissement très notable de l'écoulement de lymphe par la patte. Mais cette action du curare se laisse expliquer, pour le moins aussi bien, en supposant que le curare rend les parois des vaisseaux sanguins plus perméables aux liquides, qu'il exerce donc sur elles une influence déprimante, plutôt qu'excitante. Tant qu'une semblable influence, bien que non démontrée, doit être jugée possible, il ne convient pas d'invoquer, en vue de l'explication du phénomène, une fonction active, sécrétoire, des parois vasculaires. On ne connaît pas d'autres phènomènes, en effet, portant à admettre une pareille fonction, tandis que les recherches de M. Cohnheim ont, sinon démontré, au moins rendu extrêmement probable que la perméabilité de la paroi vasculaire, du filtre, peut augmenter fortement sous des influences nuisibles très diverses.

Dans nos expériences VI, VII, X en XI, où il fut fait usage de curare, le renforcement du courant lymphatique, sous l'action de ce poison, ne se manifesta que peu ou point. Peut-être le curare dont nous nous sommes servis différait-il légèrement en composition de celui employé par d'autres

---

1) *Journ. of Physiol.*, M. VI, p. 382.

expérimentateurs (Paschutin, Tarchanoff, Rogowicz, Adami). Au reste, dans les expériences de ceux-ci non plus, l'action sur le courant lymphatique ne fut tout à fait constante.

Les résultats obtenus par M. Adami lui-même ne lui fournirent aucune raison pour chercher dans la formation de la lymphe quelque chose de plus qu'un processus de filtration. Ayant comparé, quant à l'excrétion de l'hémoglobine dissoute dans le plasma sanguin, l'action des reins avec celle des parois des vaisseaux de la patte, il trouva dans l'urine une proportion d'hémoglobine plus forte que celle du sérum sanguin, dans la lymphe, au contraire, une proportion plus faible.

M. Adami rappelle toutefois un autre phénomène, „qui semblerait venir à l'appui de l'opinion que la lymphe est quelque chose de plus qu'une simple transsudation." M. Rogowicz, en effet, a vu le courant lymphatique, d'abord renforcé après la section du sciatique, s'affaiblir ensuite peu à peu, bien que les vaisseaux sanguins restassent larges, comme le montrait la température du pied. Dans nos expériences, le même fait s'est produit maintes fois. Mais faudrait-il en conclure que la section du sciatique agit sur le courant lymphatique d'une autre manière encore qu'en dilatant les vaisseaux? Une explication différente nous paraît beaucoup plus naturelle. Outre les vaisseaux lymphatiques côtoyant la veine petite saphène, il y en a encore beaucoup d'autres qui emportent l'humeur nourricière des tissus du pied. Quand une canule a été introduite dans l'un des vaisseaux voisins de la petite saphène, et que, à raison d'une filtration plus active, la tension de l'humeur nourricière se trouve subitement accrue, l'écoulement par la canule doit bien, au commencement de l'expérience, devenir plus abondant. Mais, par suite même de la tension plus forte du fluide nourricier, les voies lymphatiques collatérales seront élargies et livreront passage à une partie de plus en plus grande de la lymphe. Selon toute apparence, en effet, la lymphe ne s'écoulera pas plus facilement par la canule (dont la cavité est nécessairement plus étroite que celle du

vaisseau qu'elle occupe) que par les voies encore libres, où, à chaque pulsation d'une artère située dans le voisinage, l'humeur est poussée en avant, tandis que le reflux en est empêché par de nombreuses valvules.

De la même manière doit peut-être s'expliquer l'affaiblissement graduel du courant lymphatique à partir du moment où la canule est introduite, et aussi le phénomène que, dans les circonstances normales, il ne s'écoule pas de lymphe de la canule tant que l'humeur n'est pas continuellement expulsée des tissus par des mouvements actifs ou passifs, ou par des pressions exercées du dehors. Admettre, avec M. Emminghaus, que dans les circonstances normales il ne se forme presque pas de lymphe, cela est difficile, si l'on considère que c'est uniquement par l'exsudation continue d'humeur, à travers les parois des vaisseaux sanguins, que la nutrition des tissus peut se faire. D'ailleurs, comment le réseau si compliqué des vaisseaux lymphatiques se serait-il formé au cours de l'évolution, si dans les circonstances ordinaires ces vaisseaux n'avaient, pour ainsi dire, pas d'humeur à charrier?

Dans l'état actuel de nos connaissances, la circulation de la lymphe paraît donc pouvoir être expliquée par la *vis a tergo* qui dérive de la filtration d'humeur nourricière dans les tissus, et qui dépend de la différence de pression en dedans et au dehors des vaisseaux sanguins, ainsi que de la perméabilité des parois vasculaires; cette circulation est d'ailleurs favorisée par les variations de la tension des tissus, et peut-être aussi par des contractions des parois des vaisseaux lymphatiques, combinées avec l'existence des valvules. La force aspiratrice du thorax, si importante pour le mouvement de la lymphe contenue dans le conduit thoracique, n'a, comme on pouvait s'y attendre et comme le montrent surabondamment celles de nos expériences où le thorax était ouvert, aucune influence sur la circulation de la lymphe dans les extrémités.

TOME XXI. 2me Livraison.

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

SCIENCES EXACTES ET NATURELLES

PUBLIÉES PAR

LA SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES À HARLEM,

ET RÉDIGÉES PAR

J. BOSSCHA,
SECRÉTAIRE DE LA SOCIÉTÉ,

AVEC LA COLLABORATION DE

MM. D. Bierens de Haan, C. A. J. A. Oudemans, W. Koster, C. H. D. Buijs Ballot, C. K. Hoffmann et J. M. van Bemmelen.

HARLEM
LES HÉRITIERS LOOSJES.
1886.

PARIS
GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG
G. E. SCHULZE.

ARCHIVES NÉERLANDAISES
DES
Sciences exactes et naturelles.

DE L'INFLUENCE DU MOUVEMENT DE LA TERRE SUR LES PHÉNOMÈNES LUMINEUX,

PAR
H. A. LORENTZ.

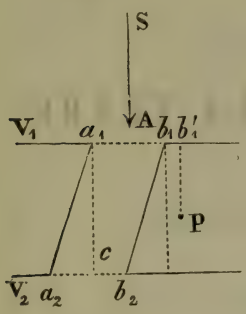
§ 1. L'aberration de la lumière qui, selon la théorie de l'émission résulte directement de la composition de deux mouvements rectilignes est beaucoup moins facile à expliquer dans la théorie des ondulations. Tandis que le mouvement de particules lumineuses émises par un astre peut être considéré comme indépendant du mouvement de la terre, il n'en sera pas de même de la propagation d'ondes lumineuses si le milieu dans lequel elle s'opère est lui-même entraîné par notre planète. Dans la théorie ondulatoire on est donc conduit à considérer en premier lieu dans quelle mesure l'éther participe au mouvement des corps qui le traversent. L'examen de cette question n'intéresse pas seulement la théorie de la lumière, il a acquis une importance bien plus générale depuis qu'il est devenu probable que l'éther joue un rôle dans les phénomènes de l'électricité et du magnétisme.

§ 2. Fresnel [1]), comme on sait, a admis que l'éther, près

1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, T. IX, p. 57, (*Oeuvres complètes*, II, p. 627)

de la terre, ne participe pas au mouvement de celle-ci, de sorte que les vibrations lumineuses émanées d'une étoile se propagent jusqu'à la surface de notre globe sans être en rien affectées par son mouvement. Soit SA (fig. 1) la direction dans laquelle nous arrive le mouvement lumineux de l'étoile S; perpendiculairement à cette direction plaçons un écran opaque V_1, percé d'une ouverture $a_1 b_1$. Nous supposerons que cet écran soit entraîné par la terre dans son mouvement, que nous nous représenterons dirigé, dans la figure, de gauche à droite; ce mouvement n'affecte point l'éther environnant. Tous les points de l'ouverture sont atteints au même instant par une vibration provenant de S; ils deviennent alors, d'après le principe de Huygens, de nouveaux centres d'ébranlement pour l'éther situé derrière V_1, et en chaque point de ce milieu le mouvement lumineux est le résultat de l'interférence des mouvements émis par les différents points de l'ouverture.

Fig. 1.



Dans la théorie de la diffraction on fait voir que, lorsque l'écran est immobile, l'intensité lumineuse n'a une valeur appréciable qu'à l'intérieur du cylindre ayant $a_1 b_1$ pour base et dont les génératrices $a_1 c$ sont parallèles à SA, du moins si, comme je le supposerai, la largeur de l'ouverture est très grande en comparaison de la longueur d'onde.

Lorsque l'écran se meut, les choses se passent un peu autrement. Un point P, en arrière de l'écran, reçoit à l'instant t un mouvement lumineux de tous les points du plan V_1 qui se trouvaient dans l'ouverture mobile au moment où ils devaient émettre une vibration pour qu'elle arrive en P à l'instant indiqué. Les points de V_1 étant à des distances inégales de P, la partie de ce plan à laquelle P doit son mouvement occupe une étendue qui ne coïncide pas tout à fait avec la

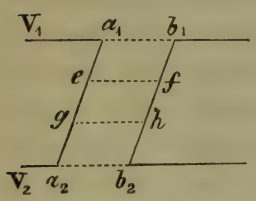
largeur de l'ouverture. Considérons le cas où P se trouve à droite du milieu du faisceau transmis par l'ouverture. Si l'écran avait la position représentée par la figure au moment où partait de a_1 le mouvement lumineux qui arrivera en P à l'instant t, il est clair qu'au moment postérieur, où pour atteindre P à ce même instant une vibration doit partir de l'élément de l'ouverture situé le plus à droite, l'écran sera légèrement déplacé, de manière, par exemple, que le bord b_1 soit parvenu en b'_1. Le point P reçoit par conséquent, au moment t, le même mouvement lumineux que si l'écran était immobile, mais que l'ouverture eût la largeur $a_1 b'_1$. De ce qu'on vient de rappeler concernant la diffraction par une ouverture immobile, il suit alors que l'intensité lumineuse en P sera appréciable ou non, suivant que l'angle $a_1\ b'_1\ P$ est aigu ou obtus. P est donc situé à la limite de la lumière et de l'obscurité, lorsque la perpendiculaire abaissée de P sur le plan V_1 passe par le point où le bord droit de l'ouverture se trouvait à un moment qui peut être représenté par $t - \frac{l}{A}$, l désignant la longueur de cette perpendiculaire et A la vitesse de propagation de la lumière. Une condition analogue existe pour l'autre bord du faisceau lumineux.

Soit maintenant V_2 un second écran, pourvu d'une ouverture $a_2 b_2$ égale à $a_1\ b_1$, et cherchons à placer cet écran de façon que tout le mouvement lumineux transmis par $a_1\ b_1$ soit recueilli en $a_2\ b_2$. Désignons par L la distance des deux écrans. L'ouverture $a_2\ b_2$ doit alors, à l'instant t, occuper une position telle que les perpendiculaires abaissées de ses bords sur V_1 rencontrent les bords de $a_1\ b_1$ dans la situation qu'ils avaient au moment $t - \frac{L}{A}$. Il suit de là qu'à un même instant les deux ouvertures doivent être placées l'une par rapport à l'autre de la manière indiquée par la fig. 1, et déterminée par l'équation $tg\ a_2 a_1 c = \frac{g}{A}$, si g désigne la vitesse avec laquelle l'écran est transporté de gauche à droite.

On est conduit ainsi, dans l'hypothèse de l'éther immobile, à l'explication connue qui réduit l'aberration à la composition de deux mouvements rectilignes.

Si nous nous représentons la figure entière emportée avec la terre, les ouvertures $a_1 b_1$, $a_2 b_2$ conservent toujours la position indiquée dans la fig. 2. Le mouvement lumineux transmis à un certain moment par $a_1 b_1$ se retrouve alors successivement dans les sections ef, gh, etc. du cylindre oblique $a_1 b_1 a_2 b_2$. Ce cylindre détermine donc le mouvement relatif de la lumière par rapport à la terre; nous pouvons lui appliquer la dénomination de faisceau lumineux relatif, et aux droites qui le limitent, telles que $a_1 a_2$ et $b_1 b_2$, celle de *rayons relatifs*.

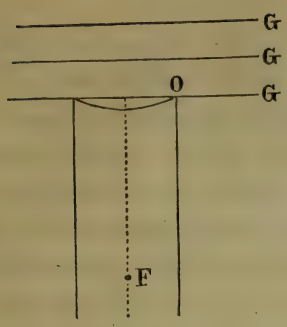
Fig. 2.



§ 3. D'après ce qui vient d'être dit, l'hypothèse de Fresnel rendrait immédiatement compte de l'aberration observée, si l'on déterminait le lieu des corps célestes au moyen de deux écrans opaques à petites ouvertures qui, étant parallèles à la direction dans laquelle ils se déplacent, n'impriment aucunement leur mouvement à l'éther. Mais nous faisons usage de lunettes, c'est à dire d'instruments qui sont fermés de tous côtés et c'est là ce qui rend nécessaires de nouvelles considérations.

Il est facile de montrer, en effet, que si la lunette en son entier, avec toute la matière qu'elle contient soit dans son tuyau soit dans le verre de ses lentilles, participe au mouvement de la terre, une aberration telle que nous l'observons ne saurait exister, même si, pour l'éther extérieur à l'instrument, l'hypothèse de Fresnel est admise. Pour le faire voir, je suppose (fig. 3), que l'objectif O de la lunette soit limité du côté antérieur par une face plane. Si à l'intérieur de la lunette tout est en repos relatif, le mouvement lumineux y sera entièrement déterminé dès qu'on connaîtra les ébran-

Fig. 3.



lements que cette face antérieure reçoit; si tous ses points sont constamment affectés par des vibrations de même phase, le mouvement lumineux sera concentré au foyer principal F de l'objectif.

Supposons maintenant que l'axe de la lunette soit dirigé sur le lieu réel d'une étoile et que l'instrument se déplace avec la terre dans une direction perpendiculaire à cet axe. Les ondes lumineuses G de l'étoile, sont alors parallèles à la face antérieure de O, de sorte que la phase sera effectivement la même pour tous les points de cette face; la circonstance que la face glisse le long des ondes ne change rien à cette égalité de phase. L'image de l'étoile devrait donc se former en F, tout comme si la lunette était immobile. Or, de fait, il se forme à une certaine distance à côté de F.

On est donc bien forcé, même pour ce cas très simple, de renoncer à l'idée que *tout* ce qui est contenu dans la lunette participe au mouvement de la terre. L'hypothèse requise pour expliquer dans ce cas l'aberration observée a déjà été établie par Fresnel. Elle revient à admettre que l'éther libre, interposé entre les molécules d'un corps, par exemple du verre dont est formé l'objectif, ne partage pas le mouvement que la matière pondérable possède en commun avec la terre, et qu'en conséquence, lorsque des ondes lumineuses se propagent dans une matière pondérable, leur vitesse de propagation par rapport à cette dernière ne devra être composée qu'avec une partie de la vitesse dont sont animées les molécules pondérables. La fraction qui représente cette partie, le *coefficient d'entraînement* de Fresnel, est $\frac{n^2 - 1}{n^2}$, n désig-

nant l'indice de réfraction absolu du milieu quand il se trouve en repos.

En réalité, ce n'est que cette dernière supposition, concernant la mesure dans laquelle les ondes lumineuses prennent part au mouvement de la matière pondérable, qui est nécessaire pour expliquer l'aberration qu'on observe avec une lunette et ce n'est que pour servir de fondement à cette supposition que l'hypothèse sur la manière dont se comporte l'éther libre interposé entre les molécules pondérables a été introduite par Fresnel. En tout cas, pour que les ondes lumineuses n'exécutent pas en entier le mouvement de la matière pondérable, il est certain qu'il doit exister, dans un corps transparent, quelque chose qui ne possède pas ce mouvement, ou qui ne le possède qu'en partie. D'ailleurs, la parfaite perméabilité des corps pour l'éther est déjà implicitement comprise dans l'hypothèse fondamentale de toute la théorie de Fresnel; ce n'est qu'en admettant cette perméabilité pour la terre entière, qu'on peut se représenter l'éther en repos jusqu'au voisinage immédiat de la terre.

Fresnel ne laissa pas d'indiquer quelques conséquences de sa théorie. En premier lieu il donna l'explication de l'expérience par laquelle Arago avait montré que, lorsque la lumière d'une étoile traverse un prisme, les rayons relatifs (§ 2) sont déviés suivant les lois ordinaires de la réfraction, de sorte que tout se passe comme si la terre était immobile et que ces rayons relatifs fussent des rayons absolus. En second lieu, Fresnel remarqua que, si le coefficient d'entraînement a la valeur $1 - \frac{1}{n^2}$, l'aberration observée n'éprouve pas de modification lorsque le tuyau de la lunette est rempli d'un liquide (expérience de Boscovich).

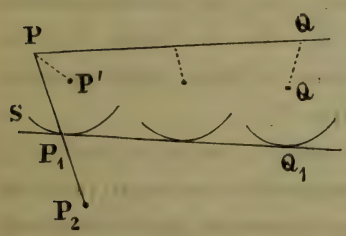
Après Fresnel, divers savants ont examiné les conséquences auxquelles conduisent ses hypothèses et les ont comparées avec les résultats de quelques expériences. Je ne cite-

rai que Stokes [1]), Hoek [2]), Veltmann [3]) et Ketteler [4]).

§ 4. Bien que M. Stokes ait contribué à développer la théorie de Fresnel, l'hypothèse fondamentale de ce dernier lui parut si peu admissible, qu'il rechercha si l'aberration ne pourrait être expliquée aussi bien si l'on suppose que l'éther, au voisinage de la terre, soit entraîné par celle-ci. Dans son premier Mémoire [5]) sur le phénomène, il conclut qu'on peut, en effet, donner une pareille explication à la seule condition d'admettre que le mouvement de l'éther comporte un potentiel de vitesse.

M. Stokes fait d'abord remarquer que le mouvement de l'éther doit influer sur la direction des ondes lumineuses émises par un corps céleste. Soit, en effet, PQ (fig. 4) une de ces ondes, à un moment t où le mouvement lumineux a déjà pénétré dans l'espace où l'éther est entraîné par la terre. Le principe de Huygens fera connaître la position de cette onde après l'élément de temps dt. Si les vibrations lumineuses constituaient le seul mouvement qui existe dans l'éther il se serait formé durant le temps dt, autour d'un des points P de PQ, une onde élémentaire sphérique, ayant P pour centre et $A\,dt$ pour rayon, A étant de nouveau la vitesse avec laquelle la lumière se propage

Fig. 4.



---

[1]) *Phil. Mag.*, Vol. 28, p. 76 (1846); *Mathem. and Physical Papers*, I, p. 141.

[2]) *Astr. Nachr.*, T. 54, p. 145 (1860); *Recherches astron. de l'Obs. d'Utrecht*, 1re livraison (1861).

[3]) *Astr. Nachr.*, T. 75, p, 145; T. 76, p. 129 (1870); *Pogg. Ann.*, T. 150, p. 497 (1873).

[4]) Différents Mémoires, publiés dans *Pogg. Ann.*, T, 144, 146 et 147 (1871—1873), furent ensuite réunis par M. Ketteler dans son *Astr. Undulationstheorie* (1873).

[5]) *Phil. Mag.*, Vol. 27, p. 9; *Papers*, I, p. 134.

dans l'éther immobile. Mais nous venons de supposer que l'éther se meuve avec la terre. De quelque manière que ce mouvement varie d'un point à l'autre, dans l'espace infiniment petit dans lequel se propagent durant le temps dt les vibrations parties de P, la vitesse pourra toujours être regardée comme ayant partout la même valeur et la même direction. Nous devons alors nous figurer que, en même temps que l'ébranlement s'étend autour de P suivant une sphère, cette sphère entière se déplace avec l'éther dans lequel elle est engendrée. L'onde élémentaire devient donc (si nous supposons la figure elle-même immobile dans l'espace) la sphère S, décrite avec le rayon $A\,dt$ autour de P' comme centre; PP' étant le chemin parcouru, dans le temps dt, par l'éther qui d'abord se trouvait en P.

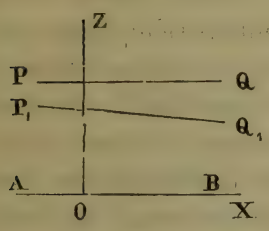
Construisons de la même manière les ondes élémentaires correspondant aux autres points Q, etc. de l'onde PQ; la surface enveloppe $P_1\,Q_1$ de toutes ces sphères nous donnera la position de l'onde après le temps dt.

Cette surface sera généralement courbe, même si l'onde PQ était encore plane; mais pour les parties des ondes qui peuvent entrer dans nos instruments nous pourrons négliger cette courbure. Quant à la direction de $P_1\,Q_1$, elle serait la même que celle de PQ, si sur toute l'étendue de l'onde la vitesse de l'éther avait la même grandeur et la même direction, et que PP' et QQ' fussent par conséquent égaux et parallèles. Dès que cela n'est pas le cas, l'onde a changé de direction, et en se propageant plus loin elle subira, pendant chaque élément de temps, une nouvelle rotation semblable. Elle atteint donc la surface de la terre avec une autre direction qu'elle ne possédât lorsqu'elle se mouvait encore dans l'éther immobile, en dehors de l'influence de la terre. Si maintenant, près de la surface terrestre, l'éther a le même mouvement que celle-ci, si par conséquent tout est en repos relatif dans l'espace où sont installés nos instruments d'observation, nous attribuerons à la lumière la direction perpendiculaire aux ondes telles qu'elles arrivent

dans cet espace, et cette direction différera de celle où l'étoile se trouve en réalité.

§ 5. Pour que cette déviation concorde avec l'aberration qu'on observe il est nécessaire de supposer que dans le mouvement de l'éther les composantes de la vitesse, u, v, w, puissent être conçues comme les dérivées partielles, par rapport aux coordonnées x, y, z, d'une même fonction. Pour le faire voir, considérons une partie $A\,B$ (fig. 5) de la surface terrestre, assez petite pour qu'elle puisse être regardée comme plane; supposons que la vitesse de la terre soit dirigée parallèlement à cette surface, et prenons l'axe des x dans cette direction. Nous devrons alors admettre, d'après les idées de M. Stokes, que l'éther possède, près de $A\,B$, une vitesse égale en grandeur et en direction. L'aberration observée dépend de cette vitesse ou, ce qui revient à la même chose, de la différence des valeurs de u à la surface terrestre et à quelque distance de cette surface, différence qui est déterminée par les valeurs du coefficient différentiel $\frac{\partial u}{\partial z}$ si l'axe des z est choisi comme le montre la figure. La rotation que l'onde $P\,Q$ subit d'après les raisonnements de M. Stokes et par laquelle elle prend par exemple la position $P_1\,Q_1$, est due, au contraire, à l'inégalité des vitesses normales à l'onde qui existent dans les différents points de cette dernière. Lorsque les ondes sont d'abord exactement perpendiculaires à l'axe des z, et qu'ensuite, après avoir subi une légère rotation, elles le sont encore à peu près, cette rotation dépend des valeurs de $\frac{\partial w}{\partial x}$, et le raisonnement de M. Stokes ne conduira à l'aberration observée que s'il y a quelque relation entre les dérivées $\frac{\partial u}{\partial z}$ et $\frac{\partial w}{\partial x}$. Or, tel est le

Fig. 5.



cas quand il existe un potentiel de vitesse : les deux expressions sont alors égales l'une à l'autre.

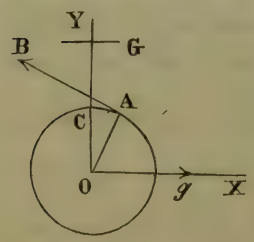
Par un calcul simple M. Stokes démontre que, si $udx + vdy + wdz$ est une différentielle totale, la rotation des ondes considérée au § 4, donne lieu dans tous les cas à une aberration telle qu'on l'observe.

§ 6. Cela exige toutefois que, près de la surface terrestre, l'éther ait exactement la même vitesse que la terre. Et voilà que s'élève une difficulté, car cette condition est incompatible avec l'existence d'un potentiel de vitesse.

L'hydrodynamique nous apprend, en effet, que le mouvement d'un fluide incompressible qui s'étend, autour d'une surface fermée, jusqu'à l'infini, est entièrement déterminé dès qu'on sait qu'il y a un potentiel de vitesse et lorsqu'en outre en chaque point de cette surface, la vitesse dans la direction de la normale est donnée, la vitesse devant d'ailleurs être 0 à une distance infinie. Nous pouvons appliquer cette proposition au mouvement de l'éther qui environne la terre, même sans lui attribuer aucune des propriétés des fluides ordinaires, car la proposition est indépendante de ces dernières ; nous admettons seulement l'incompressibilité de l'éther, mais c'est ce qu'on fait dans toutes les théories optiques.

En posant donc la condition qu'il existe un potentiel de vitesse et qu'en chaque point de la surface terrestre la composante normale de la vitesse soit la même pour l'éther et pour la terre, nous avons déjà complètement défini le mouvement du premier. Mais alors, en direction tangentielle, sa vitesse différera de celle de la terre.

Fig. 6.



Considérons cette dernière comme une sphère de rayon R (fig. 6), supposons qu'elle se meuve avec la vitesse g suivant l'axe des x, prenons le centre pour origine des coordonnées, et désignons par r la distance au centre d'un point exté-

rieur; les vitesses en ce point seront alors d'après les conditions précédentes:

$$u = \frac{1}{2} R^3 g \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x^2}, \quad v = \frac{1}{2} R^3 g \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x \, \partial y}, \quad w = \frac{1}{2} R^3 g \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x \, \partial z}$$

Cet état de mouvement est évidemment symétrique autour de l'axe des x; en se bornant à ce qui a lieu dans le plan xy, on a $w = 0$ et, si θ est l'angle que r fait avec OX:

$$u = \frac{1}{2} \frac{R^3}{r^3} g (3 \cos^2 \theta - 1), \quad v = \frac{3}{2} \frac{R^3}{r^3} g \sin \theta \cos \theta,$$

par conséquent, à la surface de la terre:

$$u = \frac{1}{2} g (3 \cos^2 \theta - 1), \quad v = \frac{3}{2} g \sin \theta \cos \theta.$$

De là on déduit facilement qu'en un point A l'éther aurait par rapport à la terre une vitesse relative

$$\frac{3}{2} g \sin \theta$$

dans la direction AB.

Je laisserai de côté la question de savoir si le mouvement dont il s'agit sera stable [1]); ce qui est sûr, c'est que, si l'éther se meut de façon qu'il existe un potentiel de vitesse, il devra s'y produire des courants parallèles à la surface terrestre, les courants les plus forts se trouvant aux points du grand cercle dont le plan est perpendiculaire à la vitesse de la terre. Il est vrai que si dans toutes les observations l'objectif de la lunette était protégé contre ces courants par des parois imperméables l'explication de M. Stokes pourrait encore être admise. Mais ce n'est pas dans de telles conditions que les observations astronomiques sont faites.

---

[1]) Voir Stokes, *Phil. Mag.* Vol. 29, p. 6 (*Papers*, I, p. 153) et Vol. 32, p. 343 (*Papers*, II, p. 8).

Sans doute on peut imaginer des états de mouvement de l'éther, dans lesquels l'accord voulu des vitesses à la surface terrestre est complètement réalisé. Tel est, par exemple, le mouvement représenté par les équations:

$$u = \frac{3}{4} Rg \frac{x^2 + r^2}{r^3} - \frac{1}{4} R^3 g \frac{3x^2 - r^2}{r^5},$$

$$v = \frac{3}{4} Rgxy \frac{r^2 - R^2}{r^5}, \quad w = \frac{3}{4} Rgxz \frac{r^2 - R^2}{r^5}.$$

Les vitesses prendraient ces valeurs si l'éther était un fluide à frottement intérieur (quelque petit que fût d'ailleurs le coefficient de frottement), et qu'il ne pût glisser sur la surface de la terre.

Pour faire voir qu'avec ce mouvement de l'éther la non-existence d'un potentiel de vitesse ferait complètement échouer l'explication de l'aberration, nous n'avons qu'à considérer une onde plane G (fig. 6), d'abord perpendiculaire à l'axe des y et se propageant vers la terre le long de cet axe. D'après la théorie de M. Stokes, l'aberration serait alors proportionnelle à l'intégrale

$$\int^{\infty} \frac{\partial v}{\partial x} dy,$$

prise le long de l'axe des y; l'aberration observée, au contraire, est proportionnelle à

$$\int_R^{\infty} \frac{\partial u}{\partial y} dy.$$

Or, pour la première intégrale on trouve $+ \frac{1}{2} g$, tandis que la seconde a la valeur $- g$.

M. Stokes a encore cherché à concilier l'existence d'un potentiel de vitesse avec le repos relatif de la terre et de l'éther ambiant, en attribuant à l'atmosphère une influence sur le mouvement de l'éther.

Après avoir exposé les raisons qui pourraient faire admettre

que dans le mouvement de l'éther il existe un potentiel de vitesse, il continue ainsi [1]):

„Il ressort donc, de ces vues sur la constitution de l'éther, que

$$u\,dx + v\,dy + w\,dz \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

doit être une différentielle exacte, à moins que cela ne soit empêché par l'action de l'air sur l'éther. L'action mutuelle de l'éther et de particules matérielles nous est trop inconnue, pour que nous puissions tirer, en cette matière, quelque conclusion bien probable; je me bornerai à risquer la conjecture suivante. Concevons qu'une portion de l'éther soit remplie d'un grand nombre de corps solides, placés à intervalles, et supposons que ces corps se meuvent avec une vitesse très petite en comparaison de celle de la lumière; le mouvement de l'éther entre ces corps sera encore tel que (a) soit une différentielle exacte. Mais si ces corps sont suffisamment nombreux et rapprochés, ils devront imprimer à l'éther interposé entre eux soit leur propre vitesse tout entière, soit une partie considérable de cette vitesse. Or les molécules de l'air peuvent jouer le rôle de ces corps solides. Il peut donc arriver que (a) soit une différentielle exacte et que néanmoins l'éther, près de la surface terrestre, soit en repos relativement à la terre. La seconde de ces conditions n'est toutefois pas nécessaire pour l'explication de l'aberration."

Pour le moment cette dernière assertion peut être laissée de côté, car dans la théorie de M. Stokes, sous la forme que nous avons examinée jusqu'ici, la condition dont il s'agit est bien dûment nécessaire. Et quant à la difficulté qui nous occupe, je ne crois pas qu'elle puisse être levée par les considérations qu'on vient de lire. Assurément, si une partie d'une onde, assez petite pour pouvoir passer entre les molécules d'air sans en rencontrer une seule, pouvait se propager sans que la diffraction lui fît perdre entièrement son caractère, la direction de cette partie subirait, lorsque l'onde pénètre de l'espace

[1]) *Phil. Mag.*, Vol. 29, p 8 (*Papers* I, p. 155).

céleste dans l'atmosphère, la rotation nécessaire pour expliquer l'aberration. Mais des ondes lumineuses, capables de se propager comme telles, doivent avoir une largeur bien des fois supérieure à la distance mutuelle des molécules de l'air. Or, si l'on veut appliquer à de pareilles ondes les raisonnements de M. Stokes, il faudra entendre par u, v, w les valeurs moyennes que les composantes de la vitesse présentent dans un élément de volume qui contient un grand nombre de molécules. Ces vitesses moyennes sont de nouveau, en général, des fonctions de x, y, z, mais pour ces fonctions il n'est pas nécessaire qu'il y ait un potentiel de vitesse, même lorsque tel est le cas pour les vitesses réelles de l'éther. Quand même la relation $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$ existe pour ces dernières vitesses, alors que dans ces coefficients différentiels dx et dy sont infiniment petits par rapport à la distance des molécules, cette relation peut ne pas se vérifier lorsque u et v sont des vitesses moyennes et que par dx et dy on entend simplement des distances très petites, mais égales à des multiples élevés de la distance moléculaire.

Si, pour prendre un cas simple, nous remplaçons la terre par une surface plane, au-dessus de laquelle s'étend une atmosphère; si nous admettons que cette surface plane se meut avec l'atmosphère suivant une direction située dans le plan et parallèle à laquelle nous choisissons l'axe des x, et si enfin nous prenons l'axe des z perpendiculaire au plan, les vitesses moyennes en question seront $u = f(z)$, $v = w = 0$, de sorte qu'il n'y aura pas pour elles un potentiel de vitesse. Avec ces vitesses moyennes on ne peut expliquer l'aberration, et effectivement, lorsqu'une large onde normale à l'axe des z se propage le long de cet axe, les points du plan $x\ y$ recevront des vibrations de même phase, tous les éléments de l'onde pouvant se transmettre de la même manière à travers l'atmosphère.

§ 7. Après avoir exposé la théorie que nous venons de

résumer, M. Stokes nous fait connaître une autre manière de voir [1]). Lorsque (fig. 4) l'onde PQ s'est propagée, comme il a été dit, jusqu'en P_1Q_1, on peut appeler PP_1 un élément du *rayon lumineux*, et un nouvel élément P_1P_2 de ce rayon sera trouvé de la même façon, en considérant comment, pendant un second élément de temps, le mouvement vibratoire se propage à partir de P_1Q_1. Or, M. Stokes démontre que, dès qu'il existe un potentiel de vitesse, l'enchaînement des éléments PP_1, P_1P_2, etc. forme une ligne droite. Et, dit-il ensuite, „la propagation rectiligne d'un rayon de lumière, qui à priori semblerait très susceptible d'être altérée par le mouvement communiqué à l'éther par la terre et les corps célestes qui le traversent, est tacitement supposée dans l'explication de l'aberration telle que la donnent les traités d'astronomie; une fois cette supposition justifiée, tout le reste suit comme d'ordinaire." M. Stokes est évidemment d'avis que l'aberration se trouve expliquée de cette manière, même si l'éther, près de la terre, est en mouvement par rapport à celle-ci. C'est là, paraît-il, ce qu'il a en vue, dans la dernière des phrases citées au § précédent.

Je pense toutefois que la théorie modifiée de M. Stokes, c'est à dire la théorie qui n'exclut pas un mouvement relatif de la terre et de l'éther ambiant, ne parvient pas à expliquer l'aberration avec la seule donnée que les rayons lumineux se propagent en ligne droite. En effet après l'avoir obtenue on se trouve au même point où la théorie de Fresnel nous place dès le début. Si le lieu des astres était déterminé au moyen de deux écrans à petites ouvertures qui se déplacent par rapport à l'éther dans une direction parallèle à leurs plans (§ 2), la théorie ne laisserait plus rien à désirer. Mais elle est insuffisante dès que nous faisons usage d'une lunette fermée de toutes parts. Si l'on admet qu'à l'intérieur de cet instrument tout est en repos relatif, la théorie de M. Stokes, tout

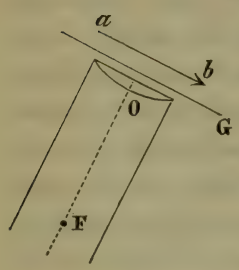
---

1) *Papers*, I, p. 138.

aussi bien que celle de Fresnel, est incapable de rendre compte du phénomène.

Soit, en un point de la surface terrestre, $a\,b$ (fig. 7) la direction du mouvement relatif de l'éther par rapport à la terre. Nous pouvons alors nous figurer une étoile située dans une direction telle, que les ondes lumineuses qu'elle nous envoie, après avoir subi la rotation mentionnée au § 4, atteignent la terre avec une direction G parallèle à $a\,b$. Prenons maintenant la lunette dont il fut question dans le § 3, et plaçons-la de manière que son axe soit perpendiculaire à G. Les divers points de la face antérieure de l'objectif seront alors constamment frappés par des vibrations de même phase, et, si dans la lunette tout est en repos relatif, le mouvement lumineux devra se concentrer au foyer principal F, quelle que soit la direction du *rayon lumineux* en dehors de l'instrument. Par la lunette on verra donc l'étoile dans une direction perpendiculaire à G, et l'aberration qu'on observe dépendra de la rotation par laquelle les ondes ont acquis la direction G. Par conséquent elle ne serait identique à l'aberration réellement existante que si, près de la terre, l'éther ne se mouvait pas par rapport à celle-ci.

Fig. 7.



Une hypothèse accessoire doit donc de nouveau être faite, et comme le cas offre beaucoup d'analogie avec celui dont il a été parlé plus haut (§ 3) à l'occasion de la théorie de Fresnel, il était tout naturel d'essayer si l'on ne pourrait résoudre la difficulté en introduisant dans la théorie modifiée de M. Stokes l'hypothèse de Fresnel sur l'entraînement des ondes lumineuses par la matière pondérable.

§ 8. Je reconnus que cela est effectivement possible, et c'est ainsi que je fus conduit à établir une théorie qui peut être regardée comme issue de la théorie modifiée de M. Stokes, et qui comprend en même temps celle de Fresnel comme

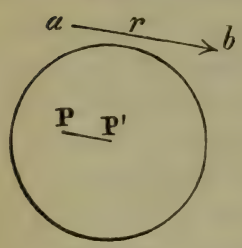
un cas particulier. Il peut y avoir quelque utilité, me semble-t-il, à faire connaître cette théorie plus générale.

Je suppose donc que l'éther, qui entoure la terre, soit animé d'un mouvement, dont je ne rechercherai pas les particularités, mais auquel j'attribuerai un potentiel de vitesse. A la surface de la terre ce mouvement peut être différent de celui de la matière pondérable. J'admettrai de plus que l'éther contenu dans un corps transparent participe au mouvement de l'éther extérieur de sorte qu'au dehors et au dedans d'un tel corps les composantes de la vitesse de l'éther peuvent être représentées par des fonctions continues et qu'il en est de même du potentiel de vitesse. Quant aux corps opaques, nous n'introduirons aucune hypothèse; nous pouvons admettre que l'éther s'y comporte comme dans les matières transparentes, mais nous pouvons aussi le supposer en repos par rapport aux molécules du corps opaque. La chose se laisse encore exprimer de la manière suivante. Concevons, d'abord, que tous les corps transparents aient été enlevés de nos appareils d'observation et de l'espace dans lequel ils sont placés. Quel que soit le rôle qu'on veuille attribuer aux corps opaques, qu'ils soient perméables ou non pour l'éther, on pourra alors se représenter dans ce dernier un mouvement, où il y a un potentiel de vitesse dans tout l'espace en dehors des corps opaques. Si, par exemple, la paroi d'un tuyau de lunette est imperméable, nous admettrons qu'à l'extérieur du tuyau, et à l'intérieur près de l'orifice, l'éther possède le même mouvement que prendrait un fluide incompressible, sans frottement, dans lequel le tuyau se déplacerait. Lorsque ensuite les corps transparents sont remis à leur place, nous supposerons qu'il n'en résulte aucun changement dans le mouvement de l'éther, c'est-à-dire que l'éther intermoléculaire se meut dans ces corps de la même manière que le faisait d'abord l'éther libre qui occupait la même place.

Enfin, je ferai une hypothèse sur la propagation de la

lumière dans un corps transparent à travers duquel l'éther se déplace. La vitesse relative que possède par rapport à ce dernier la matière pondérable variera en général d'un point à l'autre mais peut être regardée comme constante dans un espace infiniment petit. Je supposerai que la fig. 8 soit renfermée dans un tel espace et j'admettrai qu'elle est en repos par rapport à l'éther, de sorte que la matière pondérable se déplace à travers la figure. Soient $a\,b$ la direction de ce déplacement, r sa vitesse, A la vitesse avec laquelle la lumière se propagerait si la matière pondérable et l'éther étaient en repos relatif. Dans ce dernier cas, le mouvement lumineux partant d'un centre de vibration s'étendrait, durant le temps $d\,t$, dans toutes les directions jusqu'à la distance $A\,d\,t$. Je suppose maintenant que, dans le cas actuellement considéré, l'onde élémentaire sphérique de rayon $A\,d\,t$, qui se forme autour de P, est entraînée avec une vitesse $k\,r$ égale à une fraction déterminée de la vitesse r de la matière pondérable de sorte que, si la droite $P\,P'$ est menée parallèlement à $a\,b$ et prise $= k\,r\,d\,t$, c'est autour de P' comme centre qu'on devra construire une sphère avec le rayon $A\,d\,t$. Il convient de remarquer que l'éther et la matière pondérable pourront prendre part, l'un et l'autre, au mouvement lumineux; l'hypothèse revient à ceci que, si à l'instant t un ébranlement existe dans l'éther et la matière pondérable qui sont alors au point P de la figure, ce même ébranlement se trouve au moment $t + d\,t$ dans l'éther et la matière pondérable qui occupent alors les points de la surface sphérique.

Fig. 8.



Cette hypothèse, d'ailleurs, n'est autre que celle de Fresnel; celui-ci, il est vrai, admettait que l'éther est immobile et que la matière pondérable seule se déplace, mais on peut communiquer au système entier une vitesse quelconque sans rien

changer au mouvement relatif des ondes lumineuses par rapport à l'éther.

Pour le coefficient d'entraînement k je prendrai la valeur admise par Fresnel, savoir

$$k = 1 - \frac{1}{n^2},$$

n étant l'indice de réfraction absolu du milieu considéré, dans l'état de repos.

Je démontrerai maintenant que les hypothèses introduites permettent d'expliquer l'aberration et quelques autres phénomènes qui s'y rattachent. La théorie de Fresnel rentrera dans celle que je vais exposer, car le repos est un cas particulier d'un mouvement avec un potentiel de vitesse; on n'a qu'à prendre ce dernier $= 0$, ou constant. Les raisonnements suivants s'appliquent également au cas où, dans un point de la surface terrestre, l'éther possède la même vitesse que la terre. Dès que cette circonstance se présente, ce qui peut arriver dans une partie restreinte de la surface du globe, on peut accepter la théorie primitive de M. Stokes, mais elle sera encore comprise dans celle que je ferai connaître. Seulement, dans le cas du repos relatif de l'éther et de la matière pondérable, on pourrait se passer de l'hypothèse sur l'entraînement des ondes lumineuses.

§ 9. Dans l'application des hypothèses que je viens d'indiquer les vitesses de l'éther et de la matière pondérable seront regardées, au moins dans les premiers paragraphes, comme assez petites par rapport à la vitesse A de la lumière pour que nous n'ayons à en conserver que les premières puissances. Ces vitesses, en effet, se présenteront toujours divisées par A, ou bien les termes qui les contiennent se trouveront à côté d'autres quantités où entre le facteur A. Or, la vitesse de la matière pondérable sera celle de la terre, et la vitesse de l'éther sera du même ordre de grandeur; la vitesse avec laquelle la terre accomplit sa révolution autour du soleil étant environ 10000 fois moindre

que la vitesse de la lumière, les termes que nous négligerons ne pourront avoir aucune influence appréciable sur la plupart des phénomènes. Au § 26, toutefois, nous devrons conserver les termes du second ordre.

Pendant que la lumière traverse l'espace où l'éther se trouve entraîné par notre planète, le mouvement de cette dernière autour du soleil ne change pas sensiblement de direction ni de vitesse; c'est pourquoi nous remplacerons toujours ce mouvement par une translation uniforme, dirigée suivant la tangente à l'orbite.

Quant à la rotation de la terre autour de son axe, j'en ferai complètement abstraction; un point de l'équateur possède, en vertu de ce mouvement, une vitesse 650,000 fois plus petite que celle avec laquelle se propage la lumière.

On peut simplifier de beaucoup les raisonnements si l'on considère toujours les mouvements relatifs par rapport à la terre [1]). Toute la matière pondérable est alors, dans les cas dont nous traiterons, en repos relatif; l'éther, au contraire, se déplace: suivant l'hypothèse de Fresnel, avec une vitesse égale et opposée à celle de la terre, suivant la nôtre d'une manière plus compliquée. Ayant supposé l'existence d'un potentiel de vitesse pour le mouvement absolu nous devons admettre la même chose pour le mouvement relatif, car ce dernier s'obtient par la combinaison du mouvement absolu avec une translation qui possède elle-même un potentiel de vitesse.

Conformément à ce qui a été dit nous supposerons que les figures prennent part au mouvement de la terre, et nous emploierons des axes de coordonnées qui y participent également. Nous désignerons par φ le potentiel de vitesse pour le mouvement relatif, par u, v, w les composantes de la vitesse, de sorte qu'on a:

---

1) C'est surtout M. Veltmann (*l.c.*) qui le fit remarquer.

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

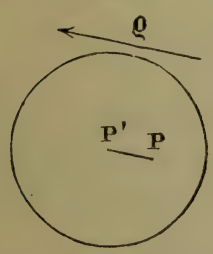
La vitesse elle-même sera représentée par ϱ; elle a la même grandeur que r dans la fig. 8, mais une direction opposée.

Il est clair que le mouvement de l'éther sera constamment le même dans un point déterminé de nos figures. Par conséquent, $\varphi, u, v, w, \varrho$ sont des fonctions de x, y, z, mais non de t.

Quand on adopte l'hypothèse de Fresnel, φ devient une fonction linéaire de x, y, z.

§ 10. La fig. 8, qui se trouvait en repos relativement à un élément de volume de l'éther, doit subir une modification maintenant que la figure se déplacera avec la terre. Si nous conservons la même position au point P, qui a rapport à l'instant t, la partie de la figure qui correspond au moment $t + dt$ doit être déplacée de la quantité $\varrho\, dt$ dans la direction de la vitesse ϱ. On obtient ainsi la fig. 9. Tandis que dans la fig. 8 le centre de la sphère s'est avancé, à partir de P, dans la direction de r sur une distance $k\, r\, dt$, il s'est déplacé, dans la fig. 9, dans la direction de ϱ sur la distance $(1 - k)\, \varrho\, dt = \varkappa\, \varrho\, dt$, où l'on a

Fig. 9.



$$\varkappa = \frac{1}{n^2}$$

A cette quantité aussi bien qu'à celle que nous avons désignée par k, il convient de donner le nom de „coefficient d'entraînement". En considérant les mouvements relatifs par rapport à l'éther, on peut parler de l'entraînement des ondes lumineuses par la matière pondérable, mais si l'on envisage les mouvements relatifs par rapport à cette matière, il est également permis de dire que les ondes sont entraînées par l'éther.

En l'absence de matière pondérable, dans l'espace céleste, les ondes lumineuses partagent complètement les mouvements de l'éther; c'est ce qui sera exprimé par les valeurs $k = 0$, $\varkappa = 1$.

§ 11. Le mouvement lumineux, émané d'un astre que nous supposerons en repos, pourra être décrit le plus simplement à l'aide d'un système de coordonnées à axes également immobiles; veut-on ensuite rechercher ce que devient ce mouvement dans le voisinage de la terre, et employer à cet effet la méthode du § 9, il est nécessaire de passer à des axes de coordonnées qui sont liés d'une manière invariable avec la terre.

Soient x', y', z' les coordonnées relatives aux axes fixes, x, y, z, celles qui ont rapport aux axes mobiles, et supposons ces axes choisis de telle sorte que, la terre se déplaçant avec la vitesse g, on ait

$$x' = x + g\,t, \quad y' = y\,, \quad z' = z.$$

Dans le voisinage de la terre, mais à une distance encore assez grande pour que l'éther y soit en repos, le mouvement lumineux émis par une étoile sera représenté par l'équation

$$\omega = a \cos 2\pi N \left[t - \frac{x' \cos\alpha + y' \cos\beta + z' \cos\gamma}{A} + \delta \right], \quad (1)$$

où ω est une quantité qui mesure le dérangement d'équilibre, N le nombre des vibrations par unité de temps, tandis que α, β, γ sont les angles que la direction de propagation fait avec les axes positifs. Ce mouvement lumineux pourra être représenté aussi par l'équation

$$\omega = a \cos 2\pi N' \left[t - \frac{x \cos\alpha + y \cos\beta + z \cos\gamma}{A'} + \delta \right] \quad (2)$$

si l'on pose

$$N \left(1 - \frac{g \cos\alpha}{A} \right) = N' \quad (3)$$

et

$$A - g \cos\alpha = A' \quad (4)$$

Dans un point dont les coordonnées x, y, z ont des valeurs déterminées, et qui par conséquent se déplace avec la terre, l'ébranlement parcourra toutes les phases, non N fois par seconde, mais N' fois. C'est précisément cette modification du nombre des vibrations qui peut être déduite du principe de Doppler.

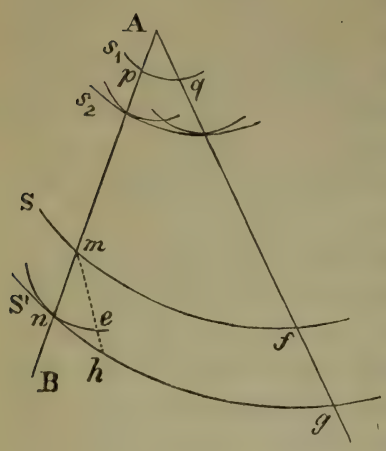
La quantité A' est la vitesse relative des ondes lumineuses par rapport à la terre.

A partir d'ici nous appliquerons la méthode exposée au § 9. Dans l'étude de la propagation des ondes l'équation (2) pourrait servir de point de départ; nous pourrions en déduire les expressions qui représentent les vibrations dans le voisinage de la terre, là où l'éther est en mouvement. Ces expressions contiendraient toujours x, y, z et elles seraient des fonctions périodiques de t, avec la période $\frac{1}{N'}$. Mais ce sera surtout la direction des ondes dans le mouvement donné par l'équation (2), dont nous ferons usage dans les paragraphes suivants; la normale des ondes coïncide avec la direction déterminée par α, β, γ, dans laquelle l'étoile se trouve réellement par rapport à la terre.

§ 12. Le principe de Huygens peut nous servir, de la même manière qu'au § 4, à rechercher comment, à partir d'une pareille onde plane, ou en tout autre cas, les vibrations se propagent dans un espace pour lequel on admet les hypothèses du § 8. Nous supposerons cet espace occupé par une matière pondérable homogène, de sorte que le coefficient d'entraînement $\varkappa$ aura partout la même valeur; s'agit-il du mouvement dans l'espace céleste ou dans l'air, si l'on veut négliger la réfraction atmosphérique, il suffira de poser $\varkappa = 1$.

Considérons, en premier lieu, l'extension d'un mouvement lumineux à partir d'un centre A (fig. 10), soit que la matière pondérable qui se trouve en A émette elle-même la lumière, soit qu'en ce point l'éther et, s'il y en a, la matière pondérable reçoivent les vibrations d'une source quelconque. Un ébranle-

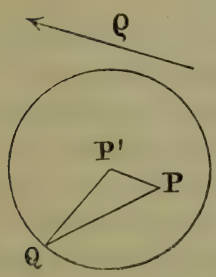
Fig. 10.



ment parti de A se sera étendu, après un temps infiniment petit, jusqu'à la surface d'une onde élémentaire s_1, telle que celle dont nous avons parlé au § 10. Des points p, q, etc. de cette onde procèdent, durant l'élément suivant du temps, de nouvelles ondes élémentaires, et l'enveloppe s_2 de celles-ci est la nouvelle position de l'onde. En continuant ainsi, on trouve toutes les positions successives d'une onde qui s'étend autour de A; soient S et S' deux quelconques de ces positions, situées à une distance infiniment petite l'une de l'autre.

Pour déterminer le temps dans lequel le mouvement atteint un point B, arbitrairement choisi, je considérerai encore une fois, fig. 11, l'onde élémentaire déjà représentée dans la fig. 9 et qui se forme autour de P durant le temps dt. En un point quelconque Q de cette onde, l'ébranlement arrive comme s'il s'était propagé suivant la ligne droite PQ avec la vitesse

Fig. 11.



$$B = \frac{PQ}{dt}.$$

En désignant par θ l'angle que PQ fait avec la direction de la vitesse ϱ, c'est-à-dire avec PP', nous avons

$$P'Q^2 = PQ^2 - 2\,PQ \times PP' \cos\theta + PP'^2\,,$$

ou, après division par dt^2

$$A^2 = B^2 - 2\,B\,\varkappa\,\varrho \cos\theta + \varkappa^2\,\varrho^2\,,$$

par conséquent, si nous nous bornons à la première puissance de ϱ,

$$B = A + \varkappa \varrho \cos \theta, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

et, si nous voulons retenir les termes qui contiennent ϱ^2,

$$B = A + \varkappa \varrho \cos \theta - \frac{\varkappa^2 \varrho^2}{2A} \sin^2 \theta \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Dans les premiers paragraphes suivants il ne sera fait usage que de l'expression (5). La vitesse qu'elle représente dépend de la direction de PQ; d'ailleurs sa valeur est différente pour des éléments de même direction, mais qui sont tracés à partir de points différents de l'espace, du moins si en ces points ϱ n'a pas la même direction et la même grandeur.

Revenons à la fig. 10. On remarquera que les points de deux ondes successives S et S' sont, deux à deux, liés de telle sorte que l'un de ces points, m, situé sur S, peut être regardé comme le centre de vibration de l'onde élémentaire qui au second point n est tangente à S'. Nous donnerons à de pareils points, tels que m et n, ou f et g, le nom de points *conjugués*. Pour toutes les droites qui joignent des points conjugués de S et S' le temps, nécessaire au mouvement lumineux pour les parcourir avec la vitesse B est le même, et ce temps est celui dans lequel l'onde se transporte de S en S'. Pour toute droite mh, au contraire, qui, menée entre S en S', ne joint pas deux points conjugués, le temps que le mouvement lumineux mettrait à la parcourir avec la vitesse B, sera plus long que celui dont il vient d'être parlé. En effet mh coupera la surface de l'onde élémentaire émanée de m en quelque point e, à l'intérieur de S', et le temps en question sera déjà pour me le même que pour mn.

Supposons maintenant que de A en B soient menées un grand nombre de lignes. Parmi celles-ci il y en aura une qui coupera en des points conjugués toutes les ondes situées entre A et B, et le parcours de cette ligne demandera moins

de temps que le parcours de toute autre ligne, qui ne passe pas dans toute son étendue par des points conjugués des ondes successives. A cette ligne, parcourue en un temps minimum, je donnerai le nom de *rayon lumineux*; le temps exigé pour le parcours d'un pareil rayon lumineux est celui dans lequel les ondes s'étendent de A à B.

La forme du rayon lumineux se laisse aisément déduire de ce qui vient d'être dit. Soit ds un élément d'une des lignes menées de A en B, et θ l'angle que cet élément fait avec la vitesse ϱ de l'éther dans son voisinage; le temps nécessaire au parcours de cet élément sera:

$$\frac{ds}{B} = \frac{ds}{A + \varkappa \varrho \cos \theta} = \frac{ds}{A} - \frac{\varkappa \varrho \cos \theta \, ds}{A^2},$$

et le temps exigé pour le parcours de la ligne entière, dont nous désignerons la longueur par l:

$$\int \frac{ds}{B} = \frac{l}{A} - \frac{\varkappa}{A^2} \int \varrho \cos \theta \, ds.$$

Le facteur $\varrho \cos \theta$ étant la vitesse de l'éther dans la direction de ds peut être représenté par $\frac{\partial \varphi}{\partial s}$. Il en résulte que l'intégrale du second membre a pour valeur $\varphi_B - \varphi_A$, si nous distinguons par les indices A et B les valeurs du potentiel de vitesse aux points A et B.

Dans l'expression ainsi obtenue

$$\frac{l}{A} - \frac{\varkappa}{A^2} (\varphi_B - \varphi_A),$$

le dernier terme est le même pour toutes les lignes menées de A en B. Pour le rayon lumineux, il faut donc que le premier terme, et par conséquent l, devienne un minimum; le rayon est par conséquent une ligne droite.

Par une autre voie et pour le cas de $\varkappa = 1$, M. Stokes a déja obtenu ce résultat. On y arrive encore si, au lieu de

supposer un centre unique A, on commence par une onde S_1 de forme quelconque. Si S_2 est une des positions postérieures de cette onde, et $A\,B$ une ligne par laquelle S_1, S_2 et toutes les positions intermédiaires sont coupées en des points conjugués, cette ligne sera parcourue par la lumière dans un temps minimum, d'où il suit de nouveau qu'elle est une ligne droite.

§ 13. Des considérations analogues à celles du paragraphe précédent peuvent servir à la recherche du changement de direction qu'un rayon lumineux éprouve lorsqu'il passe d'un milieu dans un autre. Soit V la surface de séparation, de forme quelconque, de deux matières pondérables, toutes les deux homogènes, de sorte que la vitesse de propagation A et le coefficient d'entraînement $\varkappa$ ont dans le premier milieu partout les mêmes valeurs A_1 et $\varkappa_1$, et pareillement dans le second milieu partout les mêmes valeurs A_2 et $\varkappa_2$. Dans ce cas général est compris celui où d'un côté de V se trouve l'éther libre.

Supposons qu'à partir d'une onde quelconque, dont la partie que nous avons à considérer se trouve encore tout entière dans le premier milieu, le mouvement lumineux se propage vers la surface limite. Le principe de Huygens nous permettra de nouveau de suivre à pas infiniment petits le progrès des ondes, et cela même après qu'elles ont déjà pénétré partiellement dans le second milieu. Dans ce dernier cas, l'onde est composée de deux parties, qui rencontrent la surface de séparation suivant la même ligne, mais qui en chaque point de cette ligne font entre elles un certain angle, et qui seront généralement de forme différente. L'ensemble de ces deux parties sera toutefois désigné, dans ce qui suit, comme une onde unique. Dans l'étendue qu'on en considère cette onde peut être coupée par la surface de séparation suivant une ligne unique qui se termine aux bords de l'onde ou bien suivant une ligne qui rentre en elle-même, ou enfin suivant deux ou plusieurs lignes, de l'une ou l'autre nature.

Le premier cas se présente, par exemple, lorsqu'une onde plane et limitée tombe obliquement sur une surface plane; le second cas, lorsqu'une pareille surface est rencontrée par une onde sphérique; enfin, une surface cylindrique peut être coupée, par une onde plane, suivant deux lignes droites.

Dans tous les cas, pour déduire de l'une des positions S de l'onde brisée la position S' qu'elle occupe au bout du temps dt, on doit construire deux ou, à strictement parler, trois espèces d'ondes élémentaires. En premier lieu, autour des points de S qui se trouvent déjà dans le second milieu, des ondes élémentaires semblables à celles dont il a été question au § 10, et pour lesquelles on emploiera les valeurs de A_2 et de $\varkappa_2$ propres au second milieu. La surface enveloppe de ces ondes fournit presque toute la partie de S' qui est située dans le second milieu; il n'y manque qu'une étroite bordure, au voisinage immédiat de la surface limite. En second lieu, nous avons à construire des ondes élémentaires, analogues aux précédentes, mais avec les valeurs que A et $\varkappa$ possèdent dans le premier milieu, autour de tous les points de S qui dans ce milieu sont assez éloignés de la surface limite pour que les ondes élémentaires correspondantes restent en deça de la surface limite. L'enveloppe de ces ondes-là est, jusqu'à une très petite distance de V, la partie de S' qui se trouve dans le premier milieu.

Restent encore les points de S qui sont si rapprochés de la surface limite que l'ébranlement qui en émane la franchit avant la fin du temps dt. Autour de ces points nous pourrions construire un troisième groupe d'ondes élémentaires, mais nous n'en avons pas besoin pour apprendre à connaître la surface S'. La considération, en effet, des ondes élémentaires qui sont situées en entier dans le premier ou dans le second milieu ne laisse indéterminée qu'une bande infiniment étroite de S', près de la surface limite, et nous pouvons combler cette lacune en prolongeant chacune des parties déjà trouvées de S' par des plans infiniment petits,

qui se raccordent à la direction de la surface déjà obtenue.

Au reste, quand même une onde élémentaire tombe en partie dans le second milieu, la partie de cette onde qui est encore située dans le premier milieu n'en aura pas moins la forme indiquée au § 10. Donc, dans la construction précédente on pourra encore employer de telles ondes à la seule condition que leur point de contact avec la surface enveloppe tombe en dedans du premier milieu ou sur la surface limite même. En opérant ainsi, on obtient dans toute son étendue la partie de S' située dans le premier milieu.

Les points de deux ondes successives sont de nouveau conjugués deux à deux, et en nous bornant à ceux de ces points qui se trouvent soit tous les deux dans le premier milieu, soit tous les deux dans le second, nous pouvons dire que toutes les lignes droites qui joignent deux points conjugués, qu'elles soient situées dans le premier ou dans le second milieu, sont parcourues, avec la vitesse B indiquée au § 12, dans le même temps.

Mais si une ligne droite est menée entre deux points non conjugués de S et S', de façon toutefois qu'elle soit encore contenue tout entière dans le même milieu, le parcours de cette ligne demandera plus de temps que le parcours d'une droite joignant deux points conjugués.

Imaginons, à partir d'un point A du premier milieu, une ligne qui, même après son passage dans le second milieu, joigne constamment des points conjugués. Soit B le point où ce „rayon lumineux" rencontre la surface limite, et C l'un des points qu'il atteint au-delà de cette surface. Si nous menons alors entre A et C quelque autre ligne, qui coupera la surface limite par exemple en B' où de même que $A\,B\,C$ au point B elle pourra subir un changement de direction, le parcours de $A\ B\ C$ exigera moins de temps que le parcours de $A\,B'\,C$. Pour le reconnaître, on n'a qu'à interposer entre A et C une infinité d'ondes, en ayant soin qu'il en passe une par B et une par

B', et à remarquer que les éléments de $A\,B'\,C$ ne joignent pas tous des points conjugués d'ondes successives.

Le rayon lumineux est donc, de tous les chemins allant de A à C, celui qui est parcouru dans le temps le plus court. Il suit de là, d'après le résultat du paragraphe précédent, que ce rayon doit être composé de deux lignes droites, et B sera celle des positions du point variable B' pour laquelle le temps, nécessaire au parcours de la ligne brisée $A\,B'\,C$, devient un minimum.

D'après les formules du paragraphe précédent, il faut, pour parcourir $A\,B'$, le temps

$$\frac{A\,B'}{A_1} - \frac{\varkappa_1}{A_1^2}(\varphi B' - \varphi A), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

et pour parcourir $B'\,C$, le temps

$$\frac{B'\,C}{A_2} - \frac{\varkappa_2}{A_2^2}(\varphi C - \varphi B'), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

$\varphi B'$ ayant dans ces deux expressions la même valeur puisque, suivant notre hypothèse, le potentiel de vitesse est une fonction continue.

La somme de (7) et (8) peut être représentée très simplement, à raison de la valeur que nous avons admise, au § 10, pour le coefficient d'entraînement. Désignant, en effet, par n_1 et n_2 les indices de réfraction absolus des deux milieux, on a:

$$\varkappa_1 : \varkappa_2 = n_2^2 : n_1^2,$$

et l'on sait, de plus, que

$$A_1 : A_2 = n_2 : n_1.$$

On en conclut que

$$\frac{\varkappa_1}{A_1^2} = \frac{\varkappa_2}{A_2^2}.$$

J'ajouterai que la fraction $\frac{\varkappa}{A^2}$ a pour *tous* les milieux iso-

tropes la même valeur. Celle-ci étant désignée par μ, la somme de (7) et (8) sera :

$$\frac{A\,B'}{A_1} + \frac{B'\,C}{A_2} - \mu\,(\varphi C - \varphi A).$$

Comme le dernier terme de cette expression est indépendant de la situation de B', il faut simplement que

$$\frac{A\,B'}{A_1} + \frac{B'\,C}{A_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

devienne un minimum lorsque B' occupe la position B. Mais il résulte de là que les droites $A\,B$ et $B\,C$ sont situées, avec la normale à la surface limite en B, dans un même plan, et que les sinus des angles qu'elles font avec cette normale sont entre eux dans le rapport de A_1 à A_2. Je puis me dispenser de donner ici la démonstration de cette conséquence. Bornons-nous à remarquer que de l'expression (9) a disparu tout ce qui est relatif au mouvement de l'éther par rapport à la matière pondérable. Alors même que tout est en repos, la manière dont le rayon passe d'un milieu dans l'autre est déterminée par la condition que (9) devienne un minimum ; or, dans ce cas la réfraction obéit aux lois que je viens d'énoncer.

Que ces lois subsistent encore, pour les rayons relatifs, lorsque l'éther est en mouvement par rapport à la matière pondérable, c'est ce qui a été démontré d'une manière générale, d'abord par M. Stokes dans son Mémoire sur la théorie de l'aberration de Fresnel, puis par M. Veltmann. Ces savants prirent toutefois pour point de départ de leur démonstration l'hypothèse de Fresnel et leur méthode est différente de celle que j'ai employée.

Il importe de remarquer que le résultat obtenu dépend entièrement de la valeur qu'on attribue au coefficient d'entraînement. En effet la démonstration donnée est en défaut dès que $\varphi B'$ ne disparaît pas de la somme des expressions (7) et (8).

Or, cela n'a lieu que si $\frac{\varkappa_1}{A_1^2} = \frac{\varkappa_2}{A_2^2}$, c'est-à-dire, si pour des milieux différents $\varkappa$ est inversement proportionnel à n^2, si par conséquent cette quantité, qui dans l'éther libre doit être $= 1$, a dans tout autre milieu la valeur $\frac{1}{n^2}$.

La réflexion de la lumière peut être traitée de la même manière que la réfraction. Il y a cette différence que les ondes réfléchies s'entre-croisent avec les ondes incidentes mais cette circonstance ne change rien au raisonnement. On reconnaîtra aisément que les lois ordinaires de la réflexion ne cessent de s'appliquer aux rayons relatifs, et que pour arriver à cette conclusion on n'a besoin d'aucune hypothèse sur le coefficient d'entraînement. Il suffira d'admettre que dans le même milieu ce coefficient présente toujours la même valeur.

§ 14. De ce qui précède, il résulte que le chemin des rayons relatifs est déterminé par les lois ordinaires de la réfraction, même quand la lumière parcourt successivement une série de milieux différents. Il en est encore ainsi dans le cas où les propriétés du milieu varient par degrés insensibles ce qu'on démontre directement de la manière suivante.

Considérons un milieu, l'atmosphère par exemple, qui est isotrope, mais non homogène. En étudiant la propagation des ondes dans ce milieu on peut de nouveau appliquer le principe de Huygens; seulement en construisant les ondes élémentaires de la manière indiquée au § 10 on fera attention à ce que les quantités A et $\varkappa$ présentent, dans les différents éléments de volume, des valeurs différentes. Comme dans les cas précédemment traités le rayon lumineux, qui unit constamment des points conjugués, sera, de tous les chemins qui relient deux points A et B, celui qui est parcouru dans le temps le plus court.

Or, pour un élément ds d'une ligne quelconque, le temps nécessaire est, comme au § 12,

$$\frac{ds}{B} = \frac{ds}{A} - \frac{\varkappa}{A^2} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial s} ds,$$

de sorte que la ligne totale, menée de A en B, sera parcourue dans le temps

$$\int \frac{ds}{A} - \int \frac{\varkappa}{A^2} \frac{\partial \varphi}{\partial s} ds \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

D'après l'hypothèse que nous avons faite sur le coefficient d'entraînement, $\frac{\varkappa}{A^2}$ a partout la même valeur μ, quelle que soit la manière dont les propriétés du milieu varient d'un point à l'autre. Pour le second terme de (10) on peut donc écrire

$$\mu\ (\varphi_B - \varphi_A),$$

et puisque cette quantité est la même pour tous les chemins allant de A à B, le rayon lumineux sera la ligne pour laquelle le premier terme de l'expression (10), savoir

$$\int \frac{ds}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

est un minimum.

Or, cette intégrale étant entièrement indépendante du mouvement de l'éther, il en sera de même de la marche du rayon lumineux relatif.

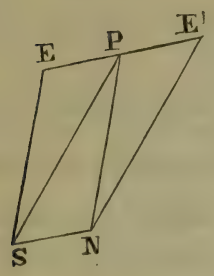
§ 15. Lorsque, à l'aide des lois simples que nous avons appris à connaître, on a déterminé le cours des rayons relatifs, on peut en déduire la forme d'une onde lumineuse dans ses positions successives; on se servira dans ce but du rapport qui existe entre la direction des ondes et celle des rayons.

Soit Q (fig. 11) le point où la surface enveloppe d'un système d'ondes élémentaires infiniment petites est touchée par une de ces dernières dont le centre de vibration se trouve en P. Alors $P\ Q$ est un élément du rayon lumi-

neux et $P'Q$ est normale à l'onde enveloppe. En se rappelant les valeurs de PQ, $P'Q$ et PP' on est conduit aux résultats suivants.

Si, en quelque point P (fig. 12), une vitesse $P'N = A$, dirigée suivant la normale d'une onde, est composée avec une vitesse $PE = \varkappa\varrho$ parallèle à la direction dans laquelle l'éther se meut par rapport à la matière pondérable, la résultante PS aura la direction du rayon lumineux et représentera précisément la vitesse que, plus haut, nous avons nommée B.

Fig. 12.



Ou bien : si cette dernière vitesse $PS = B$ est composée avec une vitesse $PE' = \varkappa\varrho$ opposée à la direction dans laquelle se déplace l'éther, la résultante indiquera la direction de la normale de l'onde.

De ces propositions découlent quelques conséquences.

a. Si θ désigne de nouveau l'angle que PS forme avec PE, l'angle ε compris entre le rayon lumineux et la normale à l'onde est déterminé par

$$\sin\varepsilon = \frac{\varkappa\varrho\sin\theta}{A},$$

ou, si l'on se borne à la première puissance de $\frac{\varrho}{A}$, par

$$\varepsilon = \frac{\varkappa\varrho\sin\theta}{A}.$$

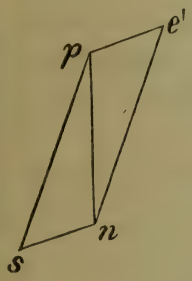
b. Pour obtenir ce qu'on peut appeler la vitesse des ondes il faudra diviser par dt la distance, mesurée dans la direction de la normale, des positions qu'une onde occupe aux instants t et $t + dt$. En comparant cette distance avec la longueur d'un élément du rayon lumineux on trouvera pour la vitesse cherchée la valeur $B\cos\varepsilon$. Si l'on néglige les quantités du second ordre par rapport à $\frac{\varrho}{A}$, il est permis de

remplacer $B \cos \varepsilon$ par B et d'entendre par θ, dans l'équation précédemment trouvée $B = A + \varkappa \varrho \cos \theta$, l'angle que la normale aux ondes fait avec la direction du mouvement de l'éther. Cet angle, en effet, ne diffère de θ que de la petite quantité ε.

On peut comparer le résultat que je viens d'énoncer avec celui qui a été obtenu au § 11.

c. Nous pouvons (fig. 13) construire un parallélogramme $psne'$ semblable à $PSNE'$ de la fig. 12, mais dans lequel le côté ps ne soit pas $= B$, mais $= A$. Le côté pe' devient alors $= \varkappa \varrho \dfrac{A}{B}$, ou de nouveau $= \varkappa \varrho$, quand on s'en tient aux quantités du premier ordre. Donc, si l'on se représente dans la direction du rayon lumineux une vitesse A et qu'on la compose avec une vitesse $\varkappa \varrho$ opposée à celle du mouvement de l'éther, la résultante donnera encore la *direction* de la normale à l'onde, quoique sa *valeur* devienne différente de A.

Fig. 13.



d. Étant donné un faisceau de rayons lumineux dans un espace où le mouvement de l'éther est connu, on peut déterminer les positions successives d'une onde.

Supposons, par exemple, que, dans un milieu homogène, des rayons rectilignes partent d'un même point A. Prenons ce point pour origine des coordonnées et soit l la distance d'un point quelconque (x, y, z) à A. Les composantes d'une vitesse A, prise dans la direction du rayon lumineux, sont alors :

$$\frac{x}{l} A, \quad \frac{y}{l} A, \quad \frac{z}{l} A \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

et celles de la vitesse $\varkappa \varrho$ opposée à la direction du mouvement de l'éther :

$$-\varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \; -\varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \; -\varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

La résultante de A et $\varkappa \varrho$ a donc pour composantes

$$\frac{x}{l} A - \varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \frac{y}{l} A - \varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \frac{z}{l} A - \varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial x}(A l - \varkappa \varphi), \quad \frac{\partial}{\partial y}(A l - \varkappa \varphi), \quad \frac{\partial}{\partial z}(A l - \varkappa \varphi),$$

ce qui montre qu'elle est normale à la surface représentée par l'équation

$$A l - \varkappa \varphi = \text{const.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

L'onde lumineuse étant de même normale à la résultante de A et $\varkappa \varrho$ on obtiendra les positions qu'elle occupe successivement si, dans l'équation (13), on attribue différentes valeurs à la constante.

Lorsque des rayons lumineux convergent vers A, on doit remplacer les expressions (12) par

$$-\frac{x}{l} A, \; -\frac{y}{l} A, \; -\frac{z}{l} A,$$

de sorte que l'équation de la surface d'une onde devient:

$$A l + \varkappa \varphi = \text{const.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Le premier de ces deux résultats s'obtient encore de la manière suivante. Si φ représente le potentiel de vitesse au point (x, y, z) et φ_A celui au point A, le temps nécessaire pour que le mouvement vibratoire s'étende du second point au premier est, d'après le § 12,

$$\frac{l}{A} - \frac{\varkappa}{A^2} (\varphi - \varphi_A).$$

Or, ce temps étant le même pour tous les points de la surface d'une onde, on n'a qu'à le poser = constante pour obtenir l'équation de cette surface. On retombe ainsi sur l'équation (13).

Pareillement, l'équation (14) équivaut à la condition que, à partir de tous les points d'une onde, la lumière emploie le même temps pour atteindre le point A.

Lorsque, dans l'espace considéré, la vitesse de l'éther a partout la même grandeur et la même direction, on obtient, en prenant l'axe des x dans cette direction,

$$\varphi = \varphi_A + \varrho x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

et, si θ est de nouveau l'angle que l fait avec l'axe des x, l'équation (13) se transforme en:

$$l = \frac{C}{A - \varkappa \varrho \cos \theta} = \frac{C}{A} + \frac{C}{A^2} \varkappa \varrho \cos \theta,$$

où C est une constante. C'est l'équation d'une sphère, dont le rayon a la valeur $\frac{C}{A}$, et dont le centre se trouve à la distance $\frac{C}{A^2} \varkappa \varrho$ du point A, dans la direction vers laquelle se déplace l'éther. Les formes successives d'une onde sont donc semblables entre elles et semblables aux ondes élémentaires dont il a été question au § 10; leur centre de similitude coïncide avec le centre de vibration. Tout cela était à prévoir, car lorsqu'un milieu se trouve dans toute son étendue dans le même état, de sorte que les ondes élémentaires y ont partout la même forme, les ondes de grandeur finie, qui s'étendent autour d'un point, présenteront toujours la même forme que les ondes élémentaires.

L'équation (14) se transforme, dans l'hypothèse exprimée par la formule (15), en

$$l = \frac{C}{A} - \frac{C}{A^2} \varkappa \varrho \cos \theta;$$

donc pour des rayons lumineux qui convergent vers un point A, les ondes auront encore une forme sphérique, mais, $\frac{C}{A}$ étant le rayon, le centre se trouvera maintenant, à la distance $\frac{C}{A^2} \varkappa \varrho$ de A, dans la direction opposée à celle du mouvement de l'éther. Les positions successives d'une onde sont de nouveau

semblables entre elles; leur centre de similitude est le point de convergence des rayons, et c'est en ce point que se concentrent les ondes sphériques.

Dans le cas général où la vitesse de l'éther est une fonction des coordonnées ou pourra lui attribuer encore la même direction et la même grandeur dans tous les points d'un espace infiniment petit; on en conclut que, si les rayons lumineux convergent vers un point, les ondes auront toujours, dans le voisinage immédiat de ce dernier, la forme que nous venons d'examiner. La convergence des rayons relatifs vers un même point implique donc dans tous les cas, en ce point, une concentration réelle du mouvement lumineux.

§ 16. Reprenons maintenant l'examen de la propagation de la lumière qu'un astre nous envoie et considérons le mouvement vibratoire à partir d'un instant où il se trouve dans un point assez éloigné de la terre pour que l'éther y soit encore en repos. Cherchons la direction que possèdent en ce point les rayons relatifs, direction qui se déduit, à l'aide de ce qui a été dit au paragraphe précédent, de la position de l'onde lumineuse. Cette dernière est (§ 11) perpendiculaire à la direction dans laquelle l'étoile est réellement située. Pour construire la fig. 12, nous devons donc mener la ligne PN dans la direction suivant laquelle les vibrations nous arrivent en réalité et la faire égale à la vitesse de la lumière dans l'espace céleste; quant à la ligne PE, elle doit être de même grandeur que la vitesse de la terre, mais de direction opposée. Car, l'éther étant en repos dans le point considéré, sa vitesse relative est égale et opposée à la vitesse de la terre; d'ailleurs, nous avons à prendre, en dehors de l'atmosphère, $\varkappa = 1$.

La figure ainsi construite coïncide entièrement avec celle qu'on rencontre dans la théorie élémentaire de l'aberration, et la direction PS, que nous trouvons pour le rayon lumineux relatif, est identique à celle dans laquelle, suivant cette théorie, la lumière nous semble parvenir. Donc, pour expliquer l'aberration, il suffira de démontrer que, après avoir

apporté à nos observations la correction ordinaire pour la réfraction atmosphérique, c'est dans la direction PS, que nous croyons voir le corps céleste.

Or, ceci est une conséquence immédiate de la théorie que je viens d'exposer. En traversant la région où l'éther est entraîné par la terre, en passant par l'atmosphère, et par l'objectif d'une lunette, ou en frappant le miroir d'un télescope, les rayons relatifs suivent les lois ordinaires de l'optique, et lorsqu'ils convergent vers un point, il y a réellement, en ce point, concentration du mouvement lumineux. Bref, tout se passe comme si la terre était immobile et que les rayons relatifs fussent des rayons absolus. Si de nos observations nous déduisons, sans avoir égard au mouvement de la terre, et d'après les règles ordinaires prescrites par la théorie de la lumière, la direction que les rayons émanés d'une étoile possèdent à quelque distance de la terre, nous trouverons la direction des rayons relatifs, c'est-à-dire la direction qui, dans ce qui précède, a été indiquée par PS.

§ 17. Il est à peine besoin de remarquer que, suivant notre théorie, nous observerons encore l'aberration ordinaire si le tuyau de la lunette est rempli d'un liquide; à parler plus exactement, ce sera toujours selon les lois ordinaires de l'optique, que la position de l'image dépendra de la direction du rayon relatif qui atteint la terre. Nous avons déjà fait remarquer que ce résultat de l'expérience proposée par Boscovich avait été déduit par Fresnel lui-même de son hypothèse sur le coefficient d'entraînement.

Par des considérations qui s'éloignent à plusieurs égards de la théorie de Fresnel, Klinkerfues [1]) était amené à penser que, avec une lunette qui contient un liquide, l'aberration observée serait beaucoup plus grande qu'avec une lunette remplie d'air. Une expérience préliminaire [2]) semblait plai-

[1]) Klinkerfues, *Die Aberration der Fixsterne nach der Wellentheorie*, et *Astr. Nachr.*, T. 66, p. 337.

[2]) *Die Aberration der Fixsterne*, p. 53.

der en faveur de cette opinion, mais des recherches postérieures ne paraissent pas avoir fait ressortir une influence de la colonne liquide sur la constante de l'aberration. Parlant de ces dernières recherches, Klinkerfues dit [1]: „Le résultat de ces observations et de quelques autres, également faites sur des étoiles, montre avec assez de certitude que la constante de l'aberration d'une lunette remplie de liquide est beaucoup plus petite que je ne l'avais d'abord présumé; il ne donne cependant pas le droit d'affirmer que l'aberration est complètement indépendante de l'instrument".

Les mesures de M. Airy [2], toutefois, ont mis hors de doute que, dans les limites des erreurs d'observation, l'aberration qu'on observe est indépendante de la matière que contient la lunette. L'astronome anglais communique, au sujet de ces observations, les détails suivants:

„Je me décidai à faire usage d'une lunette verticale, le sujet de l'observation étant la distance zénithale que présente dans sa culmination supérieure γ du Dragon, la même étoile sur laquelle l'existence et les lois de l'aberration furent découvertes. De nos jours la position de cette étoile est un peu plus favorable qu'elle ne l'était à l'époque de Bradley, la distance qu'elle atteint au nord du zénith, à l'Observatoire royal, étant d'environ 100″ et diminuant encore lentement.... Je fis le projet d'un instrument dont la particularité essentielle consiste en ce que le tube entier, depuis la face inférieure de l'objectif jusqu'à une glace fermant l'extrémité inférieure du tube, est rempli d'eau, la colonne liquide ayant une longueur de 35,3 pouces. Les courbures qu'il fallait donner aux surfaces des deux lentilles qui composent l'objectif pour corriger exactement, dans le système optique qu'elles forment avec l'eau, l'aberration de sphéricité et de réfrangibilité, furent déterminées par moi-même et vérifiées par

---

[1]) *Astr. Nachr.*, T. 76, p. 34.

[2]) *Proc. Royal Soc.*, T. 20, p. 35; *Phil. Mag.*, Sér. 4, T. 43, p. 310.

mon ami M. Stone. Le micromètre a reçu une disposition imaginée par moi-même et qui rend très facile la double observation, dans des positions renversées de l'instrument. Deux niveaux dont la lecture doit avoir lieu à chaque observation particulière permettent de rapporter les mesures à la direction verticale".

De chacune des observations M. Airy déduisit la latitude géographique de l'instrument, en retranchant de la déclinaison de l'étoile, telle qu'elle est donnée dans le *Nautical Almanac*, la distance zénithale nord observée au moment du passage au méridien. Comme la distance zénithale observée est affectée de l'aberration réellement existante dans les observations, et que la déclinaison donnée par les tables est affectée de l'aberration telle qu'elle a été admise pour le calcul du *Nautical Almanac*, la valeur trouvée pour la latitude géographique sera affectée de la différence entre l'aberration qui se présente dans l'instrument et l'aberration admise.

Onze observations, faites en mars 1871, donnèrent pour la latitude géographique la valeur moyenne 51°28′34″,4 et quatorze observations, exécutées au mois de septembre de la même année, conduisirent à la moyenne 51° 28′ 33″,6, le nombre des secondes variant dans la première série de 33,4 à 36,6 et dans la seconde de 30,5 à 35,4.

L'instrument était installé dans un petit bâtiment spécial, à 340 pieds au Sud de la lunette méridienne de l'Observatoire. La latitude de ce dernier instrument est 51° 28′ 38″,4, et, 340 pieds faisant un arc de 3″,35, la latitude du point où furent exécutées les observations décrites est 51° 28′ 35″,05.

Entre ce nombre et les deux résultats ci-dessus communiqués, l'accord est meilleur que Airy ne l'avait présumé, „eu égard au relief du terrain. Il paraît très probable qu'à l'emplacement de la lunette méridienne, au bord septentrional de la colline, la direction zénithale est déviée vers le nord, et que la latitude astronomique est trop forte".

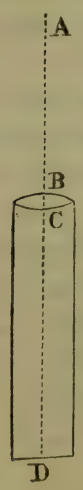
L'aberration elle-même s'élevait, dans ces observations, à

19″; d'après l'hypothèse de Klinkerfues, l'écart entre la latitude géographique trouvée et la latitude réelle aurait dû être de 30″.

L'année suivante, M. Airy a répété ces observations, avec le même résultat [1]).

§ 18. Une expérience qui prouve la même chose que ces mesures de M. Airy a été faite par Hoek [2]) au moyen d'une source lumineuse terrestre. Fresnel avait déjà remarqué que l'expérience de Boscovich peut être exécutée avec une pareille source tout aussi bien qu'avec la lumière d'une étoile. Nous avons vu, en effet, que tout revient à savoir si les rayons relatifs suivent, indépendamment du mouvement de la terre et de l'éther, les lois ordinaires de l'optique; question qu'on pourra trancher en recherchant si dans la réflexion et la réfraction la marche de rayons d'origine terrestre est la même lorsque le mouvement de la terre a tantôt l'une et tantôt l'autre direction par rapport aux appareils employés. D'après notre théorie les rayons relatifs ne seront en rien influencés par le mouvement de la terre.

Fig. 14.



Comme M. Airy, Hoek a opéré avec une lunette remplie d'eau. Voici comment il décrit ses expériences:

„En *A* (fig. 14) j'ai placé la fente d'un collimateur détaché d'un appareil spectral; elle était éclairée par la lampe monochromatique donnant de la lumière de la raie *D*. La distance *A B* était de 1,405 mètres. La colonne d'eau était contenue dans un tube de 2,067 mètres de longueur, qu'on avait fermé d'un côté par une glace [*D*], de l'autre par une lentille [*B C*], de 0,507 mètres de distance focale, d'un indice de réfraction de 1,509, et ayant deux rayons de courbure égaux, chacun de 0,516 mètres.

---

1) *Proc. Royal Soc.*, T. 21, p. 121.

2) *Astr. Nachr.*, T, 73, p. 193.

L'image du point *A* était formée à 73 mm. de distance derrière la glace, et là se trouvait un micromètre à fils.

Toutes ces parties constituantes étaient solidement fixées sur une poutre, de 3,55 mètres de longueur, sur 0,095 mètres d'épaisseur et 0,095 mètres de largeur. La poutre reposait par trois points sur une caisse qu'on pouvait faire tourner avec facilité; de sorte que l'appareil entier se laissait amener dans une position voulue sans subir le moindre dérangement.

Je l'ai toujours employé dans le méridien vers midi et minuit.

Voici les résultats de la première expérience, prise le 23 Avril 1868, avant minuit:

Série.	Position du micromètre.	Temps moyen d'Utrecht.	Position de l'image en révol. du micr.	Nombre de mesures.
1	Nord	$11^h 30^m$	$25^r,686$	6
2	Sud	11 35	25 ,702	6
3	Nord	11 40	25 ,695	6
4	Sud	11 46	25 ,718	6
5	Nord	11 52	25 ,741	6
6	Sud	11 58	25 ,743	6

La moyenne des positions est donc:

Micromètre Nord . . . . $25^r,707$ par 3 séries.
„ Sud . . . . 25 ,721 „ 3 „
Différence N—S = — 0 ,014."

Le 7 Mai, Hoek trouva pour cette même différence la valeur + $0^r,031$, et les mesures faites à huit autres jours donnèrent des différences analogues. La valeur d'une révolution du micromètre était de 0,32 mm.

D'après la théorie de Klinkerfues, on aurait dû trouver pour N—S plus de 0,675 révolutions.

Mentionnons encore que M. Ketteler [1]) et M. Respighi [2]),

---

[1]) *Astron. Undulationstheorie*. p. 66.

[2]) *Memor. di Bologna* (2) II, p. 279.

ce dernier antérieurement à Hoek, ont exécuté l'expérience dans la même forme et avec le même résultat.

§ 19. La théorie de Klinkerfues, selon laquelle la présence d'une colonne liquide dans une lunette ferait accroître la constante de l'aberration, conduit aussi à admettre que l'objectif exerce, quoique à un moindre degré, une influence analogue, dont la valeur serait proportionnelle à l'épaisseur des lentilles. En calculant cette valeur pour des objectifs tels qu'on les emploie fréquemment, Klinkerfues [1]) obtint un résultat qui suffirait précisément pour expliquer la différence entre les valeurs que Delambre et Struve ont assignées à la constante de l'aberration.

Le premier de ces astronomes soumit au calcul, en 1809, un grand nombre d'observations d'éclipses des satellites de Jupiter, faites dans le cours des 150 années précédentes; il trouva ainsi, pour le temps que la lumière met à parcourir la distance moyenne du soleil à la terre, 493,2 secondes. De ce nombre on déduit pour la constante de l'aberration la valeur 20″,25. Struve, au contraire, a obtenu par des déterminations de positions d'étoiles, en 1845, le nombre 20″,45. C'est la différence de ces résultats que Klinkerfues voulait expliquer par l'influence de l'objectif.

Selon notre théorie une telle influence n'existe pas si le coefficient d'entraînement a la valeur $1 - \frac{1}{n^2}$. C'est à quoi conduit aussi, comme l'a fait voir entre autres M. Veltmann, la théorie de Fresnel, et Hoek était également d'avis que l'influence de l'objectif, si toutefois elle existe, serait beaucoup plus petite, que ne l'admettait Klinkerfues. Aussi, à l'explication que celui-ci donnait de la différence en question, il en opposa une autre [2]), revenant à dire que, pour le moment de l'entrée d'un satellite de Jupiter dans l'ombre de la planète, on prendra l'instant où il nous envoie encore une

[1]) *Die Aberration der Fixsterne*, p. 41.

[2]) *Astr. Nachr.*, T. 70, p, 193.

certaine petite quantité de lumiere, que par suite chaque éclipse sera observée trop tôt, et cela d'autant plus qu'on est plus éloigné de la planète. De là résulteraient, en effet, une valeur trop grande pour la vitesse de la lumière et une valeur trop faible pour la constante de l'aberration. Selon les raisonnements de Hoek une erreur de 1 centième pourrait bien se produire de cette manière.

Il fait observer, toutefois, que cette explication est rendue incertaine par la circonstance qu'on ignore si Delambre s'est servi seulement des entrées des satellites, ou s'il a aussi tenu compte de leurs sorties.

En vérité, on sait si peu de chose de ces calculs de Delambre, qui n'ont pas été imprimés et dont le manuscrit n'existe probablement plus, qu'on ne saurait décider si les observations des éclipses dont il a fait usage conduisent ou non à une constante de l'aberration diffèrente de la valeur qu'on doit à Struve.

En 1875 M. Glasenapp [1]) a fait voir, dans une discussion de toutes les observations connues des éclipses du premier satellite, de 1848 à 1870, que, en employant différents groupes de ces observations et en appliquant des hypothèses différentes, on peut obtenir, pour le temps déterminé par Delambre, des résultats compris entre 496 et 501 secondes.

Le résultat obtenu par Struve, au contraire, peut être maintenu presque sans modification. M. Nyrèn [2]), qui a soumis au calcul une série très étendue d'observations qui contenait des mesures faites au moyen d'instruments différents, a dernièrement trouvé, comme valeur définitive de la constante de l'aberration, $20'',492 \pm 0'',006$.

---

1) J'emprunte ceci à Newcomb, *Measures of the velocity of light*, dans *Astronomical papers prepared for the use of the American Ephemeris and Nautical Almanac*, T. 2, p. 114 (*Nature*, T. 34, p. 29). Le Mémoire même de M. Glasenapp, publié en langue russe, ne m'est pas connu.

2) *Mémoires de l'Acad. de St.-Pétersbourg*, 7e sér., T. 31, No. 9.

§ 20. Aucune des expériences concernant les phénomènes qui nous occupent n'est devenue aussi célèbre que celle par laquelle Arago montra que les rayons relatifs, en traversant un prisme, suivent toujours, quelle que soit la direction du mouvement de la terre, les lois ordinaires de la réfraction. Malheureusement, cette expérience n'a jamais été décrite avec les détails qu'elle méritait par son importance.

Ce qui donna lieu à cette recherche, Arago nous l'apprend dans sa *Notice biographique* sur Fresnel [1]). Pour la théorie de l'émission, l'égalité de la vitesse de propagation de la lumière émise par des sources différentes, égalité expérimentalement reconnue, constituait une grave difficulté; voulût-on même supposer que toutes les étoiles émettent les particules lumineuses avec la même vitesse, il n'en arriverait pas moins, si, comme Arago le croyait probable, ces particules sont soumises à l'attraction universelle, que leur vitesse diminuerait de plus en plus à mesure qu'ils s'éloigneraient de la source lumineuse. „N'est-ce donc pas," dit Arago [2]), „contre le système de l'émission une objection formidable que cette parfaite égalité de vitesse, dont toutes les observations font foi?" Puis il continue:

„Il existe un moyen très simple d'altérer notablement, sinon la vitesse absolue d'un rayon, au moins sa vitesse relative; c'est de l'observer pendant sa course annuelle, quand la terre se dirige soit vers l'astre d'où ce rayon émane, soit vers la région diamétralement opposée. Dans le premier cas, c'est comme si la vitesse du rayon se trouvait accrue de toute celle de notre globe; dans le second, le changement a numériquement la même valeur, mais la vitesse primitive est diminuée. Or, personne n'ignore que la vitesse de translation de la terre est comparable à celle de la lumière, qu'elle en est la dix-millième partie. Observer d'abord une étoile vers laquelle la terre marche et ensuite une étoile que la terre fuit, c'est avoir opéré sur des rayons dont les vitesses diffè-

1) Arago, *Oeuvres complètes*, T. I, p. 107.

2) *l c.*, p. 156.

rent entre elles de un cinq-millième. De tels rayons doivent être inégalement réfractés. La théorie de l'émission fournit les moyens de dire en nombres à combien l'inégalité s'élèvera, et l'on peut voir ainsi qu'elle est fort supérieure aux petites erreurs des observations. Eh bien, des mesures précises ont complètement démenti le calcul: les rayons émanés de toutes les étoiles, dans quelque région qu'elles soient situées, éprouvent précisément la même réfraction."

Les observations elles-mêmes sont décrites par Biot [1]) de la manière suivante:

„Le prisme dont Arago s'est servi dans ses expériences, était placé devant l'objectif d'un cercle répétiteur, de manière à n'en couvrir qu'une partie; de sorte que l'on pouvait observer successivement le rayon lumineux direct à travers la lunette seule, et le même rayon dévié par le prisme. En tenant compte des temps où les deux observations étaient faites, on ramenait l'astre, par le calcul, à une même hauteur sur l'horizon. La différence des angles observés directement et à travers le prisme donnait la déviation éprouvée par le rayon lumineux. En observant ainsi les étoiles de l'écliptique qui passaient au méridien à 6 heures du soir, la terre, qui tourne sur elle-même, comme autour du soleil, d'occident en orient, marchait, sur son orbite, dans le même sens que leur lumière; et par conséquent celle-ci n'avait, en arrivant sur le prisme, que la différence des deux vitesses. Le contraire avait lieu pour les étoiles qui passaient au méridien à 6 heures du matin, et la terre allait en sens contraire de leur lumière. Mais cette opposition, qui aurait dû donner une différence de 50 secondes sexagésimales dans les déviations observées, n'y a produit aucun changement appréciable."

On sait comment Arago concilia le résultat des expériences avec la théorie de l'émission, en ajoutant à celle-ci l'hypothèse que les astres émettent des particules lumineuses ayant

---

2) Biot, *Traité élémentaire d'astronomie physique*, 3e éd., T. V, p. 364.

des vitesses très différentes, mais que l'impression de lumière ne peut être excitée que par les particules qui atteignent l'œil avec une vitesse déterminée. Fresnel montra ensuite que son hypothèse sur l'entraînement des ondes lumineuses par la matière pondérable peut rendre compte du résultat de l'expérience. Après les développements des paragraphes précédents, il est clair qu'elle peut également être expliquée par la théorie que j'ai exposée. En effet, selon ma manière de voir, on observe toujours, par une lunette, la direction des rayons relatifs qui atteignent l'objectif, et ces rayons suivent, dans leur marche à travers un prisme, les lois ordinaires de la réfraction. La lunette étant dirigée d'abord directement sur l'étoile, et ensuite sur l'image qu'en forme un prisme, l'angle entre les deux positions pourra être déterminé selon les règles ordinaires.

Il y a une circonstance, cependant, qu'on ne doit pas perdre de vue. Quand l'étoile nous envoie une lumière homogène dont le nombre des vibrations par unité de temps est N, dans un point du prisme, comme en tout autre point qui est lié à la terre, le dérangement de l'équilibre parcourra, suivant le § 11, toutes les phases, non pas N, mais N' fois par unité de temps. La réfraction du rayon relatif ne cessera pas d'obéir aux lois ordinaires, mais, par suite de la différence entre N et N', l'indice de réfraction pourra avoir une autre valeur que si la terre était immobile, et c'est *à cause de cela*, que la déviation du rayon relatif, dans un prisme unique ou dans un système de prismes non achromatique pourra être modifiée par le mouvement de la terre. Dans l'expérience d'Arago, toutefois, cette circonstance n'a pu intervenir, car il a dû employer un prisme achromatique. C'est dans le spectroscope que paraîtra la modification de l'indice de réfraction qui est produite par la différence de N et N'. Elle y déterminera un déplacement des raies du spectre de l'étoile. Mais c'est là un point auquel je ne m'arrêterai pas, car la dispersion, dans un prisme en mouvement, ne pourra

être étudiée théoriquement que lorsqu'on se sera formé une idée du mécanisme du mouvement lumineux dans une matière pondérable qui se déplace par rapport à l'éther. La première question sera alors de savoir si la dispersion dépend, en première ligne, d'une différence de la longueur d'onde, ou d'une différence de la durée d'une vibration.

Remarquons encore, à propos de l'expérience d'Arago, qu'en général tout changement de la direction suivant laquelle un rayon lumineux tombe sur un prisme a pour effet d'augmenter ou de diminuer la déviation. La lumière de deux étoiles, situées dans des directions différentes par rapport à la terre, ne subira donc la même déviation que si les rayons relatifs de l'une et de l'autre frappent le prisme sous le même angle. Mais compare-t-on, pour une même étoile, le cas où la terre est immobile et celui où elle se déplace, en admettant que l'angle d'incidence des rayons *vrais* soit le même dans les deux cas, ou bien compare-t-on, dans cette même hypothèse, la réfraction des rayons de deux étoiles, on trouvera des déviations différentes pour les rayons relatifs, parce que ceux-ci auront tantôt l'un et tantôt l'autre angle d'incidence.

Ce sont ces différences que Hoek [1]) déduisit de la théorie, et qu'il se proposait de vérifier par une répétition de l'expérience d'Arago. On calcule leur valeur au moyen des formules différentielles qui indiquent comment, dans un prisme, la direction du rayon émergent est modifiée par un petit changement dans la direction de la lumière incidente. Ainsi que le fait remarquer Hoek, les différences en question s'évanouissent lorsqu'on n'observe que des étoiles situées dans la direction du mouvement de la terre, ou dans la direction opposée, et pareillement lorsqu'on observe au minimum de déviation; dans le premier cas, en effet, le rayon vrai et le rayon relatif ont la même direction, et dans le second cas un

---

[1]) *Recherches astronomiques de l'Observatoire d'Utrecht*, 1ère livr., p. 36.

petit changement de l'angle d'incidence est sans effet sensible sur la déviation.

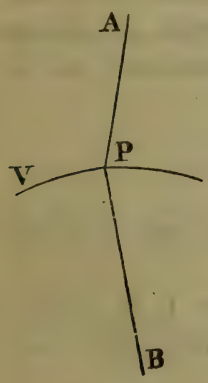
Aussi, c'est à cette dernière propriété que Hoek attribue le résultat négatif de l'expérience d'Arago; selon lui on arriverait à une conclusion différente si l'on n'observait pas au minimum de déviation. Cette opinion est contraire à ma théorie comme à celle de Fresnel. Je ne doute pas qu'Arago ait préféré la déviation minima, parce que cette dernière présente l'avantage que l'erreur qui peut résulter d'une légère rotation accidentelle du prisme est aussi faible que possible. Mais, se fût-il placé sous d'autres conditions, il aurait obtenu toujours le même résultat. Si, un prisme étant invariablement lié dans une position quelconque à une lunette, on dirige celle-ci d'abord de façon que l'image directe d'une étoile se forme en un point déterminé du plan focal de l'objectif, puis de façon que les rayons qui ont traversé le prisme convergent vers ce même point, on trouvera entre les deux positions de la lunette le même angle, quelle que soit l'étoile observée; car les rayons relatifs frapperont toujours le prisme sous le même angle.[1])

[1]) On trouve dans le mémoire de Hoek quelques autres remarques qui se rattachent à sa discussion de l'expérience d'Arago. Premièrement, en traitant de l'action de l'objectif d'une lunette, il compare celui-ci à un système de prismes (*Recherches astron.*, 1ère livr., p. 51), et dit que le mouvement de la terre doit influer sur la déviation subie par les rayons qui frappent les parties périphériques de la lentille. Si l'on se figure la lunette toujours dirigée sur la position vraie d'une étoile, la direction des rayons relatifs incidents dépendra du côté vers lequel se déplace la terre et il en est de même de l'angle sous lequel ces rayons rencontrent une partie déterminée de l'objectif; l'influence qu'un petit changement de cet angle pourrait avoir sur la déviation des rayons périphériques est examinée par Hoek.

Quand on s'en tient à la proposition que les rayons relatifs suivent les lois ordinaires de la réfraction, la chose devient très simple. Car la question de savoir si tous les rayons qui tombent sur l'objectif de la lunette convergeront vers son foyer principal lorsque primitivement ils sont parallèles à l'axe de l'instrument, et si, lorsqu'ils font d'abord un petit angle avec cet axe, une image nette se formera sur un axe secondaire, rentre dans la théorie ordinaire des lentilles.

§ 21. Nous avons montré, au § 15, que lorsque les rayons relatifs convergent vers un point, l'onde lumineuse se contracte en ce point, et nous en avons conclû qu'il s'opère une concentration réelle du mouvement lumineux. Cela serait parfaitement exact si nous avions affaire à des ondes fermées entourant de toutes parts le point de convergence. Mais, nos instruments n'admettant que des ondes qui sont limitées latéralement, il faut, en toute rigueur, avoir recours à la théorie de la diffraction pour décider jusqu'à quel degré la lumière est concentrée en un point unique. Il importe donc d'examiner s'il existe une influence du mouvement de la terre sur les phénomènes de diffraction.

Fig. 15.



Soit (fig. 15) V la surface de séparation entre deux milieux homogènes, et A un point invariablement lié à la terre, et par conséquent immobile dans la figure. Supposons que de A à V la lumière se propage sans que des obstacles latéraux lui fassent subir une diffraction mais que la surface de séparation V, ou la partie transparente de cette surface, soit limitée. Dans le second milieu se produit alors un phénomène de diffraction, et le mouvement, en un

---

L'autre remarque de Hoek, dont je veux dire un mot, consiste en ceci que la constante de l'aberration doit, à cause de la réfraction atmosphérique, présenter une valeur légèrement variable avec la hauteur de l'astre. Lorsque, en effet, la direction que suit près de la surface de la terre le rayon relatif provenant d'une étoile est comparée avec la direction qu'aurait au même point, si la terre était immobile, le rayon vrai, on reconnaît que l'angle de ces deux directions, à raison de la réfraction atmosphérique, diffère un peu de l'aberration telle qu'elle existerait en l'absence de l'air. La différence est très faible, mais, fût-elle plus grande, on peut éviter la complication qui en résulterait dans la réduction des observations astronomiques; il suffit de faire *d'abord* la correction due à la réfraction, et d'appliquer *ensuite*, à la direction ainsi trouvée pour le rayon relatif en dehors de l'atmosphère, les formules ordinaires de l'aberration.

point quelconque B, est composé des mouvements que laissent passer les différents éléments de V. Pour évaluer les différences de phase avec lesquelles a lieu l'interférence, prenons un point quelconque P de V, et considérons le temps qu'il faut au mouvement lumineux pour se propager de A en P et de là en B. Il se trouve (§ 12) exprimé par:

$$\frac{AP}{A_1} + \frac{PB}{A_2} - \mu(\varphi_B - \varphi_A) \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

où μ a la signification indiquée au § 13, et où A_1 et A_2 se rapportent au premier et au second milieu.

Quand on calcule la valeur de (16) pour différentes situations du point P, le dernier terme reste toujours le même; les différences de phase des mouvements partiels, au moment où ils se rencontrent en B, sont donc déterminées par les temps

$$\frac{AP}{A_1} + \frac{PB}{A_2},$$

d'où l'on voit qu'elles ont la même valeur que si la terre était immobile.

Il s'ensuit que, dans l'espace situé derrière V, la distribution de l'intensité lumineuse n'est pas modifiée par le mouvement de la terre.

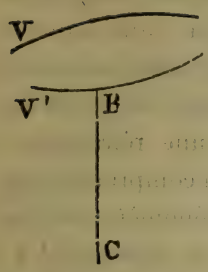
Il n'en est pas de même de la phase des vibrations résultantes. D'après l'équation (16) le temps qu'il faut à chaque vibration partielle pour atteindre le point B se trouve diminué de la quantité

$$\mu(\varphi_B - \varphi_A)$$

par le mouvement de la terre; la vibration résultante sera donc avancée, elle aussi, de cette même quantité. Or, ce temps dépendant de la situation de B, les différences de phase que présentent entre elles les vibrations résultantes, aux divers points du second milieu, seront modifiées par le mouvement de la terre.

On doit avoir égard à cette modification lorsque au second milieu succède un troisième qui en est séparé par la surface limite V' (fig. 16). Soit B un point de V', C un point quelconque en arrière de V'. Si la terre était immobile, il existerait en B une vibration, qui, elle-même le résultat de la diffraction précédente, se transmettrait jusqu'à C dans le temps

Fig. 16.



$$\frac{BC}{A_3},$$

A_3 étant la valeur de la vitesse A dans le troisième milieu. Quand la terre se meut, ce temps devient

$$\frac{BC}{A_3} - \mu(\varphi_C - \varphi_B),$$

mais, puisque alors la vibration se trouve déjà avancée en B de $\mu(\varphi_B - \varphi_A)$, elle arrive finalement en C avec une avance de temps égale à

$$\mu(\varphi_C - \varphi_A).$$

Ce temps étant indépendant de la situation de B, les vibrations partielles se rencontreront de nouveau en C avec les mêmes différences de phase, que la terre se meuve ou non, et la distribution de l'intensité lumineuse dans l'espace derrière V' sera également la même dans les deux cas.

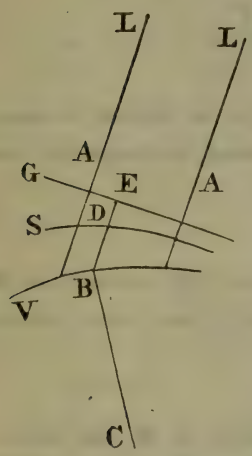
On peut facilement étendre ce résultat au cas d'un nombre quelconque de milieux successifs, et rien n'y est changé si en avant et en arrière d'une surface limite se trouve le même milieu, de sorte qu'on ait affaire à la diffraction ordinaire par une ouverture, ou par un système d'ouvertures. Une diffraction dans la lumière réfléchie peut être traitée de la même manière.

Si, en supposant la terre immobile, on peut considérer le phénomène de diffraction comme revenant à peu près à la

concentration de la lumière en un point unique, on peut le faire dans la même mesure, lorsque la terre se déplace.

b. Supposons que sur une partie seulement de la surface limite V (fig. 17) de deux milieux tombe un faisceau de rayons relatifs parallèles $L\,A$, provenant d'une étoile. Si l'air est le premier milieu et qu'on néglige la réfraction atmosphérique ces rayons peuvent avoir la direction dans laquelle ils étaient émis par l'étoile, mais on peut aussi supposer qu'ils aient déjà changé de direction par une réflexion ou une réfraction à des surfaces planes. On comprendra immédiatement que les phénomènes se passeront comme si dans la direction $A\,L$, à une grande distance de V, se trouvait un point lumineux lié à la terre; seulement, pour chaque espèce de lumière que l'étoile nous envoie, ce point devrait exécuter par seconde un nombre de vibrations différant du vrai nombre de vibrations de cette espèce de lumière. Le dernier nombre étant désigné par N, le premier sera donné, d'après ce qu'on a vu au § 11, par l'équation

Fig. 17.



$$N' = N\left(1 - \frac{g \cos \alpha}{A}\right)$$

dans laquelle α est l'angle que fait la direction *primitive* des rayons lumineux avec celle de la vitesse de la terre. En effet, une fois ce nombre calculé pour les rayons relatifs, il ne changera plus de quelque manière qu'ils soient réfléchis ou réfractés.

Si l'introduction d'un point lumineux imaginaire, placé dans la direction $A\,L$ et invariablement lié à la terre, donnait lieu à quelque doute, voici comment on pourrait présenter les choses.

De la manière indiquée au § 15, *c*, on peut déterminer la forme d'une onde située, dans le premier milieu, près de la

surface limite. Si nous prenons pour plan des xy un plan G perpendiculaire aux rayons LA, et que nous dirigions l'axe des z positif du côté vers lequel ces rayons se propagent, une vitesse ayant pour composantes

$$-\varkappa\frac{\partial\varphi}{\partial x},\quad -\varkappa\frac{\partial\varphi}{\partial y},\quad -\varkappa\frac{\partial\varphi}{\partial z}+A$$

doit être normale à l'onde; la forme de cette dernière sera donc déterminée par l'équation:

$$-\varkappa\varphi+Az=\text{const.},$$

ou

$$-\mu\varphi+\frac{z}{A}=C, \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

C étant une constante.

Pour trouver maintenant la phase de la vibration qu'un point quelconque C du second milieu reçoit de l'élément B de la surface limite, menons par B une droite parallèle à AL. Soit D le point où l'onde S est rencontrée par cette droite. Le trajet DBC sera parcouru par la lumière dans le temps

$$\frac{DB}{A_1}+\frac{BC}{A_2}-\mu(\varphi_C-\varphi_D)\quad\ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

et comme il y a égalité de phase sur toute l'étendue de l'onde S, c'est des valeurs que prend cette quantité (18) que dépendront les différences de phase avec lesquelles se rencontreront les vibrations qui arrivent en C. Mais, si E est le point de rencontre de la droite BD avec le plan G, on a, d'après la formule (17),

$$-\mu\varphi_D+\frac{ED}{A_1}=C$$

et l'expression (18) devient

$$\frac{EB}{A_1}+\frac{BC}{A_2}-\mu\varphi_C-C.$$

Les deux derniers termes ne changeant pas lorsqu'on prend pour B l'un ou l'autre point de la surface limite, les différences de phase sont déterminées par les termes:

$$\frac{EB}{A_1} + \frac{BC}{A_2}.$$

Or, cette expression représente le temps qu'il faudrait à la lumière, si la terre était immobile et que les lignes LA fussent des rayons vrais, pour se propager du plan G à B et de là au point C. Dans ce cas une onde lumineuse serait dirigée suivant le plan G. Il en résulte que les différences de phase exprimées en unités de temps seraient les mêmes que lorsque la terre se meut et que les lignes LA représentent des rayons relatifs. Si donc la périodicité que présente l'ébranlement dans un point fixe de la figure est également la même dans les deux cas, il y aura aussi égalité entre les différences de phase exprimées en durées de vibration. La distribution de l'intensité lumineuse dans l'espace derrière V sera donc, lorsqu'une étoile émet de la lumière dont N est le nombre de vibrations, la même que si la terre était en repos, que l'étoile se trouvât dans la direction des rayons relatifs et que le nombre des vibrations fût N' (§ 11). Ce résultat peut encore être étendu au cas d'une série de milieux différents.

Les considérations précédentes peuvent être appliquées à la diffraction par les réseaux. Les spectres qu'on obtient par ces derniers ne seront en rien affectés par le mouvement de la terre si l'on fait usage d'une source lumineuse terrestre, mais dans les spectres que nous donne la lumière d'une étoile les raies éprouveront un déplacement conformément au principe de Doppler. Ce déplacement n'existe pas dans le spectre solaire, la distance de la terre au soleil pouvant être regardée comme invariable.

Babinet [1]) et Ångström [2]) furent conduits par leurs consi-

---

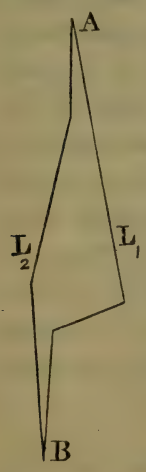
[1]) *Comptes rendus*, T. 56, p. 415.

[2]) Pogg. *Ann.*, T. 123, p. 500.

dérations théoriques à une conclusion différente, conclusion que le second de ces physiciens crut trouver confirmée, quoique d'une manière peu certaine, par ses mesures des longueurs d'onde de la lumière solaire. Cependant M. Mascart [1]), en soumettant la question à une nouvelle étude expérimentale, n'a pu constater aucune influence du mouvement de la terre sur les spectres de réseau de la lumière solaire. Il a reconnu, par la comparaison directe de la lumière solaire et de celle d'une source terrestre, que les raies correspondantes des spectres présentent la même déviation.

§ 22. L'interférence de la lumière donne lieu à des remarques analogues à celles que nous avons faites au sujet de la diffraction. Les phénomènes ne seront pas modifiés par le mouvement de la terre si l'on fait usage d'une source lumineuse terrestre; et quand on opère sur les rayons d'une étoile, il ne se produira d'autre changement que celui qui résulte de la modification, suivant le principe de Doppler, de la durée de vibration. Soit, pour justifier la première assertion, A (fig. 18) un point lumineux lié à la terre, et supposons que les vibrations atteignent le point B par deux chemins différents. Pour simplifier, nous admettrons que ni sur l'un ni sur l'autre de ces chemins la propagation de A vers B ne soit troublée par la diffraction; nous supposerons donc que, en appliquant de la manière exposée aux §§ 12 et 13 le principe de Huygens, on trouve pour chacun des deux chemins des ondes suffisamment larges dont les bords soient à quelque distance de B. Nous pouvons alors mener de A à B deux rayons relatifs, que nous désignerons par L_1 et L_2. Ces rayons peuvent changer une ou plusieurs fois de direction par une réflection ou une réfraction, en obéissant toujours aux lois ordinaires de l'optique.

Fig. 18.



[1]) *Ann. de l'Ecole normale*, 2e Sér., T. 1, p. 166, 188.

Si l'on voulait considérer aussi des milieux non homogènes, les rayons pourraient être composés de lignes courbes. Quoi qu'il en soit, si ds_1 représente un élément de L_1, le temps nécessaire pour le parcours de cet élément avec la vitesse B (§ 12) est:

$$\frac{ds_1}{A} - \mu \frac{\partial \varphi}{\partial s_1} ds_1 ,$$

et par conséquent le temps nécessaire pour le rayon entier:

$$\int \frac{ds_1}{A} - \mu (\varphi_B - \varphi_A).$$

Comme, pour L_2, on obtient de la même manière l'expression

$$\int \frac{ds_2}{A} - \mu (\varphi_B - \varphi_A),$$

on voit que la différence des deux temps est indépendante des potentiels de vitesse, et par conséquent du mouvement de la terre.

Babinet [1]) a le premier démontré par une expérience cette indépendance d'un phénomène d'interférence du mouvement de la terre; après lui Hoek [2]) et M. Ketteler [3]) ont exécuté des expériences analogues. Plusieurs physiciens, entre autres M. Stokes et M. Veltmann, ont démontré que le résultat de ces recherches était à prévoir d'après la théorie de Fresnel.

§ 23. L'explication que viennent de recevoir, dans ce qui précède, un certain nombre de phénomènes repose, pour la plupart d'entre eux, sur la supposition faite sur le coefficient d'entraînement. Cette supposition fut justifiée dans une certaine mesure par l'expérience connue de M. Fizeau [4]), dans laquelle interféraient des rayons qui avaient traversé des tubes par lesquels passait un courant d'eau. Le résultat de cette expérience prouvait, en effet, que les ondes lumineu-

---

1) *Comptes rendus*, T. 9, p. 774.

2) *Versl. en Meded.*, 2e reeks, Deel II, p. 189; *Arch. néerl.*, T. 3, p. 180.

3) *Astron. Undulationstheorie*, p. 67.

4) *Comptes rendus*, T. 83, p. 349; Pogg. *Ann.*, Erg. 3, p. 457.

ses ne participent que partiellement au mouvement du milieu et les valeurs numériques que M. Fizeau obtint sont telles qu'on pouvait le prévoir d'après la valeur admise pour le coefficient d'entraînement. Cependant, avec les moyens dont M. Fizeau disposait, il était impossible d'arriver à une détermination précise du coefficient.

Deux physiciens américains, M.M. Michelson et Morley [1]), ont récemment répété l'expérience sur une plus grande échelle. D'après leurs mesures le coefficient d'entraînement possède, dans le cas de l'eau, la valeur 0,434, avec une erreur possible de $\pm$ 0,02. La quantité $1 - \frac{1}{n^2}$ s'élevant pour l'eau à 0,437, l'accord avec l'hypothèse de Fresnel est très satisfaisant.

Pour faire intervenir dans la détermination du coefficient des vitesses plus considérables on choisira des phénomènes dans lesquels la vitesse de la terre pourrait jouer un rôle. En vérité, toute expérience telle que celles d'Arago et de Boscovich, ou l'observation de tout phénomène d'interférence dans lequel une certaine étendue d'une matière transparente est parcourue dans une direction faisant tantôt l'un tantôt l'autre angle avec la vitesse de la terre, peut servir à la détermination des coefficients k et $\varkappa$. Or, toutes ces expériences ont conduit à la valeur $k = 1 - \frac{1}{n^2}$ qui peut cependant être affectée d'une erreur qu'on évaluera par une discussion détaillée de chaque expérience.

Il importe d'ailleurs, évidemment, de savoir jusqu'à quel point l'équation $k = 1 - \frac{1}{n^2}$ s'applique à chaque couleur séparément [2]); de savoir aussi ce que devient cette relation pour les corps biréfringents. Au sujet de cette dernière question, M. Mascart [3]) a fourni des données importantes par

---

1) *American Journal of Science*, 3d ser., Vol. 31, p. 377.

2) Veltmann, Pogg. *Ann.*, T. 150, p. 529.

3) *Ann. de l'Ecole norm.*, 2e sér., T. 1, p. 191.

ses expériences sur les phénomènes d'interférence qui se produisent quand des plaques épaisses de spath d'Islande taillées parallèlement à l'axe sont traversées par la lumière polarisée. Ces phénomènes ont de nouveau été trouvés indépendants du mouvement de la terre.

Dans tous les cas que nous venons de passer en revue, le degré d'exactitude avec lequel on peut déterminer le coefficient d'entraînement dépend de la grandeur de la vitesse que l'éther possède par rapport à la matière pondérable. La signification, par exemple, des expériences d'Arago et de Boscovich n'est pas la même dans une théorie qui suppose l'éther en repos absolu, et dans une autre qui le fait participer plus ou moins au mouvement de la terre. Dans la théorie originelle de M. Stokes, aucune de ces expériences ne peut conduire à quelque conclusion au sujet du coefficient d'entraînement.

Ce sera la tâche de la théorie de la lumière de rendre compte de la valeur que les observations fournissent pour le coefficient d'entraînement. Pour y réussir elle devra montrer d'abord qu'il peut être question d'un tel coefficient. On devra indiquer le mécanisme par lequel la perturbation d'équilibre, qui d'abord existe en un point P (fig. 9), que ce soit dans l'éther ou dans la matière pondérable, ne se trouve plus, au bout du temps dt, que dans l'éther et la matière pondérable qui occupent alors la surface d'une sphère ayant pour centre P'.

§ 24. La question de savoir si l'éther prend part ou non au mouvement de la terre, ne saurait être tranchée par les phénomènes dont nous avons parlé jusqu'ici. En effet, ils se laissent expliquer tout aussi bien par les hypothèses du § 8 qui permettent un mouvement de l'éther, que par la théorie de Fresnel, avec laquelle ce mouvement est incompatible. Si l'on ne voulait avoir égard qu'aux considérations qui précèdent, rien n'empêcherait d'admettre que les corps opaques sont imperméables à l'éther, de sorte que, dans un tuyau de lunette par exemple, l'éther partagerait presque complètement le mouvement de la terre.

Mais d'autres considérations peuvent être invoquées. Lorsqu'on incline un tube barométrique, de manière que le mercure vienne le remplir en entier, l'éther qui se trouvait au-dessus du mercure doit s'être échappé à travers le métal, ou à travers le verre, à moins qu'il ne se soit frayé un passage entre le mercure et la paroi. La même expérience pourrait être faite avec un tube barométrique opaque, en métal, par exemple. Ou, pour citer un autre cas, lorsqu'un accroissement de la pression atmosphérique comprime la boîte élastique d'un baromètre métallique, une partie de l'éther inclus doit sortir de la boîte, à travers la paroi. En effet, pour des raisons qu'il est superflu de mentionner ici, nulle théorie n'admettra la compressibilité de l'éther.

En face de phénomènes de ce genre, tous les physiciens accorderont, je crois, la perméabilité pour l'éther même aux corps opaques, du moins lorsque ceux-ci ont une épaisseur telle qu'ils la présentent dans nos expériences. Et alors on n'a plus à choisir qu'entre deux possibilités. Ou bien la terre entière est, elle aussi, complètement perméable, ou bien les corps opaques, perméables sous les dimensions dont il vient d'être parlé, ne le sont plus sous une épaisseur des milliers de fois plus grande.

A quelques-uns, la seconde de ces deux hypothèses semblera peut-être la plus acceptable. Si, en effet, on attribue aux atomes de la matière ordinaire une certaine étendue, et qu'on admette que là où se trouve un pareil atome il ne saurait y avoir d'éther, il ne pourra plus être question d'une perméabilité complète des corps pondérables, dès qu'ils possèdent une épaisseur suffisamment grande.

Il me semble, toutefois, que l'autre manière de voir est au moins aussi simple, sinon plus simple. Il est possible que ce que nous appelons un atome puisse bien dûment occuper la même place qu'une partie de l'éther, que par exemple un atome ne soit autre chose qu'une modification locale dans l'état de ce milieu, et alors on pourrait comprendre qu'un

atome pût se mouvoir sans que l'éther environnant fût entraîné. En adoptant cette manière de voir, on revient à la théorie de Fresnel; les considérations précédentes n'ont alors, à part la simplification des raisonnements, d'autre utilité que de faire ressortir que ce ne sont pas les phénomènes de l'aberration qui nous imposent cette théorie.

Quoi qu'il en soit, on fera bien, à mon avis, de ne pas se laisser guider, dans une question aussi importante, par des considérations sur le degré de probabilité ou de simplicité de l'une ou de l'autre hypothèse, mais de s'adresser à l'expérience pour apprendre à connaître l'état, de repos ou de mouvement, dans lequel se trouve l'éther à la surface terrestre.

§ 25. Je n'ai connaissance que de deux recherches expérimentales qui se rapportent à cette question.

En premier lieu, M. Fizeau [1]) a trouvé que le mouvement de la terre a une influence sur la rotation imprimée au plan de polarisation par des piles de glaces. Aucune objection ne saurait être faite, me semble-t-il, à la conclusion de ce savant, savoir, que près de la surface de la terre l'éther n'est pas en repos par rapport à celle-ci, mais, à mon avis, il n'a pas été démontré par ces expériences que la vitesse relative de l'éther soit précisément égale à la vitesse de la terre. Je n'entrerai pas ici dans la discussion de ces observations cette discussion devant être basée sur une étude de la modification que subissent, par suite du mouvement de la matière pondérable, les conditions qui, à la surface des corps, déterminent la réflexion et la réfraction.

En second lieu, une ingénieuse expérience d'interférence a été exécutée par M. Michelson [2]), et a conduit ce savant à une conclusion diamétralement opposée à celle de M. Fizeau.

M. Michelson fait observer que, si l'éther n'est pas entraîné par la terre, le temps employé par la lumière pour aller d'un point A à un point B, tous les deux liés à la terre, et

1) *Ann. de chim. et de phys.*, 3e Sér. T. 58, p. 129.

2) *American Journ. of Science*, 3d Ser., Vol. 22, p. 120.

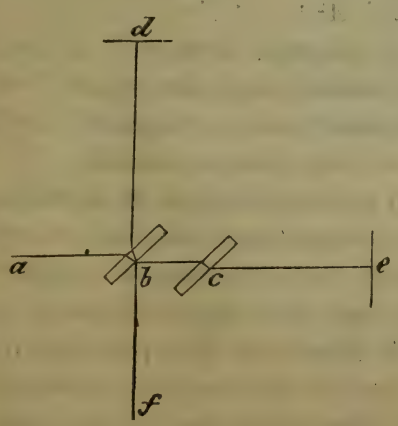
pour revenir ensuite de B en A, doit dépendre de l'angle que la ligne AB fait avec la direction du mouvement de notre globe. Si D est la distance AB, A la vitesse de la lumière, g celle de la terre, on a, dans le cas où cette dernière est dirigée de A vers B, pour le temps exigé pour l'aller $\frac{D}{A-g}$, et pour celui nécessaire au retour $\frac{D}{A+g}$, de sorte que la somme des deux temps devient $\frac{2AD}{A^2-g^2}$, ou, à très peu près, $\frac{2D}{A} + 2D\frac{g^2}{A^3}$. Dans le cas, au contraire, où g est perpendiculaire à AB, l'aller et le retour auraient lieu, d'après M. Michelson, dans le temps $\frac{2D}{A}$. La différence,

$$\tau = 2D\frac{g^2}{A^3},$$

sera, lorsque D est de 1 mètre, une fraction non négligeable de la durée de vibration; une expérience dans laquelle interfèrent deux rayons qui, l'un dans la direction de g, l'autre perpendiculairement à g, ont parcouru, dans les deux sens, la distance D, devra déceler cette différence.

M. Michelson a réalisé l'interférence en question au moyen d'un appareil qui présente quelque analogie avec le réfracteur interférentiel de Jamin. Deux glaces de même épaisseur, b et c (fig. 19), étaient placées, parallèlement l'une à l'autre, dans une position verticale. Sur la première tombaient des rayons horizontaux ab, dont une partie était réfléchie à la face postérieure de la glace suivant bd, une autre partie étant transmise suivant bce. Le rayon réfléchi et le rayon

Fig. 19.



transmis tombaient perpendiculairement sur les miroirs d'argent d et e, et revenaient donc par les mêmes chemins en b, où maintenant le rayon $d\,b$ était transmis, tandis que $e\,c\,b$ était réfléchi au même côté de la glace où avait eu lieu la première réflexion. Les rayons $b\,f$ étaient reçus dans une lunette, dans laquelle on observait une image semblable à celle que donne le réfracteur interférentiel.

L'appareil entier, y compris la source lumineuse et la lunette, pouvait tourner autour d'un axe vertical, ce qui permettait, lorsque les expériences étaient faites à un temps convenable, d'amener alternativement le bras $b\,d$ et le bras $b\,e$ dans la direction du mouvement de la terre. Suivant M. Michelson, par le passage d'une de ces positions à l'autre, le temps employé à l'aller et au retour de la lumière serait, pour l'un des bras, augmenté de

$$2\,D\,\frac{g^2}{A^3},$$

tandis que pour l'autre il serait diminué de la même quantité, D représentant la longueur des bras. Par la rotation de l'appareil, la différence de phase des rayons interférents subirait donc un changement qui, exprimé en temps de vibration, peut être représenté par

$$4\,\frac{D}{\lambda}\cdot\frac{g^2}{A^2},$$

λ étant la longueur d'onde. Si on prend $D = 1^{\mathrm{m}},2$, la valeur de cette expression pour la lumière jaune est environ 0,08. Les franges d'interférence devraient donc se déplacer, par la rotation, de la fraction 0,08 de leur distance mutuelle.

En réalité, la chose est un peu moins simple. M. Michelson exécutait ses expériences au commencement du mois d'avril. Si alors, vers l'heure de midi, les deux bras de l'appareil sont alternativement amenés dans la direction Est-Ouest, le changement des différences de phase sera plus petit qu'il n'a été trouvé ci-dessus, parce que la direction du mouvement de la terre n'est pas contenue dans le plan des deux bras, mais

fait un certain angle avec ce plan. M. Michelson calcule qu'à raison de cette circonstance le déplacement des franges que nous exprimerons toujours en prenant pour unité leur distance mutuelle doit être réduite à 0,048.

D'un autre côté, quand on adopte la théorie de Fresnel, il est naturel d'admettre que l'éther qui n'est pas affecté par le mouvement annuel de la terre n'est entraîné non plus par le système solaire dans son mouvement par rapport aux étoiles, et que, par conséquent, la vraie vitesse relative de la terre par rapport à l'éther s'obtiendra si l'on compose la vitesse de la terre sur son orbite avec celle que possède le système solaire. Or, les résultats trouvés au sujet de ce dernier mouvement indiquent que, à l'époque où opérait M. Michelson, la résultante avait une direction et une grandeur très favorables à l'effet cherché, de sorte qu'on aurait même pu s'attendre à un déplacement de 0,16. Il est vrai que le mouvement du système solaire relativement à l'éther de l'espace céleste ne nous est pas connu avec certitude, mais, eu égard aux nombres 0,048 et 0,16, M. Michelson croyait pouvoir compter en tout cas sur un déplacement des franges d'interférence ne différant pas beaucoup de 0,1.

La position des franges fut déterminée au moyen d'un micromètre oculaire, consistant en une lame de verre divisée. La distance mutuelle des bandes était de 3 divisions de l'échelle, et comme la position de la frange obscure centrale se déterminait à $\frac{1}{4}$ d'une division près, chaque lecture, exprimée dans l'unité que nous avons choisie, était exacte à $\frac{1}{12}$ près. On pouvait estimer la moitié de cette dernière fraction.

Quatre séries d'expériences furent faites, dans chacune desquelles on faisait exécuter à l'appareil 5 tours complets, en procédant par angles de 45°, de sorte que 5 lectures de la position de la frange centrale étaient effectuées pendant que le bras *b d* avait la direction nord, autant lorsqu'il avait la direction nord-est, et ainsi de suite.

Si l'on prend dans la première série la moyenne de toutes

les lectures obtenues pendant que $b\,d$ avait la direction nord ou sud, et pareillement la moyenne de toutes les lectures correspondant à une direction ouest ou est de $b\,d$, la différence de ces moyennes, c'est-à-dire le déplacement de la frange centrale qui devrait être attribué à ce que $b\,d$ passait de la direction sud ou nord à la direction ouest ou est, est trouvée égale à + 0,017. De la même manière, les autres séries donnent: — 0,025, + 0,030, + 0,067. La moyenne de ces résultats est + 0,022.

En comparant, au contraire, les positions que prend la frange centrale lorsque le bras $b\,d$ était amené dans la direction nord-est ou dans la direction sud-ouest, on obtient pour les 4 séries les différences: + 0,050, — 0,033, + 0,030, + 0,087; en moyenne: + 0,034.

Des deux différences + 0,022 et + 0,034, la première est trop faible pour qu'on puisse y voir le déplacement cherché, et la seconde aurait dû être 0. Les différences doivent être regardées comme des erreurs d'observation, ce qui s'accorde d'ailleurs avec ce qui a été dit sur le degré d'exactitude des lectures. En outre, les déplacements observés montraient une marche régulière, mais dont la loi était différente de celle que suivrait le phénomène supposé.

M. Michelson conclut donc que la rotation de l'appareil ne détermine aucun déplacement des franges d'interférence, que la théorie de Fresnel doit être abandonnée, mais que la théorie originelle de M. Stokes est confirmée par l'observation.

§ 26. A l'encontre de ces conclusions, je crois pouvoir remarquer que, suivant la théorie de Fresnel, le déplacement des franges n'aurait pas la valeur calculée par M. Michelson, mais seulement une valeur moitié moindre.

Pour le montrer, nous reprendrons l'examen de l'influence que le mouvement de la terre exerce sur la différence de phase dans un phénomène d'interférence, mais nous le reprendrons en ayant égard, cette fois, aux quantités qui, par

rapport à $\frac{g}{A}$, sont du second ordre; de cet ordre est en effet, d'après le paragraphe précédent, l'action cherchée par M. Michelson. Dans cet examen nous partirons des hypothèses du § 8; il sera facile ensuite de revenir à la théorie de Fresnel.

Il convient d'observer, en premier lieu, que lorsqu'on tient compte de la seconde puissance de la vitesse de la terre et de celle de l'éther, la démonstration, donnée au § 12, de la rectilignité d'un rayon lumineux cesse d'être applicable, et que les rayons relatifs n'obéiront plus aux lois ordinaires de la réflexion et de la réfraction. Si donc, pour la terre supposée immobile, L_1 (fig. 18) est un rayon qui se propage de A à B en subissant un nombre quelconque de réflexions et de réfractions, pour la terre en mouvement le rayon de A à B s'écartera de ce chemin; soit L_1' ce nouveau rayon. La forme en est déterminée par la condition que, de tous les chemins qui mènent de A à B et qui ont un point commun avec chacune des surfaces réfléchissantes ou réfringentes, le chemin L_1' soit celui pour lequel le temps

$$\tau = \int \frac{d\,s}{B}$$

devient minimum. Par B il faudra entendre ici la valeur donnée dans la formule (6) du § 12. Pour L_1' il faut donc que

$$\tau = \int \frac{d\,s}{A + \varkappa\,\varrho\,\cos\theta - \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{2\,A}\,\sin^2\theta}$$

devienne minimum.

A la place de cette expression nous pouvons écrire

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3\,,$$

en posant:

$$\tau_1 = \int \frac{d\,s}{A}\,,\quad \tau_2 = -\int \frac{\varkappa\,\varrho\,\cos\theta}{A^2}\,d\,s = -\mu\,(\varphi_B - \varphi_A),$$

$$\tau_3 = \tfrac{1}{2}\int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + \cos^2\theta)\,d\,s \quad \ldots\ldots \quad (19)$$

Comme τ_2 a la même valeur pour tous les chemins allant de A à B, c'est la quantité

$$\tau_1 + \tau_3$$

qui doit devenir minimum pour L_1'.

Il semble difficile de déduire de cette condition quelque chose de général touchant la forme de L_1'; mais pour l'objet que nous avons en vue, le raisonnement suivant peut suffire.

Lorsque les milieux, les surfaces réfléchissantes et réfringentes et les points A et B sont donnés, L_1 est entièrement déterminé; L_1' le sera également, dès qu'on connait le mouvement de l'éther. Supposons L_1 et L_1' connus. Nous comparerons alors ces chemins, non pas avec *tous* les autres qui conduisent de A à B, mais seulement avec *quelques-uns* d'entre eux. Je choisirai ces derniers de la manière suivante.

Sur la ligne L_1 je prends entre A et B une infinité d'autres points, et sur L_1' des points en nombre égal; les points qui, comptés à partir de A, ont sur les deux chemins le même numéro d'ordre, seront désignés comme des points homologues. La seule restriction que je mette, c'est que les points où L_1 et L_1' rencontrent une même surface réfléchissante ou réfringente doivent être des points homologues.

Par chaque couple de points homologues P et P' je fais passer une ligne quelconque, mais telle que sa forme varie d'une manière continue à mesure que P et P' s'éloignent de A, et que, lorsque P et P' sont situés sur une même surface réfléchissante ou réfringente, la ligne PP' tout entière tombe dans cette surface. Si l'on prend maintenant sur chaque ligne PP' un point p, de telle sorte qu'entre les distances mesurées le long de cette ligne existe la relation $Pp = \varepsilon \times PP'$, ε ayant pour toutes les lignes PP' la même valeur, la ligne l, sur laquelle se trouvent tous les points p, est un des chemins que je comparerai avec L_1 et L_1'.

Tous ces chemins s'obtiennent si l'on attribue successivement à ε différentes valeurs. Dans le cas où $0 < \varepsilon < 1$, la ligne l

est située entre L_1 et L_1'. Si, au contraire, la valeur de ε surpasse l'unité le point p se trouve sur le prolongement de $P\,P'$ du côté de P', et le chemin l s'écarte de L_1 plus que ne le fait L_1'. Une valeur négative de ε indiquera que le point p se trouve sur le prolongement de $P\,P'$ du côté de P.

Dans le faisceau des chemins ainsi définis, chacun d'eux peut être déterminé par une seule variable. Comme telle pourrait servir le nombre ε; je prendrai toutefois une autre quantité qui dépend de ε.

A cet effet, parmi tous les points P de L_1 j'en choisis un, par exemple le point où le rayon rencontre la première surface réfléchissante ou réfringente. Je désignerai par ξ la longueur de la ligne menée de ce point au point homologue P' et je déterminerai un chemin l par le segment $P\,p = x$ qu'il intercepte sur $P\,P'$. Pour L_1 on a alors $x = 0$, pour L_1', $x = \xi$, et en général $x = \varepsilon\,\xi$. Supposons la quantité ξ positive; x peut être positif ou négatif.

Toute grandeur qui a rapport à l'un des chemins l sera maintenant une fonction de x; il en sera ainsi, par exemple, de τ_1 et de τ_3. Comme d'ailleurs ξ et toutes les autres valeurs de x que nous avons à considérer sont des quantités très petites, τ_1 et τ_3 peuvent être développés d'après le théorème de Mac-Laurin. En mettant entre parenthèses les valeurs pour $x = 0$, c'est-à-dire celles qui se rapportent au chemin L_1, on trouve

$$\tau_1 = (\tau_1) + x\left(\frac{\partial \tau_1}{\partial x}\right) + \tfrac{1}{2}\,x^2\left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right) + \ldots$$

$$\tau_3 = (\tau_3) + x\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right) + \ldots$$

Mais, τ_1 devenant un minimum pour le rayon L_1, la quantité $\left(\frac{\partial \tau_1}{\partial x}\right)$ s'annule. Par conséquent, pour $x = \xi$, l'expression

$$\tfrac{1}{2}\,x^2\left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right) + \ldots + x\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right) + \ldots$$

doit devenir minimum. On en déduit la relation

$$\xi\left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right) + \ldots + \left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right) + \ldots = 0, \ldots (20)$$

où les termes omis contiennent des puissances de ξ supérieures à celles que contient le terme qui les précède.

Or, d'après la formule (19), τ_3 et $\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right)$ sont de l'ordre $\frac{\varrho^2}{A^2}$, tandis que τ_1 et $\left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right)$ ne contiennent pas le facteur $\frac{\varrho}{A}$. Il suit donc de l'équation (20) que ξ est de l'ordre $\frac{\varrho^2}{A^2}$, ce qui rend très simple l'expression $\tau_1 + \tau_3$ pour le rayon L_1', c'est-à-dire pour $x = \xi$. Car alors dans le développement de τ_1 le terme $\frac{1}{2}\xi^2\left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right)$ est déjà du quatrième ordre par rapport à $\frac{\varrho}{A}$ ou $\frac{g}{A}$ et il en est de même du terme $\xi\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right)$ dans le développement de τ_3. En se bornant aux termes du second ordre, on peut donc écrire pour L_1'

$$\tau_1 + \tau_3 = (\tau_1) + (\tau_3),$$

c'est-à-dire que, pour calculer le temps que la lumière emploie pour aller de A à B, on peut, au lieu du chemin réel L_1', continuer à prendre le chemin L_1 qu'elle suivrait si la terre était immobile.

Nous avons supposé, ci-dessus, que $\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right)$ n'est pas 0. S'il en était autrement, $\xi = 0$ satisferait à l'équation (20), de sorte qu'on trouverait immédiatement le résultat auquel nous venons de parvenir.

Revenons aux phénomènes d'interférence. Si, dans la fig. 18, un élément de L_1 est désigné par ds_1, le temps nécessaire à la lumière pour aller par ce chemin de A à B sera représenté par

$$\int \frac{ds_1}{A} - \mu(\varphi_B - \varphi_A) + \frac{1}{2}\int \frac{\varkappa^2 \varrho^2}{A^3}(1 + \cos^2\theta)\, ds_1.$$

Pour le second chemin, L_2, le temps analogue est

$$\int \frac{d s_2}{A} - \mu\,(\varphi_B - \varphi_A) + \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + \cos^2\theta)\,d s_2\,,$$

et la différence de phase, avec laquelle a lieu l'interférence en B, devient, exprimée en unités de temps,

$$\int \frac{d s_1}{A} - \int \frac{d s_2}{A} + \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + \cos^2\theta)\,d s_1 - \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + \cos^2\theta)\,d s_2 .$$

Comme les deux premiers termes représentent la différence de phase qui existerait si la terre était immobile, l'expression

$$\tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + \cos^2\theta)\,d s_1 - \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + \cos^2\theta)\,d s_2$$

détermine le changement apporté à cette différence par le mouvement de la terre.

Lorsque les rayons interférents se propagent dans l'air, on peut, du moins avec une erreur très petite, poser $\varkappa = 1$. Si, de plus, on admet la théorie de Fresnel, la vitesse relative ϱ de l'éther par rapport à la terre est partout égale et opposée à la vitesse g de la terre elle-même. L'expression trouvée devient alors

$$\frac{g^2}{2\,A^3} \left[\int (1 + \cos^2\theta)\,d s_1 - \int (1 + \cos^2\theta)\,d s_2 \right], \quad (21)$$

où A est la vitesse de la lumière dans l'air, tandis que par θ doit être entendu l'angle qu'un élément du rayon lumineux forme avec la direction du mouvement de la terre. Quand l'appareil de M. Michelson est placé de manière qu'un des bras se trouve dans cette direction, les deux chemins suivis par la lumière ne diffèrent qu'en ce que dans l'un entre une partie $2\,D$ pour laquelle $\cos^2\theta = 0$, dans l'autre une partie de même longueur, pour laquelle $\cos^2\theta = 1$. Si le premier de ces deux chemins est pris pour L_1, l'expression (21) devient donc

$$-D\frac{g^2}{A^3}.$$

L'appareil étant ensuite tourné d'un angle de 90°, on aura pour le premier chemin $\cos^2\theta = 1$, pour le second $\cos^2\theta = 0$, et la quantité (21) deviendra

$$+D\frac{g^2}{A^3},$$

de sorte que la rotation produit dans la différence de phase un changement représenté par $2D\frac{g^2}{A^3}$ ou, en temps de vibration, par

$$2\frac{D}{\lambda}\frac{g^2}{A^2},$$

un changement, par conséquent, qui n'est que la moitié de celui auquel s'était attendu M. Michelson.

Si l'on cherche en quoi les raisonnements de ce physicien s'éloignent de ceux que nous venons d'exposer, on reconnaît que les deux argumentations concordent en ce qui regarde le double parcours de la distance D dans la direction du mouvement de la terre, mais qu'elles diffèrent l'une de l'autre pour ce qui concerne le bras placé perpendiculairement à cette direction. D'après les formules du présent paragraphe, la lumière, pour faire dans les deux sens un trajet D perpendiculaire à la direction du mouvement de la terre, emploie le temps

$$\frac{2D}{A} + D\frac{g^2}{A^3}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

tandis que M. Michelson évalue ce temps à $\frac{2D}{A}$.

L'inexactitude de cette évaluation ressort encore des considérations suivantes. Lorsque (fig. 19) $b\,e$ a la direction dans laquelle se déplace la terre, c'est un rayon lumineux *relatif* qui se propage au miroir d suivant la ligne $b\,d$ et revient par le même chemin en b. Le rayon lumineux vrai — et c'est celui-ci qui dans la théorie de Fresnel marche avec la vitesse A — suit

un autre chemin; il fait avec $b\,d$ un angle égal à la constante de l'aberration, se trouvant, avant la réflexion sur le miroir, d'un côté de $b\,d$, et après cette réflexion, de l'autre côté. C'est ainsi qu'il atteint de nouveau le point b qui s'avance avec la terre.

Si t et t' indiquent les instants où une vibration subit les réflexions en b et en d, et si t'' se rapporte au moment où elle atteint de nouveau la glace b, on doit, dans une figure qui reste immobile dans l'espace, distinguer les lieux b, b' et b'' du point b aux instants t, t' et t'', et le lieu d' de d au moment t'. Les points b, d' et b'' sont alors les sommets d'un triangle isocèle dont les deux côtés égaux sont parcourus avec la vitesse A. La hauteur du triangle étant D, on trouve pour la somme des côtés égaux

$$2\sqrt{D^2 + b\,b'^2},$$

ou, approximativement,

$$2\,D + \frac{b\,b'^2}{D}.$$

En négligeant des quantités d'ordre supérieur, on peut dire que $b\,b'$ est le chemin parcouru par la glace b pendant que la lumière se propage par la distance D. On a donc $b\,b' = g\,\frac{D}{A}$; la somme des côtés égaux du triangle devient

$$2\,D + D\,\frac{g^2}{A^2},$$

et le temps nécessaire pour parcourir ce chemin,

$$\frac{2\,D}{A} + D\,\frac{g^2}{A^3},$$

résultat conforme à celui qui est exprimé par la formule (22).

On voit, par ce qui précède, que, dans l'expérience de M. Michelson, même en faisant les hypothèses les plus favorables à l'effet cherché, on ne pouvait s'attendre à un déplacement des

franges d'interférence égal à 0,16, mais seulement à un déplacement de 0,08. Ce déplacement serait donc tout au plus égal à la quantité de laquelle on peut encore être sûr dans la détermination de la position de la frange centrale. Si le mouvement du système solaire ne contribuait pas à l'effet, ou n'y contribuait pas dans la mesure supposée, le déplacement des franges tomberait au-dessous de cette quantité.

Il reste donc douteux, à mon avis, que l'hypothèse de Fresnel soit réfutée par l'expérience de M. Michelson. En tout cas, on ne pourra conclure de cette expérience que l'éther, comme le veut la théorie originelle de M. Stokes, suive entièrement le mouvement de la terre. Car ce n'est pas seulement entre cette théorie et celle de Fresnel qu'il s'agit de décider. La vitesse relative de l'éther par rapport à la terre peut avoir, non-seulement les valeurs 0 et g, mais beaucoup d'autres valeurs. Or, si cette vitesse était par exemple $= \frac{1}{2} g$, ce qui ne saurait être jugé impossible, le déplacement proportionnel au carré de la vitesse, que les franges subiraient par une rotation de l'appareil de M. Michelson, serait, à coup sûr, complètement insensible.

SUR LA

MÉTÉORITE DE KARANG-MODJO, OU MAGETAN,

PAR

J. BOSSCHA, FILS.

Le musée de Leide possède une belle météorite, désignée par son inscription comme la météorite de Magetan. M. le professeur Martin m'invita à en faire l'étude et m'en fit parvenir à cet effet un morceau pesant 30,95 grammes, ainsi qu'un modèle en plâtre et des dessins faits par M. Wendel et reproduisant très exactement l'aspect extérieur de la pierre.

M. Martin m'informa que la météorite était connue comme tombée le 3 Octobre 1883 à Karang-Modjo, dans le district Keniten, arrondissement Magetan, résidence Madioen, île de Java, et que de plus amples renseignements étaient donnés dans un mémoire publié par M. von Baumhauer sur la météorite de Ngawi. [1]) Cette dernière était tombée dans la même résidence et le même jour que celle décrite ici. Il est donc très probable que les deux météorites ont appartenu à la même chute. La météorite de Karang-Modjo ressemble dans toutes ses propriétés à celle de Ngawi.

La pierre pesait 1191,1 grammes. Les dessins lithographiés

---

[1]) E. H. von Baumhauer, Sur la météorite de Ngawi, tombée etc *Archives Néerlandaises,* T. XIX, p. 177 e. s.

de M. Wendel, exécutés aux deux tiers de la grandeur naturelle, sont reproduits dans la Planche II annexée à ce mémoire.

J'ai déterminé le poids spécifique de la partie qui m'était confiée. Par immersion dans l'eau, la densité a été trouvée égale à 3,34. J'observai, comme M. le professeur Lorentz, que la pierre est très poreuse et absorbe beaucoup d'eau. Lorsqu'elle est plongée dans l'eau, l'air s'échappe en grande partie, en occasionnant un bruissement qui pourrait très bien faire croire à des gens peu instruits que l'eau commence à bouillir, ainsi qu'il est mentionné dans la lettre touchant la météorite de Tjabé, publiée dans le mémoire de von Baumhauer [1]). La densité de la météorite de Ngawi, déterminée par M. Lorentz, était de:

3,11 par rapport au volume total,
3,45 après exposition dans le vide de la cloche pneumatique.

M. von Baumhauer obtint pour la densité de la matière pulvérisée la valeur 3,561. Les différences de ces chiffres, tant entre eux qu'avec celui que j'ai trouvé, s'expliquent par les méthodes différentes employées; je ne doute pas que, par exposition sous la cloche pneumatique, j'eusse pu faire échapper un plus grand volume d'air.

Le dessin lithographié par lequel von Baumhauer a fait représenter une section de la météorite de Ngawi montre très bien que la structure générale est tout à fait semblable à celle de la pierre de Karang-Modjo. Quand on brise la pierre, la plus grande partie des chondres cassent en même temps; il n'y en a que quelques-uns, tout à fait noirs, qui restent entiers. C'est pour cette raison que j'hésiterais à la ranger parmi les chondrites à globules, ou du type des ornansites (Kügelchenchondrit, Ornansit), classe dans laquelle M. Brezina la

---

1) *Arch. Néerl.*, T. VI, p. 306.

place, non sans quelque réserve toutefois, vu qu'il ne connaissait la pierre que par la description de M. von Baumhauer. [1])

Dans le système de M. Brezina, ce serait une chondrite à globules ou même une chondrite intermédiaire.

J'ai cru pouvoir m'abstenir de refaire toutes les analyses chimiques, après que les dosages du soufre, du fer, et du nickel m'eurent donné des résultats ne différant pas beaucoup de ceux obtenus par von Baumhauer. C'est plutôt par l'examen microscopique et microchimique que je me suis proposé de contribuer à l'histoire de cette météorite.

Quoique la taille en plaques minces de cette météorite soit extrêmement difficile [2]), j'ai réussi à en faire plusieurs préparations microscopiques. Comme l'expérience acquise à cet égard peut être utile à d'autres, et que ce travail a donné lieu à des observations qui me paraissent intéressantes, je décrirai avec un peu plus de détails la méthode suivie.

On commence par détacher de la météorite, à la scie, une plaque aussi mince que possible, qu'on aplanit sur une plaque de verre au moyen d'émeri très fin, avec de l'eau ou du pétrole. De cette manière, quelques parties prennent déjà un certain poli; ce sont les parties qui consistent en fer nickelé et différents chondres, principalement ceux du verre, de l'enstatite et du péridot; quelques chondres blancs et la base restent mats.

La plaque étant ainsi préparée de la manière ordinaire, mais avec beaucoup de soins et en n'employant que de l'émeri très fin, il est nécessaire de prendre dans la suite de l'opération des précautions spéciales, pour ne pas perdre le tout.

En collant simplement la plaque au baume de Canada sur un morceau de verre et en l'usant de l'autre côté, on réussirait peut-être, non sans en perdre une grande partie, à la rendre assez mince; mais les chondres, surtout ceux d'en-

---

1) Dr. A. Brezina, *Die Meteoriten-Sammlung des K.K. Mineralogischen Hofkabinetes*, dans *Jahrbuch der K.K. Geol. Reichsanstalt*, 1885, Bd. 35, Heft 1.

2) Voir *Arch. Néerl.*, T. XIX, p. 81 et 82.

statite, n'auraient plus la moindre cohérence, ils ne formeraient qu'un amas de tout petits morceaux collés chacun séparément sur le verre.

La base paraît avoir un peu plus de cohérence, mais la différence n'est pas grande; les chondres noirs vitreux sont les seuls qui restent généralement entiers. Lorsqu'on chauffe légèrement une telle préparation, le tout se décompose en une masse sableuse; même en la couvrant d'une goutte assez fluide de baume de Canada, on risquerait de désagréger la plaque. Le meilleur mode d'opérer, dans ce cas, serait de la couvrir d'un morceau de verre mince et de faire pénétrer d'un côté, par capillarité, une solution saturée de baume de Canada dans le chloroforme; mais ce procédé offre l'inconvénient qu'il faut laisser reposer assez longtemps la plaque sans la toucher, pour permettre au baume de Canada de se durcir.

La meilleure méthode consiste à faire pénétrer, avant la taille définitive, un corps assez solide et cohérent dans les interstices de la préparation; c'est la méthode, trop peu connue, de Pearcey [1]).

Je l'ai un peu simplifiée pour mon but spécial.

Pearcey prépare une solution éthérée de gomme copal, en faisant digérer 8 parties de gomme avec 20 parties d'éther pur et en secouant souvent, après avoir ajouté quelques petits corps durs, pour diviser la masse visqueuse insoluble dans l'éther. On laisse déposer, puis la solution limpide est appliquée sur la plaque à préparer; on chauffe un peu pour chasser l'éther, et toute la masse de petites fragments se trouve unie solidement.

Je préfère de prendre la gomme copal directement. A cet effet, on introduit la plaque, la partie préparée en haut, dans un bain d'air chauffé à environ 125°, et on la couvre de petits morceaux de gomme copal débarrassés des parties extérieures,

---

1) F. G. Pearcey, *Proceedings of the Royal Physical Society*. Edinburg VIII (1885), p. 295—300; ou bien:
Journal of the Royal Microscopical Society, Ser. II, Vol. VI, p. 160.

généralement jaunes. A cette température, la gomme entre en fusion et pénètre dans tous les interstices de la préparation. Avant le refroidissement complet, on enlève au moyen d'un couteau la majeure partie de la gomme restée à la surface et on lave la plaque avec une éponge mouillée d'un peu d'éther. On la colle ensuite sur une plaque de verre semblable à celles dont on se sert ordinairement pour conserver les préparations, et on taille définitivement. On protège les arêtes du verre contre le dépolissage en y collant quelques petits fragments de verre mince.

De cette manière, la préparation reste entière et est assez cohérente pour permettre de la couvrir d'une goutte de baume de Canada un peu épaisse et d'une plaque de verre mince, sans risquer de l'endommager [1]).

M. le professeur Behrens a eu l'obligeance de photographier quelques parties de ces préparations, intéressantes par leur structure. Les planches sont une reproduction, par la phototypie, de ces photographies. Les figures 4 et 5 Pl. III et IV montrent très bien la structure microscopique de cette météorite.

L'image microscopique d'une section de la météorite peut se décrire comme il suit:

La majeure partie consiste en chondres plus ou moins ronds de péridot et d'enstatite. Entre ces chondres on rencontre des morceaux angulaires des mêmes substances et même, quoique assez rarement, des cristaux qui ont conservé leur forme polyédrique, soit entièrement, pour autant qu'on peut en juger par la section (Pl. III fig 2 et Pl. IV fig. 7), soit partiellement, comme le montre le cristal brisé de péridot de la fig. 5 Pl. IV.

---

1) La même méthode s'applique très bien pour faire des préparations microscopiques de minéraux en forme de poudres, comme les cendres volcaniques. On n'a qu'à les introduire dans la gomme copal en fusion et à laisser refroidir. Aussitôt que la gomme commence à devenir visqueuse, on la prend sur une spatule et on en forme une boule, qu'on aplatit entre deux morceaux de verre. Après refroidissement complet, on taille la masse de la manière ordinaire.

En dehors de ces matières cristallines transparentes, on aperçoit à la lumière réfléchie des parties de troïlite et de fer nickelé, tantôt arrondies, tantôt angulaires.

La base est formée par une matière non translucide, noire, tenant en suspension une telle multitude de morceaux angulaires cristallins que le tout montre à la lumière réfléchie une couleur grise; c'est comme une poussière minérale. Les morceaux les plus grands sont les seuls qui traversent toute l'épaisseur de la préparation et dont on puisse constater l'état cristallisé en les observant entre des nicols croisés. Les autres, plus petits, ne peuvent être distingués qu'à la lumière réfléchie et à un fort grossissement.

Il paraît que von Baumhauer regardait comme du fer sulfuré la base noire proprement dite. Quoique, vue au microscope, la quantité en semble beaucoup plus considérable que les 5,71 % accusés par l'analyse, il se pourrait très bien que l'évaluation à vue d'œil fût exagérée, à cause de l'opacité du troïlite.

M Tschermak ayant décrit une masse semblable comme de nature vitreuse, il m'a paru nécessaire d'obtenir plus de certitude à cet égard. Malheureusement, la base constitue une des parties les plus difficiles a étudier au microscope, parce qu'on ne réussit pas à en faire des préparations suffisamment minces pour l'emploi de la lumière transmise, tandis que la lumière réfléchie ne peut s'employer qu'avec des grossissements relativement faibles, vu la petite distance focale des objectifs à fort grossissement. Dans les parties des préparations assez minces pour permettre l'emploi de la lumière transmise, surtout aux endroits où la base et un cristal se trouvent superposés, la masse paraît être composée de particules d'une matière noire ressemblant beaucoup aux inclusions de fer oxydé qu'on rencontre dans quelques variétés de quartz.

Pour rechercher si cette matière noire est, soit du troïlite, soit du fer nickelé, j'ai opéré de la manière suivante:

Une solution aqueuse de brome, à laquelle on ajoute un

peu de carbonate de soude pour prévenir la formation d'acide bromhydrique, dissout très rapidement, même à froid, le fer et le fer sulfuré, mais n'agit pas sur des silicates même très basiques. Du péridot digéré plusieurs heures avec ce liquide n'avait absolument rien perdu de son poids.

Une plaque mince de la météorite fut couverte de la solution de brome; celle-ci se décolora bientôt, à cause de l'action du fer et du troïlite, qui se dissolvent. Si l'on a ajouté trop de carbonate de soude, il reste un sel basique d'oxyde de fer; on le dissout à une température d'environ 30° dans une solution de chloride ferrique neutralisée par du carbonate de soude. Cette solution non plus n'agit sur le péridot. On peut aussi appliquer les deux solutions en même temps, au lieu de les faire agir successivement. Après qu'on eut répété plusieurs fois cette opération, la liqueur ne se décolorait plus, mais la plaque montrait plusieurs trous aux endroits où le fer et le troïlite avaient disparu, et là où les autres matières s'étaient détachées du baume de Canada, attaqué par le brome; la masse restante n'avait pas changé d'aspect. La matière noire ne peut donc être du fer, ni du troïlite.

Je n'ai rencontré *le troïlite* que sous la forme de masses arrondies ou angulaires tranchant nettement sur la base et qu'on reconnaît très bien, sous la lumière réfléchie, à leur reflet métallique. On peut aisément les distinguer du fer nickelé par la structure et la couleur bronzée. Les fragments de troïlite ne diffèrent pas par leurs propriétés du fer sulfuré fondu artificiel, quand celui-ci a été poli. Une fois j'ai observé un fragment de section rectangulaire, de 1 mm. de largeur sur 0,9 de hauteur. Je n'ai pas rencontré le troïlite comme inclusion dans d'autres matières ou dans les chondres.

Le *fer nickelé* est plus blanc que le troïlite: il a en même temps une structure plus fine et contient souvent de nombreuses inclusions noires, peut-être du verre. On le trouve disséminé dans toute la masse en petits grains ronds ou angulaires. Il forme lui-même des inclusions sphériques dans les chondres

porphyriques et surtout dans ceux de péridot, et entoure souvent les chondres d'enstatite et de péridot. Sous le microscope, la section paraît alors former un anneau continu ou interrompu autour de la masse cristallisée.

Le *verre* n'est transparent que dans les parties les plus minces. Là il a une couleur brun foncé. Il forme la croûte de la météorite et la base des chondres porphyriques. Souvent il entoure les chondres de péridot et y forme des inclusions parfois très nombreuses, surtout dans les parties extérieures; d'autres fois il remplit les fissures, Pl. IV fig. 8. Des inclusions vitreuses incolores se rencontrent dans le péridot; nous les décrirons plus loin.

Les *chondres porphyriques* sont assez différents entre eux. On y rencontre, en fragments angulaires disséminés dans la base noire, tous les minéraux qui constituent la météorite, mais les quantités relatives des parties composantes sont très différentes. Tantôt c'est la base qui prédomine, tantôt elle ne forme que des pellicules très minces, qui soudent entre eux les autres minéraux. Un fait de grande importance constitue, à mon avis, la manière dont se présente le fer dans des chondres différents. On le rencontre sous deux formes distinctes, savoir: 1° comme morceaux angulaires, qui manifestement ont été incorporés à cet état dans la masse de la météorite; 2° comme une masse remplissant les interstices des autres minéraux et qui évidemment, pour prendre cette forme, a dû se trouver à l'état de fusion. On en conclut que les circonstances sous lesquelles ces chondres se sont formés, surtout la température, doivent avoir été différentes, c. a. d. que la météorite de Magetan ne peut pas avoir été produite „d'un seul jet," comme on l'a exprimé, mais que les chondres se sont formés séparément, les uns loin des autres.

Le *péridot* forme souvent des chondres à lui seul. Rarement il manque dans les chondres; il s'y présente en inclusions anguleuses ou arrondies, ou bien il remplit les vides entre les cristaux d'enstatite. Il constitue une grande partie de la

poussière minérale formant la base; quelquefois on l'y rencontre en cristaux entiers, comme je l'ai déjà fait remarquer. Des inclusions stratiformes, souvent décrites, se trouvent assez fréquemment dans le péridot de cette météorite; j'en ai même observé de deux sortes. Les unes (Pl. IV fig. 7) se composent d'une matière opaque, blanche à la lumière réfléchie. Entre les nicols croisés les bords sont lumineux quand le péridot est obscur; il se pourrait que ce fût l'effet d'une tension moléculaire. La stratification est parallèle à l'un des axes d'élasticité du péridot. Les autres se distinguent par leur couleur et leurs dimensions. A un grossissement peu considérable on n'aperçoit souvent qu'une tache bleu foncé. Leur structure stratiforme est bien visible dans la fig. 1 Pl. III. La matière dont elles sont formées est entièrement noire. Je n'ai pas pu en déterminer la nature; il me paraît probable que c'est une matière vitreuse.

J'ai expliqué ailleurs [1]) comment les inclusions, par l'effet d'une variation répétée de température, peuvent prendre une forme dépendant des directions cristallographiques du cristal dans lequel elles se trouvent enfermées.

Outre ces inclusions et celles de verre noir que j'ai déjà décrites en traitant du verre, on trouve des inclusions, quelquefois de section rectangulaire, d'une matière incolore renfermant une bulle non mobile, et parfois en même temps une petite boule noire, dont la grandeur relativement à la masse incolore diffère beaucoup dans les différentes inclusions. J'en ai fait représenter une Pl. III fig. 2. Le même genre d'inclusions vient d'être décrit par M. Hans Reusch [2]). Il en a fait représenter une de forme rectangulaire. J'ai choisi le cas, plus fréquent dans la météorite de Karang-Modjo, où la forme est

---

[1]) Sur les inclusions de certains quartz des porphyres. *Annales de l'école Polytechnique de Delft*, T. I, 1885, p. 170.

[2]) *Ueber den Tysnesmeteorit und drei andere in Skandinaviën niedergefallenen Meteorsteine*, dans *Neues Jahrbuch für Mineralogie* etc. IV Beilageband, p. 481 et la planche XI.

irrégulière. Il paraît que les arêtes des formes rectangulaires coïncident avec les axes d'élasticité du péridot, mais il est difficile de le constater par des mesures exactes parce que ces arêtes elles-mêmes ne sont pas suffisamment accusées, mais plus ou moins arrondies.

L'*enstatite* et la *bronzite* peuvent être considérées comme appartenant à une même espèce minérale, la limite entre ces deux matières étant assez arbitraire et ne dépendant que de la teneur plus ou moins grande en fer. Leurs propriétés physiques diffèrent trop peu pour les distinguer sous le microscope. Elles forment des chondres. Tantôt les cristaux sont assez gros, irrégulièrement conglomérés, tantôt ils sont longs et minces, placés en faisceaux divergents. Une seule fois j'ai observé un chondre formé d'un cristallite de ce minéral. Je n'ai pas trouvé, dans les mémoires que j'ai pu consulter, la description d'un tel chondre; c'est pourquoi je l'ai fait représenter Pl. III fig. 3. La principale partie est formée par le cristallite; surtout les parties à droite de la figure sont bien développées et ressemblent aux cristallites de fer oxydulé qu'on trouve dans certains basaltes et dans les scories artificielles riches en fer. On aperçoit à gauche de la figure une petite partie d'un aspect un peu différent et qui a toutes les propriétés du péridot; on la distingue le mieux en faisant usage de la lumière polarisée; elle montre alors des couleurs très brillantes, tandis que le reste est assez pâle, comme on l'observe toujours dans l'enstatite des préparations microscopiques. Entre des nicols croisés, la lumière s'éteint sur toute l'étendue du cristallite, quand le plan de polarisation d'un des nicols coïncide avec les directions d'accroissement visibles dans la figure. La masse noire, qui environne le tout, consiste pour la majeure partie en fer nickelé, avec un peu de verre noir, lequel entre aussi çà et là dans la masse du cristallite, sous forme de lamelles extrêmement minces, jaune brunâtre. On admet souvent que de tels cristallites sont l'effet d'une cristallisation précipitée. Cependant, la nature du dissolvant peut aussi en provoquer

la formation, dans d'autres circonstances. Le chlorure d'ammonium, par exemple, ne se dépose qu'en formes cristallitiques de sa dissolution aqueuse. J'ai observé qu'une solution chaude de nitrate de plomb se comporte de la même manière, quand on y ajoute de l'alcool jusqu'à ce qu'un précipité commence à se former. Un chondre tel que je l'ai décrit ici est une preuve de plus que les chondres ne peuvent pas être les effets d'une trituration, hypothèse, du reste, qui ne peut plus avoir de partisans sérieux.

La fig. 4 Pl. III. représente un phénomène qui n'est pas rare dans les préparations que j'ai faites de la météorite de Karang Modjo, quoiqu'il n'y soit pas toujours aussi beau. Il s'agit d'un chondre qui a commencé à cristalliser en deux points à la fois. Les deux faisceaux de cristaux se croisent. Ce même chondre offre un exemple du fait, déjà remarqué plusieurs fois, qu'un corps étranger, souvent un autre chondre, pénètre dans la masse du premier. Ici, c'est un chondre brisé, blanc, peu transparent, avec une inclusion noire, ronde, qu'on aperçoit en bas de la figure, à droite. Ces deux faits rendent inadmissible la supposition que de pareils chondres seraient des formations analogues à des sphérolithes ou aux bélonosphérites de Vogelsang, que l'on rencontre dans quelques verres, naturels ou artificiels, tels que l'obsidienne et les fonds de creuset des verreries, ainsi que dans quelques roches, comme le diorite de l'île de Corse. Cette supposition ne saurait d'ailleurs expliquer que la formation de ceux des chondres d'enstatite qui sont composés d'un amas de cristaux aciculaires, rayonnant autour d'un seul point. Elle ne peut pas rendre compte des autres formes ci-dessus décrites, telles que les chondres monosomatiques, qui ne consistent qu'en un seul cristal, ni surtout des chondres porphyriques. Il faudrait donc admettre que des corps aussi semblables fussent formés de deux manières différentes.

L'enstatite est riche en formations intéressantes, qui peuvent jeter quelque lumière sur la genèse des chondres en général.

Un bel exemple est offert par le chondre représenté dans la fig. 6 Pl. IV. La section de la préparation a passé par le point d'où rayonnent en forme d'éventail les cristaux d'enstatite; ce point est occupé par une petite masse arrondie d'enstatite, ayant les apparences d'un petit chondre à demi enfoncé dans le grand. On serait tenté de croire que le grand a été une goutte fluide d'enstatite en surfusion, et que le petit, déjà solide, a déterminé une cristallisation rapide du premier, au moment de son contact avec lui.

On remarque dans les magnifiques microphotographies de M. Tschermak, Planche IX, fig. 4 de son mémoire bien connu [1]), une particularité qui me paraît indiquer un phénomène analogue. Ici, ce sont deux chondres de péridot qui se touchent; l'ensemble des deux chondres est monosomatique. La fig. 3 de la Planche XV pourrait probablement être considérée de la même manière; le chondre solide est complètement enfoncé dans l'autre, dont il a provoqué la cristallisation. Il me paraît probable que le fait assez vulgaire de chondres ayant une croûte [2]), tantôt de la même matière, seulement d'une couleur différente, tantôt de matières autres que celles du chondre lui-même, doit également être attribué à la rencontre de deux chondres. Le phénomène déjà décrit par Kengott [3]), de deux chondres se pénétrant mutuellement, rentre encore dans le même cas.

Les faits que je viens de citer me semblent indiquer la direction dans laquelle il faut chercher la solution du probléme de l'origine des météorites.

Les recherches microscopiques ont fourni la preuve que ces

---

[1]) G. Tschermak. *Die mikroskopische Beschaffenheit der Meteoriten.* Stuttgart. Schweitzerbart 1884.

[2]) Voyez, entre autres, Tschermak, Pl. XI, fig. 1, 2 et 3, Pl. XIX, fig. 3; ainsi que la Planche III, fig. 1 et Pl. IV fig. 5 du présent mémoire.

[3]) *Sitzungsberichte der Wiener Akad.* Tome 59—2, 1869. — Les chondres représentés. Pl. III, fig. 4 du présent mémoire offrent un exemple du même fait. On le trouve aussi chez Tschermak, Pl. XIX, fig. 1 et 2.

corps constituent une agglomération de matières cosmiques, qui se sont soudées à leur rencontre. Aussi M. Brezina, après avoir passé en revue les diverses hypothèses proposées pour expliquer la formation des météorites, admet-il comme la plus probable celle qui a été avancée par Chladni et reprise par v. Hoff. Après avoir développé les difficultés qui s'opposent à d'autres hypothèses, M. Brezina poursuit [1]:

„Toutes ces difficultés sont évitées si l'on admet un mode „de formation qui depuis longtemps m'a semblé être conforme „à la réalité et que chaque fait nouveau me paraît rendre „de plus en plus probable; ce mode de formation fut présenté, „il y a 67 ans, par l'illustre fondateur de la science des météo-„rites, Chladni, comme étant celui qui lui paraissait le plus „probable. L'hypothèse fut developpée, en 1835, par v. Hoff. „D'après cette manière de voir, les météorites arrivent à la „limite de notre atmosphère comme une conglobation inco-„hérente de poussière ou de gaz; par l'effet de la résistance „de l'air elles perdent leur vitesse cosmique, il se produit „une explosion (due probablement à la rentrée de l'air dans „le vide qui se forme en arrière du globe), et, par le choc „violent, le corps cosmique se trouve comprimé de manière „à former un corps cohérent.

„Il est vrai que le principal argument à l'appui de cette manière de voir consiste dans l'inadmissibilité de toutes les autres „hypothèses proposées jusqu'ici. En effet, nous manquons de „données pour juger des actions physiques qui peuvent avoir lieu „lors de l'arrivée d'un nuage de poussière, d'un mélange de gaz, „de matières fluides ou solides cosmiques; cependant, on peut „très bien se figurer que la pression énorme s'exerçant de „toute part au moment de l'explosion empêche la production „d'actions qui autrement devraient être la conséquence de „l'échauffement dû à la compression, telles que, particulière-

---

[1]) *l. c.* p. 170.

„ment, l'évaporation de composés volatils, qu'on rencontre „dans les météorites carbonifères".

Il me paraît que l'hypothèse de Chladni, défendue par M. Brezina, donne lieu à des objections non moins graves que les autres théories proposées jusqu'ici. Assurément, il est difficile de se rendre un compte exact des circonstances qui se présentent lorsqu'un amas de poussière fait irruption dans notre atmosphère; pourtant, il existe quelques conditions au sujet desquelles il ne peut y avoir aucun doute. C'est ainsi qu'il est bien évident que le phénomène décrit par M. Brezina doit se passer dans les parties de l'atmosphère où la densité de l'air n'est encore que très faible. De plus, les parties du nuage qui marchent en avant, et qui rencontrent les premières une résistance considérable, ralentiront leur course et se rapprocheront de celles qui sont situées plus en arrière. C'est ainsi qu'il pourra s'opérer un certain tassement dans la direction de la vitesse, mais il doit en résulter en même temps que les parties du nuage qui renferment dans cette direction le plus de matière conserveront, en raison même de leur plus grande masse, une vitesse plus grande. Dans le cas d'un nuage de forme globulaire, par exemple, les parties extérieures, dans une section perpendiculaire à la direction du mouvement, devraient rester en arrière, et la compression due à la résistance de l'air devrait former une espèce de nappe offrant la forme d'une tête de comète. Ce n'est que dans la direction du mouvement même que la pression peut avoir une valeur considérable; dans une direction perpendiculaire au mouvement, la pression ne peut dépasser celle de l'air dans les régions où le phénomène a lieu, elle est donc trop faible pour transformer la masse incohérente en un corps solide. C'est probablement pour cette raison que l'hypothèse fait intervenir l'effet d'une explosion, qui cependant n'est guère moins difficile à expliquer. Remarquons d'abord qu'au point de vue de l'intensité de l'action le choc produit par l'explosion est certainement insuffisant pour déterminer la conglo-

mération de la masse. En effet, l'action exercée sur la masse météorique ne peut dépasser celle qui se manifesterait au lieu même où l'air remplit le vide derrière cette masse; or, ce qui se passe ici pourrait être reproduit artificiellement. On n'aurait qu'à mettre un tas de fragments plus ou moins menus de différents minéraux sous une cloche pneumatique, qu'on briserait après avoir fait le vide. L'air rentrant tout d'un coup devrait causer par le choc l'union solide de tous les fragments entre eux. Certainement, même sans faire cette expérience, on ne peut douter quel en serait le résultat. Mais, de plus, on ne conçoit pas bien comment l'effet du choc pourrait atteindre la météorite avant que la plus grande partie de la force vive soit épuisée. Pour que l'explosion, comme M. Brezina l'appelle, qui a lieu en arrière de la météorite puisse atteindre les parties antérieures et latérales de ce corps, et exercer de tous côtés la pression (*allseitiger Druck*) qui doit comprimer la masse, il faut nécessairement que la vitesse du météore ne dépasse pas celle avec laquelle un choc se propage dans l'air. La météorite doit donc avoir ralenti sa course jusqu'à la vitesse d'environ 340 mètres, c'est-à-dire celle du son. Dans ces conditions, la diminution de vitesse ne sera plus que lente et la résistance de l'air sera à peu près contre-balancée par l'accélération due à l'attraction de la terre. L'espace vide derrière la météorite diminuera peu à peu de volume, jusqu'à disparition complète, et n'occasionnera jamais de choc [1]).

---

[1]) On a souvent invoqué l'action de l'air, rentrant dans le vide derrière les météorites, pour rendre compte de faits relatifs à ces corps. Tschermak explique ainsi le bruit, semblable à celui du canon, fréquemment observé pendant la chute de météorites. Selon lui, à un certain moment, la vitesse de l'aérolithe serait épuisée par la résistance de l'air. A ce "moment de repos," l'air remplirait le vide et viendrait frapper contre la météorite, ce qui produirait le bruit soudain et court d'un coup de canon. A mon avis, les bruits entendus pendant la chute des météorites s'expliquent de la manière suivante. L'air rentrant de tous les cotés dans le

Une autre difficulté qu'offre cette hypothèse, c'est la formation de la croûte. La manière dont la masse vitreuse de la croûte pénètre dans le reste de la météorite, même dans les interstices des cristaux composant les chondres, est la preuve que les parties extérieures seules ont été fondues pendant le trajet de quelques secondes à travers notre atmosphère. Cette croûte doit s'être formée plus tard que la météorite, savoir, suivant la conséquence de l'hypothèse défendue par M. Brezina, après que la vitesse est devenue moindre que 340 mètres par seconde. Or, c'est le ralentissement depuis la vitesse cosmique jusqu'à la vitesse de 340 mètres qui développe le plus de chaleur, tandis que la chaleur produite ultérieurement est insignifiante. Une balle de plomb, au moment où elle quitte le fusil, possède environ cette même vitesse de 340 m., et pourtant, quand on la tire en l'air, elle reste dans le même état et on n'y observe aucune trace de fusion, quoique la petitesse du volume, par rapport à la surface, et le peu d'élévation du point de fusion du plomb (334°) la placent dans des conditions bien plus avantageuses que les météorites.

D'un autre côté, la théorie défendue par M. Brezina ne peut pas expliquer la structure ni surtout la genèse des chondres. Ils devraient être tout formés lors de l'entrée du nuage dans l'atmosphère.

Les idées des savants sur la formation des chondres diffèrent beaucoup. Laissant de côté l'hypothèse tout a fait improbable d'une trituration, il y a deux manières de l'expliquer. L'une considère les chondres comme les produits d'une

---

vide laissé derrière la météorite produit un bruit de la même manière qu'est engendré celui du tonnerre, auquel il ressemble tout à fait, comme on le trouve souvent mentionné dans les rapports relatifs à la chute de météorites; c'est là, pour ainsi dire, le cas général, Si, toutefois, dans une partie de sa trajectoire, la distance de la météorite à l'observateur diminue de 340 mètres environ par seconde, le bruit excité en tous les points différents de ce parcours arrivera en même temps à l'oreille et sera par suite beaucoup renforcé, de manière à produire l'effet d'un coup de canon.

duits d'une cristallisation rapide, l'autre suppose que ce sont des gouttes solidifiées, qui primitivement étaient en suspension. Chacune de ces hypothèses a ses partisans parmi ceux qui ont fait une étude sérieuse des météorites.

La première a nouvellement été défendue surtout par M. Brezina [1]) et par M. Wadsworth [2]). Ils regardent les chondres comme des formes analogues aux sphérolites ou cristallites de Vogelsang. J'ai déjà fait remarquer, p. 114, que quelques-uns seulement des chondres présentent une certaine ressemblance avec des bélonosphérites, et que même pour ceux-là il y a des points de dissimilitude. Quant aux globulites, ce sont des formatious tout à fait différentes. Les globulites sont toujours extrêmement petits, et doivent sans doute leur origine à des forces moléculaires; or on sait que la tension moléculaire varie en raison inverse du rayon de courbure. La possibilité de l'existence de globulites ayant des dimensions telles que celles des chondres ne saurait donc guère être admise, tant que l'on n'aura pas réussi à la prouver par une reproduction artificielle de ces formations. Jamais, non plus, on n'a vu que d'un magma fluide se séparaient des gouttes d'une composition aussi variable que celle des différents chondres qu'on observe dans une même chondrite. De plus, les observations microscopiques fournissent de nombreux faits qui seraient en contradiction avec cette hyphothèse; tel est,

---

1) *l.c.*, p.168—170.

2) M. E. Wadsworth, *Lithological studies. Memoirs of the Museum of comparative Zoology at Harvard College*, Vol. XI Part. 1, p. 86. „I can „find neither in this (Iowa county) nor in any other meteorite, I have „seen, any evidence that they are *fragmental* in character, but rather evi„dence that the structure usually observed is the result of *rapid cooling* „upon a *liquid magma* of this constitution. The crystalline structure of „any mass depends upon the crystalline form its minerals tend to assume, „unter the conditions to which they were exposed during that crystallisa„tion. In the crystalline forms of olivine and enstatite, coupled with the „rapid cooling the writer believes, resides the cause of the peculiar struc„ture of the chondritic meteorites.

par exemple, l'existence de chondres inclus dans d'autres. (Tschermak. Pl. VIII, fig. 1).

D'autre part, il y a des faits qui empêchent d'admettre que tous les chondres sont les produits d'une cristallisation rapide. A la vérité, les caractères de quelques-uns d'entre eux, tels que les chondres blancs cryptocristallins et les chondres d'enstatite radiés, sont compatibles avec cette supposition et la rendent même probable; mais il y en a d'autres qui ne s'accordent nullement avec cette manière de voir. L'erreur tient ici à l'idée préconçue que tous les chondres naissent dans les mêmes conditions, que la météorite entière est produite „d'un seul jet". L'observation de la forme d'une cristallisation ne suffit pas pour pouvoir juger si la formation a été rapide ou lente. J'ai déjà fait observer, au sujet du chondre cristallitique, qu'il y a d'autres circonstances pouvant provoquer des formes qui paraissent être l'effet d'une cristallisation rapide, alors qu'en réalité la cristallisation s'est effectuée lentement. Pour tirer des conclusions de cette sorte, il faut connaître les propriétés de la substance dont il s'agit, à quoi on ne peut arriver que par voie expérimentale. Or, on a effectivement fait des expériences dans cette direction, et les résultats obtenus peuvent déjà nous apprendre beaucoup. Surtout les savants français, MM. Daubrée, Fouqué et Michel Lévy, se sont occupés de la reproduction artificielle des minéraux qu'on trouve dans les chondrites.

Examinons les déductions qu'on peut tirer de ces expériences, relativement à la formation des chondrites.

Le péridot a souvent été reproduit. Ce qui dans la formation de ce corps nous intéresse spécialement a été résumé par MM Fouqué et Lévy en ces termes [1]): „il exige toujours „un recuit à très haute température et il prend d'abord des formes cristallitiques.".

---

[1]) *Synthèse des minéraux et des roches.* Paris, G. Masson 1882.

D'autre part, M. Daubrée décrit comme il suit le produit d'un refroidissement rapide [1]): „On a obtenu . . . ., des masses „confusément cristallines et offrant dans beaucoup de leurs „parties tous les caractères du péridot".

De là se déduit, puisque les chondres de péridot sont souvent assez grands et en même temps monosomatiques, c.à.d. constitués par un seul cristal et non par une masse cristalline, que ces chondres doivent s'être formés par refroidissement lent.

L'*enstatite* est moins inétressante à cet égard; elle ne nous fournit pas de circonstances spéciales à observer, vu que, même par un refroidissement assez brusque, des cristaux passablement grands paraissent pouvoir se former.

Les *feldspaths* sont assez rares dans la classe des chondrites. L'oligoclase s'y rencontre en fragments irréguliers ou en chondres, comme dans la pierre de Dhurmsala. Les expériences synthétiques paraissent exiger un recuit à haute température d'au moins 48 heures; „une température moins élevée, „un recuit insuffisamment prolongé, un refroidissement brus„que, favorisent au voisinage de la surface du culot le dé„veloppement de formes sphérolitiques" [2]).

Les études synthétiques, on le voit, paraissent indiquer que les météorites n'ont pas pris naissance par refroidissement brusque et par cristallisation rapide, mais se sont au contraire formées à une haute température, qui a persisté pendant quelque temps.

L'autre hypothèse, qui considère les chondres comme des gouttes solidifiées, est beaucoup plus probable. En l'admettant, tous les faits observés trouvent une explication simple. Toutefois, il reste la difficulté d'expliquer l'origine des gouttes mêmes. M. Sorby observe [3]) que quand on force de l'air com-

---

1) Daubrée. *Expériences synthétiques relatives aux météorites*, dans *Comptes rendus* etc., T. LXII, 1869, p. 660.

2) Fouqué et Michel Lévy, *l. c.*

3) *On the structure and origin of meteorites*, dans *Nature*, T. XV, 1877, p. 495—498.

primé à traverser une masse fondue, celle-ci est divisée en particules filamenteuses qui prennent la forme de globules, si la température ambiante s'éloigne peu du point de fusion de la masse. Il me paraît cependant difficile de rattacher à ce phénomène la formation des chondrites. On ne conçoit pas comment les différents globules qui ont pris naissance dans une même masse fluide pourraient avoir une composition tellement différente que les unes cristallisent en péridot, d'autres en enstatite, et que d'autres encore fournissent les chondres porphyriques. Sorby regarde les météorites comme des conglomérations de matières projetées par les actions volcaniques du soleil. Mais, quoiqu'on ait observé dans la chromosphère du soleil des mouvements extrêmement violents, il est peu probable qu'ils puissent avoir communiqué aux chondres fondus des forces vives suffisantes pour que ces corps relativement petits, après avoir traversé l'atmosphère du soleil, aient conservé assez de vitesse pour atteindre la sphère d'attraction de la terre. En outre, la résistance éprouvée dans le parcours de l'atmosphère du soleil devrait volatiliser ces gouttes. M. Brezina fait observer qu'on n'a jamais vu des facules se détachant du soleil, et que tout paraît indiquer que les météorites sont des corps analogues aux étoiles filantes et aux comètes.

Il me semble qu'on peut expliquer de la manière suivante la formation des météorites.

Le système solaire est peuplé, non-seulement par le soleil et les planètes, mais aussi par un nombre très considérable de corps de dimensions tres différentes, qui, des espaces interstellaires, sont continuellement attirés par le corps central. Les plus grands de ces corps, ou les groupes les plus étendus et suffisamment denses de matière cosmique, constituent les comètes, qui toutefois sont relativement rares. Les autres sont de même nature que les étoiles filantes, qui traversent en grand nombre l'atmosphère de la terre, ou forment des particules plus ténues encore et probablement beaucoup plus nombreuses, qui échappent à notre observation. Leur nombre, par unité d'espace,

doit nécessairement croître à mesure qu'on approche du soleil. A peu de distance de cet astre, la densité de cette matière cosmique doit être assez grande.

Le voisinage du soleil produit la fusion des particules et en forme des gouttes. Après avoir passé le périhélie, elles se refroidissent plus ou moins lentement, selon la forme de leur orbite.

Ces petites particules se meuvent dans tous les sens et leurs orbites peuvent se croiser. Si elles proviennent d'un seul groupe, leurs orbites sont à peu près parallèles au commencement. Mais aussitôt qu'elles entrent dans les parties extrêmes de l'atmosphère du soleil, elles changent leurs orbites, à cause de la résistance éprouvée. Les plus grosses et celles qui ont la plus grande densité diminuent de vitesse dans une proportion plus faible que les corpuscules de moindre dimension et de moindre densité. Il en résulte que même les orbites des particules appartenant à un même groupe s'entre-croisent, et que des rencontres fréquentes se produisent. Tant que les corps sont à l'état solide, leur rencontre ne peut pas produire leur union définitive; mais lorsque l'un des deux corps qui s'entre-choquent se trouve à l'état fluide, ou même pâteux, dans la partie où ils entrent en contact, ils doivent se souder. Le choc violent de corps solides ayant des vitesses très différentes en grandeur ou en direction aura pour effet qu'ils se briseront en fragments menus, qui, en se collant sur la masse fluide ou visqueuse de la météorite, y formeront la partie bréchiforme, qui ne manque qu'à bien peu de météorites.

C'est ainsi qu'on peut rendre compte du mode de formation de divers chondres, dont l'origine ne pourrait être expliquée par aucune des autres hypothèses. Nous en donnerons quelques exemples:

1°. Le chondre porphyrique représenté par Tschermak *l.c.* Pl. VIII fig. 1, contenant dans sa masse un autre chondre.

2°. Les chondres jumeaux décrits plus haut, dont l'un

a dû être fluide et l'autre solide au moment où ils se rencontrèront.

3°. Les chondres qui ont une croûte. Cette croûte peut avoir été formée par la rencontre d'un chondre déjà solide avec un autre encore fluide, qui l'a englobé et en vertu des actions moléculaires, s'est répandu sur toute la surface; ou bien elle pourrait n'être que le résidu de la cristallisation. Dans la plupart des cas, l'observation microscopique permet de décider lequel de ces deux modes de formation est intervenu dans chaque cas spécial. Sur la Pl. IV fig. 5, par exemple, un fragment angulaire irrégulier de péridot, entouré d'une couche noire non transparente, indique incontestablement la première de ces formations.

4°. La porosité de la masse de quelques météorites; pour la météorite de Ngawi celle est tellement grande que M. Lorentz calcule qu'au moins la dixième partie du volume consiste en espaces vides. Cette porosité n'a rien d'extraordinaire au point de vue de notre hypothèse, tandis qu'elle serait complètement inexplicable si l'on admettait que la masse a été fondue.

5°. La présence de corps qui ne subissent pas, sans se décomposer, une température aussi élevée que l'exige la formation du péridot (avec inclusions vitreuses); tels sont les composés organiques, qu'on a trouvés dans certaines météorites.

6°. Enfin, la présence dans une même météorite de substances qui ne peuvent pas exister ensemble à cette haute température, telles que le fer et le charbon, les silicates de fer et les composés organiques. Ces cas ne donnent point lieu à des difficultés dans notre hypothèse, car rien n'empêche d'admettre que les matières en question sont entrées dans la météorite alors que celle-ci traversait des régions relativement froides.

Remarquons encore que les mêmes causes qui ont produit la conglomération d'un essaim de masses cosmiques circulant autour du soleil, peuvent avoir agi dans le voisinage d'autres astres. De même qu'on admet que certaines comètes,

ayant des vitesses hyperboliques, voyagent d'un astre à l'autre, il serait possible que des météores formés dans d'autres mondes vinssent tomber dans notre système solaire, et que quelques météorites nous donnassent à contempler des amas de matière cosmique réunis et soudés par l'effet de l'atmosphère embrasée de quelque astre éloigné.

BREDA, Août 1886.

EXPLICATION DES PLANCHES.

PLANCHE II.

Figures 1, 2 et 3. La météorite de Karang-Modjo ou Magetan vue de trois côtés différents, aux deux tiers de la grandeur naturelle. Voir p. 178.

PLANCHE III.

Figure 1. Chondre de péridot entouré d'une croûte noire. La partie centrale de la figure est occupée par des inclusions stratiformes noires. Voir p. 185. gr. 1 : 80.

Figure 2. Cristal de péridot contenant dans sa masse une inclusion vitreuse de forme arrondie avec une bulle de gaz et une boule noire, un peu au dessous du centre de la figure. Voir p. 185. gr. 1 : 240.

Figure 3. Chondre d'enstatite formé par un cristallite entouré par une masse noire, principalement du fer. Cette masse pénètre çà et là le cristallite surtout en bas de la figure. Voir p. 186. gr. 1 : 100

Figure 4. Chondre d'enstatite à deux faisceaux de cristaux qui se croisent. Tout à fait en bas et à gauche de la figure un corps étranger a pénétré le chondre. Voir p. 187. gr. 1 : 35.

PLANCHE IV.

Figure 5. Partie de la météorite contenant un fragment de cristal de péridot (partie droite de la figure). Le contour cristallin s'est partiellement conservé. Le milieu supérieur de la figure est occupé par un autre fragment tout à fait irrégulier, entouré d'une croûte noire. Voir p. 189. gr. 1 : 38.

Figure 6. Deux chondres d'enstatite, l'un petit, à droite en bas de la figure, est à demi enfoncé dans l'autre. Les cristaux de celui-ci rayonnent de la surface du petit. Le petit chondre paraît plus riche en fer que l'autre, du moins il est d'une couleur un peu plus jaunâtre, ce qui est indiqué seulement dans l'image photographique par la teinte presque noire dans cet endroit. Voir p. 188 gr. 1 : 30.

Figure 7. Différentes formes de péridot. A la gauche de la figure un cristal à contour polygonal. Presque tout le reste de la figure est occupé par un fragment de péridot à inclusions stratiformes opaques, blanches à la lumière réfléchie, noires dans la figure. Voir p. 185. gr. 1 : 38.

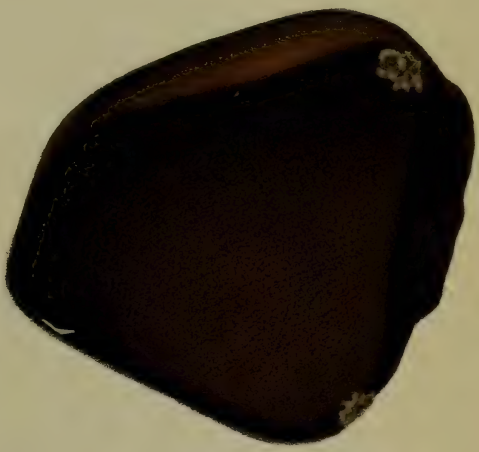
Figure 8. Péridot avec de nombreuses inclusions vitreuses. Les lignes noires représentent des masses de verre remplissant les fissures Voir p. 184. gr. 1 : 100.

1.

2.

$\frac{2}{3}$.

3.



A. J. Wendel del. et lith.

P. W. M. Trap impr.

Fig. 1.

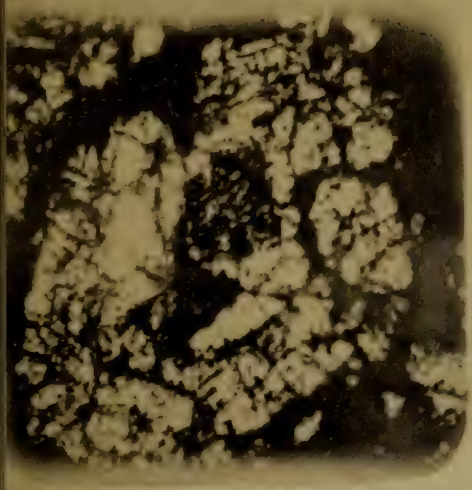


Fig. 2.

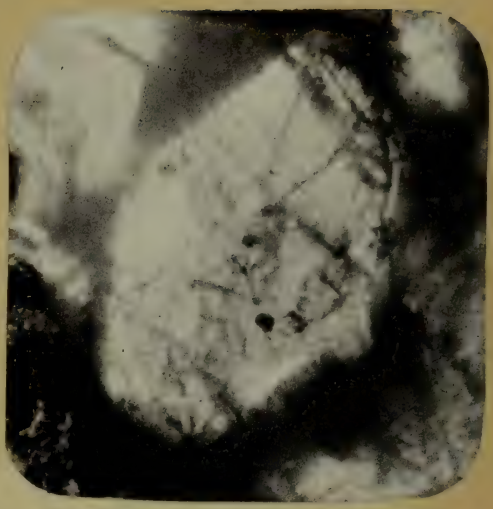


Fig. 3.

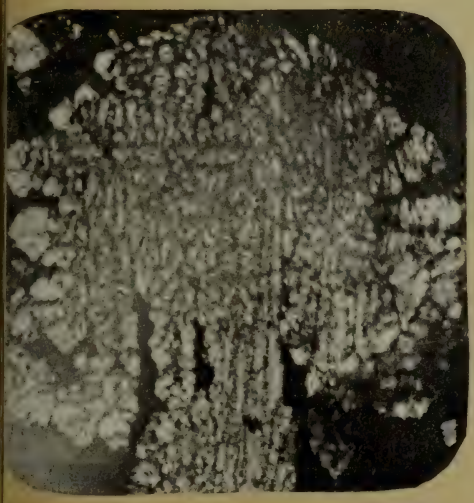
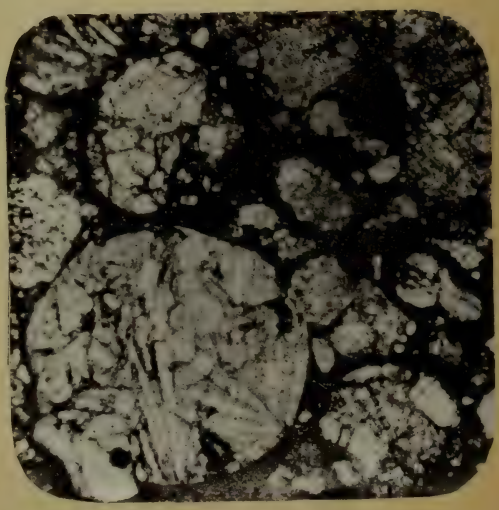


Fig. 4.



Phototypie van F. Gräfe, Delft.

Fig. 5.

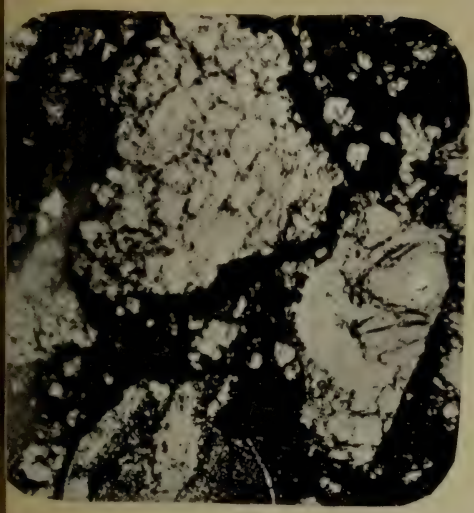


Fig. 6.

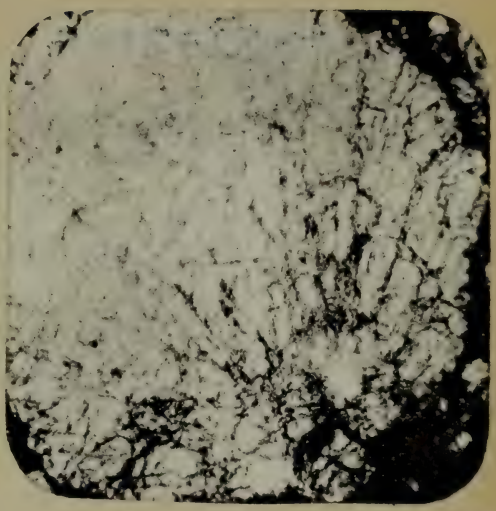


Fig. 7.

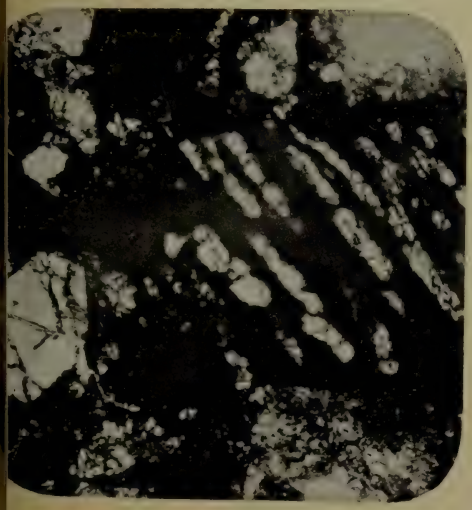
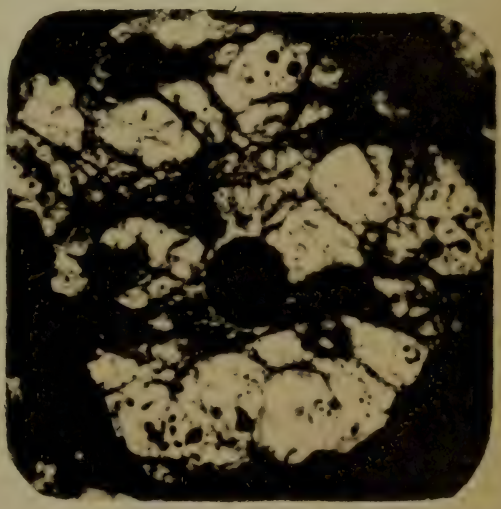


Fig. 8.



Phototypie van F. Gräfe, Delft.

DEUXIÈME LIVRAISON.

H. A. Lorentz, De l'influence du mouvement de la terre sur les phénomènes lumineux. Pag. 103.

J. Bosscha, Fils, Sur la météorite de Karang-Modjo, ou Magetan..... » 177.

CONDITIONS DE L'ABONNEMENT.

Les **Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles** paraissent à des époques indéterminées, en livraisons de 6 à 12 feuilles d'impression, avec un nombre illimité de planches coloriées et noires.

Trente feuilles forment un volume.

Avec la dernière livraison de chaque volume les souscripteurs reçoivent gratis une table des matières, un titre général et une couverture.

Les abonnements engagent à un volume seulement. Les livraisons ne se vendent pas séparément.

Le prix du volume, avec les planches, est fixé à *fl.* 6.—.

On souscrit chez l'éditeur et chez tous les libraires des Pays-Bas et de l'étranger.

Un certain nombre de collections des tomes I à XX (années 1866—1886) sont mises à la disposition des Savants, Bibliothèques ou Etablissements publics au prix de 80 florins (168 francs, 134 Reichsmark). S'adresser directement au Secrétaire de la Société hollandaise des Sciences à Harlem.

HARLEM. — IMPRIMERIE DES HÉRITIERS LOOSJES.

TOME XXI. 3me Livraison.

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

SCIENCES EXACTES ET NATURELLES

PUBLIÉES PAR

LA SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES À HARLEM,

ET RÉDIGÉES PAR

J. BOSSCHA,
Secrétaire de la Société,

AVEC LA COLLABORATION DE

MM. D. Bierens de Haan, C. A. J. A. Oudemans, W. Koster, C. H. D. Buijs Ballot, C. K. Hoffmann et J. M. van Bemmelen.

HARLEM
LES HÉRITIERS LOOSJES.
1887.

PARIS
GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG
G. E. SCHULZE.

ARCHIVES NÉERLANDAISES
DES
Sciences exactes et naturelles.

SUR LA STABILITÉ DES TRAJECTOIRES PLANES PÉRIODIQUES,

PAR

D. J. KORTEWEG. [1])

Introduction.

1. A l'occasion d'un travail sur les forces centrales [2]), mon attention fut attirée par une classe particulière des trajectoires décrites sous l'influence de ces forces, savoir, les trajectoires spirales à cercle asymptotique [3]). Celles-ci accompagnent des deux côtés et en nombre infini toute orbite circulaire instable; elles s'en rapprochent d'une manière continue, sans jamais, en un temps fini, arriver à coïncider avec elle. En un temps *infini*, par contre, un point matériel se mouvant sur une trajectoire spirale à cercle asymptotique peut passer sur l'orbite circulaire, sans que les équations du mouvement cessent un seul instant d'être satisfaites.

---

[1]) A l'exception du dernier paragraphe, qui a été ajouté par l'auteur, ce travail est traduit des *Wiener Sitzungsber.*, Bd. 93, Mai 1886.

[2]) *Verslagen en Mededeelingen der Kon. Akad. te Amsterdam*, T. XX, 2e sér.; *Arch. néerl.*, T. XIX.

[3]) L'existence de ces trajectoires a été établie pour la première fois, à ma connaissance, pour une force obéissant à la loi $F = \frac{f}{\varrho^n}$, $n > 3$, par M. van Geer (*Beschouwingen over de rechtlijnige en kromlijnige beweging van een punt*, 1874).

L'intime relation entre l'existence ou la non-existence de ces trajectoires et l'instabilité ou la stabilité du mouvement circulaire correspondant, m'a conduit à présumer que des tra-trajectoires de forme analogue pourraient être associées à toute autre orbite périodique instable. En effet, que l'existence de pareilles trajectoires, se rapprochant asymptotiquement de l'orbite périodique et se confondant avec elle au bout d'un temps infini, implique l'instabilité du mouvement périodique, c'est évident en soi; mais que, réciproquement, chaque orbite instable doive nécessairement être accompagnée de semblables trajectoires, voilà qui est moins apparent et qui, en effet, souffre une assez importante exception. Abstraction faite de celle-ci, ma présomption s'est vérifiée et il a été reconnu qu'une orbite périodique instable possède généralement une infinité de trajectoires qui s'en rapprochent asymptotiquement. Nous leur donnerons dans la suite le nom de *trajectoires parasites*. Elles se laissent réunir en deux faisceaux. Dans le cas exceptionnel, où il n'existe pas de trajectoires parasites, bien qu'il y ait instabilité, celle-ci présente un caractère particulier, anormal, et on trouve alors un seul faisceau de trajectoires, qui remplace, en quelque sorte, les deux faisceaux de trajectoires parasites.

2. La question de la stabilité ou de l'instabilité du mouvement est, comme on sait, l'une des plus difficiles dont la mécanique ait à s'occuper. Lorsqu'il s'agit d'un mouvement permanent (*stetig*), elle se laisser ramener à la résolution d'une équation algébrique. Ce cas a été traité avec beaucoup de détail par M. E. J. Routh [1]). M.M. Thomson

---

[1]) E. Routh, *A Treatise on the stability of motion*, London, Mac Millan and Co., 1877. D'après sa définition, un mouvement ést permanent (*steady*) lorsque l'équation linéaire, qui (si l'on néglige les secondes puissances des variations) existe toujours entre les variations des coordonnées déterminant ce mouvement et leurs deux premières dérivées par rapport au temps (fluxions), possède des coefficients constants, c'est-à-dire, indépendants du temps. Le mouvement sur une trajectoire plane serait donc permanent

et Tait [1]) donnent de la stabilité d'un mouvement la définition suivante, qui s'appliquerait aussi aux mouvements non permanents: „Le mouvement réel d'un système, à partir de quelque configuration particulière, est dit *stable* lorsque toute perturbation conservative et infiniment petite, dont le mouvement à travers cette configuration est susceptible, peut être composée de perturbations conservatives dont chacune déterminerait dans le mouvement un changement qui ramènerait le système, en un temps fini et avec un écart infiniment petit, à une configuration appartenant à la trajectoire non altérée."

Cette définition, je n'ai pu la conserver dans ce travail. Pour les trajectoires périodiques il arrive en effet, et cela non pas comme cas exceptionnel, mais dans l'un des cas généraux, que les trajectoires altérées oscillent autour de la trajectoire inaltérée primitive, c'est-à-dire qu'elles la coupent toujours de nouveau, mais de telle sorte que l'amplitude des oscillations, par conséquent la valeur maximum de l'écart, augmente continuellement et sans limites. Une très petite perturbation peut alors produire à la longue un changement considérable dans la forme de la trajectoire, et il convient, à mon avis, d'appliquer à un pareil mouvement la qualification d'instable.

Pour les mouvements permanents la même circonstance peut se présenter, savoir, lorsque l'équation algébrique correspondante possède des racines complexes à parties réelles positives. Les mouvements de ce genre ont aussi été désignés comme instables par M. Routh.

D'après sa manière de voir, et d'après la mienne, une

---

lorsque, dans notre équation (17), les coefficients de $\frac{d^2u}{ds^2}$, $\frac{du}{ds}$ et u sont constants, c'est-à-dire indépendants de s.

[1]) Thomson *and* Tait, *Treatise on natural philosophy*, traduction de M. Helmholtz, Braunschweig, 1871; ou: *New edition*, Cambridge, University Press, § 347.

trajectoire n'est stable que lorque les écarts dus à une petite perturbation restent toujours petits. Les trajectoires périodiques sont donc stables quand le rapport $\frac{u_n}{u_1}$, où u_1 représente la très petite déviation maximum pendant la première période et u_n la déviation maximum pendant la période $n^{\text{ième}}$, ne croît pas indéfiniment avec n, mais reste compris entre certaines limites.

La petite perturbation est non conservative, ou conservative. Mais j'ai reconnu que l'étude des perturbations conservatives, suffit en général pour décider de la stabilité de l'orbite pour les perturbations non conservatives et même pour des forces perturbatrices périodiques. Il y a toutefois des trajectoires, composant un type très spécial (E), qui sont stables pour des perturbations conservatives, instables pour des dérangements non conservatifs.

3. Dans ce qui va suivre, je me suis borné, comme il a été dit plus haut, à l'étude des trajectoires planes périodiques, et j'ai en outre admis que les forces, sous l'action desquelles la trajectoire est décrite, possèdent un potentiel. Quelques-unes des considérations exposées sont toutefois directement applicables au cas général du mouvement avec deux degrés de liberté [1].

Je n'ai pas réussi à trouver, pour la stabilité des mouvements périodiques, un criterium *aisément* accessible au calcul, et un pareil criterium sera probablement difficile à obtenir. Néanmoins, il m'a semblé que ce serait une œuvre utile et, à ma connaissance, non encore accomplie, que d'examiner un peu plus en détail la stabilité ou l'instabilité des trajectoires périodiques et de classer ces trajectoires en types, d'après la nature de celles qui en dérivent quand on les dérange infiniment peu. Cet examen m'a montré, chez ces trajectoires,

---

1) Si s et u sont les deux coordonnées générales, u étant constamment $= 0$ pour le mouvement originel, périodique relativement à s, on a en général $u_{n+2} = \varkappa u_{n+1} + \varkappa_1 u_n$. Parvient-on à choisir s et u de telle sorte que $T = \frac{1}{2} A s^2 + \frac{1}{2} C u^2$, on a, comme plus loin, $\varkappa_1 = -1$.

une plus grande variété de types réellement distincts que je n'avais pu le soupçonner au début; il en est aussi ressorti que, à l'exception de l'orbite circulaire, toutes les trajectoires décrites sous l'influence d'une force centrale appartiennent à un système de transition et sont donc impropres à représenter les cas les plus généraux de la stabilité ou de l'instabilité.

Les trajectoires parcourues sous l'action de la gravitation universelle durent être rapportées à un type qui, à son tour, parmi les trajectoires centrales, occupe une position exceptionnelle. A cette circonstance sont dues, en partie, les conditions de stabilité propres à notre système solaire.

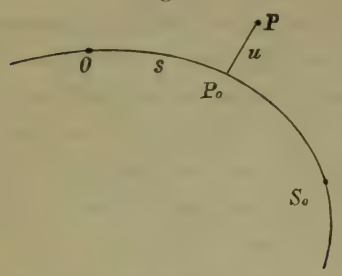
4. La clé des résultats obtenus est donnée par ce théorème remarquable, que le quotient $\frac{u_{n+2}+u_n}{u_{n+1}} = \varkappa$ (où u_n, u_{n+1} et u_{n+2} désignent, pour l'une quelconque des trajectoires altérées par perturbation conservative, les écarts en des points correspondants des périodes $n^{\text{ième}}$, $n+1^{\text{ième}}$ et $n+2^{\text{ième}}$) possède pour chaque trajectoire une valeur déterminée, constante. Suivant que ce nombre $\varkappa$ se trouve en dedans ou en dehors des limites $+2$ et -2, la trajectoire est stable ou instable. Dans le premier cas, elle est stable tant pour les perturbations non conservatives que pour les perturbations conservatives, et aussi pour des forces perturbatrices périodiques, sauf quand est remplie une condition que fera connaître le § 23. Lorsque $\varkappa$ tombe juste sur l'une des deux limites, trois autres types de trajectoires, de différents degrés de généralité, peuvent prendre naissance.

Equation différentielle du mouvement troublé.

5. Soient OP_0S_0 la trajectoire du mouvement non troublé, s la longueur de l'arc mesurée à partir d'un point déterminé O, u la longueur PP_0 d'une droite normale à OP_0 en P_0; la position d'un point P, situé au voisinage de la tra-

jectoire troublée, sera alors déterminée par ses coordonnées s et u; cette dernière, u, est ce que nous appelons l'écart du point.

Fig. 1.



Nous désignons, de plus, par ϱ_0 le rayon de courbure en P_0 de la trajectoire non troublée, par v_0 la vitesse sur cette trajectoire, par V l'énergie potentielle des forces sous l'influence desquelles un point ayant l'unité de masse peut décrire la trajectoire inalterée. Outre ces forces, nous admettons d'ailleurs l'existence de petites forces perturbatrices, qui ne possèdent pas nécessairement un potentiel. En un point P au voisinage de la trajectoire non troublée, ξ_u représentera la composante suivant P_0P de la force perturbatrice agissant sur l'unité de masse, ξ_s sera la composante perpendiculaire à P_0P, prise positive dans la direction où s croît.

Si maintenant au point P il y a une particule matérielle de masse un, son énergie cinétique sera exprimée en toute rigueur par

$$T = \frac{1}{2} \cdot \dot{u}^2 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{u}{\varrho_0}\right) \cdot \dot{s}^2 \cdot \ldots\ldots (1)$$

Les équations du mouvement sont donc:

$$\ddot{u} - \frac{1}{\varrho_0}\left(1 + \frac{u}{\varrho_0}\right)\dot{s}^2 = -\frac{\delta V}{\delta u} + \xi_u, \ldots\ldots (2)$$

et

$$\left(1 + \frac{u}{\varrho_0}\right)^2 \cdot \ddot{s} + \frac{2}{\varrho_0}\left(1 + \frac{u}{\varrho_0}\right) \cdot u \cdot \dot{s} - \frac{1}{\varrho_0^2}\left(1 + \frac{u}{\varrho_0}\right)\frac{d\varrho_0}{ds} \cdot \dot{s}^2 =$$

$$= -\frac{\delta V}{\delta s} + \xi_s\left(1 + \frac{u}{\varrho_0}\right) \cdot \ldots\ldots\ldots (3)$$

Elles possèdent l'intégrale :

$$\frac{1}{2}\dot{u}^2 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{u}{\varrho_0}\right)^2 \dot{s}^2 + V = E_0 + \varepsilon + \int_0^s \xi_s \left(1 + \frac{u}{\varrho_0}\right) ds + \\ + \int_0^s \xi_u \cdot \frac{du}{ds} \cdot ds \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

où nous désignons par E_0 l'énergie constante $V_0 + \frac{1}{2} v_0^2$ du mouvement non troublé, et par $E_0 + \varepsilon$ l'énergie du mouvement troublé, cette énergie étant calculée sans avoir égard aux forces perturbatrices, et prise relativement au point de la trajectoire troublée où $s = 0$.

En substituant $\dot{s} = v_0 + \Delta$, où Δ représente une petite grandeur, vu que les vitesses sur la trajectoire troublée seront peu différentes de celles sur la trajectoire non troublée, et en négligeant les produits de petites quantités, on déduit des équations 2) et 4) :

$$\ddot{u} - \frac{v_0^2}{\varrho_0} - \frac{u v_0^2}{\varrho_0^2} - \frac{2 v_0 \Delta}{\varrho_0} = -\frac{\delta V}{\delta u} + \xi_u \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

et

$$\frac{1}{2} v_0^2 + v_0 \Delta + \frac{u v_0^2}{\varrho_0} + V = E_0 + \varepsilon + \int_0^s \xi_s \cdot ds \quad \ldots \quad (6)$$

Supposons maintenant V développé suivant la série :

$$V = V_0 + u\left(\frac{\delta V}{\delta u}\right)_0 + \frac{u^2}{1.2}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \ldots\ldots, \quad \ldots \quad (7)$$

puis

$$\frac{\delta V}{\delta u} = \left(\frac{\delta V}{\delta u}\right)_0 + u\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \ldots\ldots, \quad \ldots \quad (8)$$

où $\left(\frac{\delta V}{\delta u}\right)_0$ et $\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0$ sont des fonctions de s, et notamment :

$$\left(\frac{\delta V}{\delta u}\right)_0 = \frac{v_0^2}{\varrho_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Nous obtenons alors, par substitution dans 5) et 6):

$$\ddot{u} - \frac{u\,v_0^2}{\varrho_0^2} - \frac{2\,v_0\,\Delta}{\varrho_0} = -\,u\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \xi_u \;.\;.\;.\; (10)$$

et

$$v_0 . \Delta + \frac{2\,u\,v_0^2}{\varrho_0} = \varepsilon + \int_0^s \xi_s . \, d\,s\,, \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (11)$$

donc, après élimination de Δ:

$$\ddot{u} + \frac{3\,u\,v_0^2}{\varrho_0^2} = \frac{2\,\varepsilon}{\varrho_0} - u\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \frac{2}{\varrho_0}\int_0^s \xi_s . \, d\,s + \xi_u . \;.\; (12)$$

En prenant s, au lieu de t, pour variable indépendante, on a

$$\dot{u} = \frac{d\,u}{d\,s} . \dot{s} = v_0 . \frac{d\,u}{d\,s}\,; \quad \ddot{u} = v_0^2 . \frac{d^2\,u}{d^2 s} + v_0 \frac{d\,v_0}{d\,s} . \frac{d\,u}{d\,s}\,, \; (13)$$

et l'on trouve finalement pour l'équation différentielle de la trajectoire troublée:

$$\frac{d^2\,u}{d\,s^2} + \frac{1}{v_0}\frac{d\,v_0}{d\,s} . \frac{d\,u}{d\,s} + \left[\frac{1}{v_0^2}\left(\frac{\delta^2\,V}{\delta\,u^2}\right)_0 + \frac{3}{\varrho_0^2}\right] u =$$
$$= \frac{2\varepsilon}{v_0^2\,\varrho_0} + \frac{2}{v_0^2\,\varrho_0}\int_0^s \xi_s . \, d\,s + \frac{\xi_u}{v_0^2} \;.\;.\; (14)$$

6. Cette équation doit, pour $\varepsilon = 0$ et $\xi_u = \xi_s = 0$, concorder avec l'équation 11) de Thomson et Tait, *Treatise on nat. phil.*, T. I, § 356. Elle le fait manifestement, si l'on considère, en premier lieu, que u obtient chez Thomson et Tait le signe contraire, et, en second lieu, que $\delta\,N$ représente la différence entre les composantes normales des forces de la trajectoire troublée et de la trajectoire primitive, tandis que les normales à ces trajectoires ne sont pas parallèles, mais comprennent un angle $\frac{d\,u}{d\,s}$. La composante normale de la force est, dans la trajectoire non troublée, $\left(\frac{\delta\,V}{\delta\,u}\right)_0$, dans la trajectoire troublée, $\left(\frac{\delta\,V}{\delta\,u}\right)_0 + \left(\frac{\delta^2\,V}{\delta\,u^2}\right)_0 u - \left(\frac{\delta\,V}{\delta\,s}\right)_0 . \frac{d\,u}{d\,s}$; par conséquent:

$$\delta N = \left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 u - \left(\frac{\delta V}{\delta s}\right)_0 \cdot \frac{du}{ds} = \left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 u + v_0 \cdot \frac{dv_0}{ds} \cdot \frac{du}{ds}, \quad (15)$$

car, dans la trajectoire non troublée, on a:

$$\left(\frac{\delta V}{\delta s}\right)_0 = -\frac{dv_0}{dt} = -v_0 \frac{dv_0}{ds} \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

Si l'on substitue cette valeur de δN dans l'équation 11) de Thomson et Tait, après avoir changé le signe de u, cette équation se transforme en notre équation 14), pour $\varepsilon = 0$, $\xi_s = \xi_u = 0$.

Propriétés générales des trajectoires à perturbations conservatives.

7. Soit $u = u'$ une intégrale de l'équation différentielle

$$\frac{d^2u}{ds^2} + \frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds} \cdot \frac{du}{ds} + \left(\frac{1}{v_0^2}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \frac{3}{\rho_0^2}\right) u = 0 \quad (17)$$

du mouvement troublé conservativement; l'ensemble des trajectoires

$$u = C u' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

sera alors appelé un *faisceau* de trajectoires. Les écarts des différentes trajectoires d'un même faisceau restent donc toujours proportionnels entre eux. Si l'on a quelque part $u' = 0$, toutes les trajectoires du faisceau coupent en ce point la trajectoire primitive. A un tel point on donne le nom de foyer cinétique du faisceau.

Désigne-t-on ensuite par $u = u''$ une autre intégrale de l'éq. 17), n'appartenant pas au même faisceau de trajectoires, il est facile d'établir une relation entre les deux intégrales. On a, en effet:

$$u'' \frac{d^2u'}{ds^2} - u' \frac{d^2u''}{ds^2} + \frac{1}{v_0} \cdot \frac{dv_0}{ds} \left(u'' \frac{du'}{ds} - u' \frac{du''}{ds}\right) = 0, \quad (19)$$

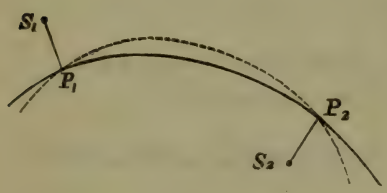
d'où l'on déduit

$$u'' \frac{du'}{ds} - u' \frac{du''}{ds} = \frac{k}{v_0}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

k représentant une constante arbitraire, différente pour chacune des trajectoires du faisceau $u = Cu''$. De cette relation découlent immédiatement les théorèmes suivants:

Théorème I [1]). *Lorsque les trajectoires d'un faisceau $u = Cu'$ possèdent des foyers cinétiques, il y a, entre chaque couple de ces foyers, un foyer unique de chaque autre faisceau de trajectoires.*

Fig. 2.



Soient, en effet, P_1 et P_2 deux foyers consécutifs de la trajectoire $u = u'$, et $P_1 S_1$, $P_2 S_2$ les écarts, en ces points, de la trajectoire $u = u''$; on a alors:

$$P_1 S_1 = \frac{k}{\left(v_0 \frac{du'}{ds}\right)_{P_1}}; \quad P_2 S_2 = \frac{k}{\left(v_0 \frac{du'}{ds}\right)_{P_2}}, \quad . \quad (21)$$

or, $\left(\frac{du'}{ds}\right)_{P_1}$ et $\left(\frac{du'}{ds}\right)_{P_2}$ étant nécessairement de signe différent, il y a entre P_1 et P_2 un nombre impair de foyers de u''. Mais il ne peut y en avoir qu'un seul, puisque autrement, entre deux d'entre eux, il devrait se trouver un foyer de u'.

Théorème II. *Aux divers foyers d'un même faisceau de trajectoires on trouve toujours les mêmes rapports entre les écarts des autres trajectoires.*

On peut démontrer ce théorème en appliquant la formule 21) à deux trajectoires différentes u'' et u''', ou bien en faisant usage de la relation linéaire

$$C'u' + C''u'' + C'''u''' = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

---

[1]) Ce théorème peut aussi être démontré à l'aide du principe de la moindre action. Voir Thomson et Tait, I, § 358 et suiv.; le théorème n'y est pas énoncé, mais néanmoins virtuellement impliqué.

qui doit nécessairement exister entre trois solutions de l'équation différentielle 17).

Théorème III. *Deux trajectoires u'' et u''', arbitrairement choisies, se coupent une seule fois entre chaque couple de foyers cinétiques d'un faisceau $u = Cu'$.*

Cela résulte directement de ce que, entre chacun de ces couples, la trajectoire $u = u'' - u'''$ doit posséder un foyer.

Définition d'une trajectoire périodique. Nombre des foyers des trajectoires conservativement troublées.

8. Dans ce qui suit, une trajectoire sera dite périodique lorsque chaque fois, après qu'un arc de longueur définie S — la période — a été parcouru, reviennent les mêmes valeurs de v_0, de ϱ_0 et des premières et secondes dérivées de V par rapport à u et à s. Il n'est donc pas nécessaire que la trajectoire repasse continuellement par les mêmes points du plan ; il suffit que la forme de la trajectoire et les forces qui agissent en son voisinage immédiat soient périodiques. C'est ainsi, par exemple, que toute trajectoire centrale qui possède un apocentre et un péricentre est une trajectoire périodique.

Nous avons à peine besoin de faire observer que lorsque la trajectoire non troublée présente une période S, il ne s'ensuit nullement que les trajectoires troublées doivent également offrir cette période, ni même qu'elles soient périodiques. Leurs foyers cinétiques par exemple, si elles en possèdent, seront, en général, chaque fois situés en d'autres points de la période S.

Aux trajectoires périodiques s'applique le théorème suivant.

Théorème IV. *Lorsque la trajectoire non troublée est périodique, et qu'un faisceau de trajectoires présente plus d'un foyer, tous les faisceaux de trajectoires doivent posséder des foyers en nombre infini.*

Désignons par P_1 et P_2 deux foyers consécutifs d'un faisceau, qui correspondront aux longueurs d'arc s_1 et s_2. Les longueurs d'arc $s_1 + S$ et $s_2 + S$, $s_1 + 2S$ et $s_2 + 2S$, etc.,

détermineront alors chaque fois un nouveau couple de foyers conjugués, par lesquels on pourra faire passer un faisceau de trajectoires. Mais, entre chacun de ces couples, chaque faisceau doit posséder un foyer cinétique; il faut donc qu'il y en ait un nombre infini.

Sous le rapport du nombre des foyers, il n'y a donc, pour les trajectoires périodiques, que deux types possibles: celui où chaque trajectoire altérée par des perturbations conservatives coupe tout au plus en un seul point la trajectoire primitive, et celui où il y a une infinité de ces points d'intersection. Mais nous verrons plus loin que ce caractère ne fournit pas la meilleure base pour la systématique des trajectoires, vu que le second type comprendrait, avec le même degré de généralité, des trajectoires stables et des trajectoires instables.

L'équation aux différences finies.

9. Théorème V. *Lorsque la trajectoire non troublée possède la période S et que $u_1 = \varphi(s)$ est une des trajectoires qui en dérivent par perturbation conservative, les équations $u_2 = \varphi(s + S)$, $u_3 = \varphi(s + 2S)$ etc. représentent également des trajectoires à perturbation conservative de la même trajectoire primitive.*

Eu égard, en effet, à la périodicité, qui doit prédominer aussi dans la forme de la trajectoire, il est manifeste que les courbes $u_1 = \varphi(s)$, $u_2 = \varphi(s + S)$, etc. sont congruentes l'une à l'autre; seulement, le point homologue est chaque fois en avance d'une période entière. Or, à cause de la périodicité des forces auxquelles est soumise la particule matérielle, ce sont aussi toujours les mêmes forces qui agissent en tous ces points homologues, et par conséquent, si l'une des courbes représente une trajectoire troublée possible, il doit en être de même pour les autres.

Théorème VI. *Entre les trois intégrales $u_n = \varphi(s + (n-1)S)$, $u_{n+1} = \varphi(s + nS)$, $u_{n+2} = \varphi(s + (n+1)S)$ de l'équation* 17) *existe, pour les trajectoires périodiques, la relation*

$$u_{n+2} - \varkappa\, u_{n+1} + u_n = 0, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

où $\varkappa$ possède, pour chaque trajectoire non troublée, une valeur déterminée et par conséquent indépendante du choix de la trajectoire $u_1 = \varphi(s)$.

Démonstration. Il est évident qu'entre les trois intégrales u_n, u_{n+1} et u_{n+2} de l'équation linéaire 17) il doit exister une relation

$$u_{n+1} = \varkappa\, u_{n+1} + \varkappa_1 u_n \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Or, nous allons faire voir, en premier lieu, que les constantes $\varkappa$ et $\varkappa_1$ qui entrent dans cette relation ont les mêmes valeurs pour toute autre combinaison $u'_m = \psi(s + (m-1)S)$, $u'_{m+1} = \psi(s + mS)$, $u'_{m+2} = \psi(s + (m+1)S)$; et en second lieu, que $\varkappa_1$ doit toujours être égale à l'unité négative.

Pour ce qui regarde le premier de ces points, nous avons donc à montrer que, si la relation 24) existe, on a aussi:

$$u'_{m+2} = \varkappa\, u'_{m+1} + \varkappa_1 u'_m. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Or, en général, u'_m est une fonction linéaire des deux solutions u_n et u_{n+1}. Soit donc:

$$u'_m = c_1 u_n + c_2 u_{n+1}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

Mais u'_m et u'_{m+1}, u_n et u_{n+1}, u_{n+1} et u_{n+2} représentant des trajectoires congrues, qu'un déplacement d'une période entière fait coïncider l'une avec l'autre, on a donc également:

$$u'_{m+1} = c_1 u_{n+1} + c_2 u_{n+2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (27)$$

$$u'_{m+2} = c_1 u_{n+2} + c_2 u_{n+3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

et, à cause de (24),

$$u_{n+3} = \varkappa\, u_{n+2} + \varkappa_1 u_{n+1}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

Des équations (26) et (27) il suit alors:

$$\varkappa u'_{m+1} + \varkappa_1 u'_m = c_1(\varkappa u_{n+1} + \varkappa_1 u_n) + c_2(\varkappa u_{n+1} + \varkappa_1 u_{n+1}) =$$
$$= c_1 u_{n+2} + c_2 u_{n+3} = u'_{m+2} \quad \ldots\ldots \quad (30)$$

q. e. d.

Pour calculer, en second lieu, la valeur de $\varkappa_1$, nous faisons usage de l'équation (20). En vertu de cette équation on a:

$$u_{n+1}\frac{d\,u_n}{d\,s} - u_n\frac{d\,u_{n+1}}{ds} = \frac{k}{v_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31)$$

Mais, comme un déplacement d'une période entière est de nouveau suffisant pour changer u_{n+1} en u_{n+2}, u_{n+2} en u_{n+3}, on a aussi:

$$u_{n+2}\frac{d\,u_{n+1}}{d\,s} - u_{n+1}\frac{d\,u_{n+2}}{ds} = \frac{k}{v_0}, \quad \ldots\ldots \quad (32)$$

et par suite:

$$u_{n+1}\frac{d\,u_n}{d\,s} - u_n\frac{d\,u_{n+1}}{ds} = u_{n+2}\frac{d\,u_{n+1}}{ds} - u_{n+1}\frac{d\,u_{n+2}}{d\,s}. \quad (33)$$

Si l'on substitue dans cette équation la valeur de u_{n+2} donnée par la relation (24), il vient:

$$u_{n+1}\frac{d\,u_n}{ds} - u_n\frac{d\,u_{n+1}}{ds} = \varkappa_1\left(u_n\frac{d\,u_{n+1}}{d\,s} - u_{n+1}\frac{d\,u_n}{d\,s}\right); \quad (34)$$

on a donc nécessairement $\varkappa_1 = -1$, ce qui achève la démonstration de notre théorème.

10. Il se présente toutefois un cas particulier où cette démonstration cesse d'être applicable, savoir, lorsque pour chaque trajectoire altérée par perturbation conservative existe déjà entre u_{n+1} et u_n une relation linéaire

$$u_{n+1} = \lambda\, u_n. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

L'équation générale de toutes ces trajectoires ne peut alors plus s'écrire sous la forme (26). Prenons deux autres de ces trajectoires, u'_n et u''_n, appartenant à des faisceaux différents, et soient:

$$u'_{n+1} = \lambda' u'_n \qquad\qquad u''_{n+1} = \lambda'' u''_n \quad \ldots \quad (36)$$

En vertu de l'équation (20) on a alors:

$$u'_n\frac{d\,u_n}{d\,s} - u_n\frac{d\,u'_n}{ds} = \frac{k}{v_0}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

et de plus, à cause de la congruence des trajectoires u_{n+1} et u_n, u'_{n+1} et u'_n:

$$u'_{n+1}\frac{d\,u_{n+1}}{ds}-u_{n+1}\frac{d\,u'_{n+1}}{ds}=\frac{k}{v_0}=u'_n\frac{d\,u_n}{d\,s}-u_n\frac{du'_n}{d\,s} \quad (38)$$

d'où il résulte, par substitution de (36):

$$\lambda\lambda'=1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (39)$$

Exactement de la même manière, on trouve:

$$\lambda\lambda''=1. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

et en combinant u'_n avec u''_n:

$$\lambda'\lambda''=1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

Mais il ne peut être satisfait à ces trois équations que par:

$$\lambda=\lambda'=\lambda''=+1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

ou par:

$$\lambda=\lambda'=\lambda''=-1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

Dans le premier cas, on a donc pour chaque trajectoire à perturbation conservative:

$$u_n=u_{n+1}=u_{n+2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

dans le second:

$$u_n=-u_{n+1}=u_{n+2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (45)$$

Même ces cas très spéciaux, sur lesquels nous reviendrons plus loin, satisfont à l'équation (23), où $\varkappa$ doit alors recevoir, respectivement, la valeur $+2$ ou -2. Cette équation est donc d'une application tout à fait générale.

11. Ainsi qu'on le verra bientôt, la stabilité ou l'instabilité du mouvement est déterminée par la valeur du coefficient $\varkappa$. En conséquence, nous appelons $\varkappa$ le coefficient de stabilité de la trajectoire périodique considérée. La définition de celui-ci est donc la suivante:

Le coefficient de stabilité d'une trajectoire périodique est le rapport constant $\varkappa=\dfrac{u_{n+2}+u_n}{u_{n+1}}$ *entre les écarts, successivement distants d'une période entière, d'une trajectoire altérée par perturbation conservative.*

La détermination de ce coefficient présente, en général, de grandes difficultés; approximativement, toutefois, elle est toujours possible. Partant de valeurs déterminées, arbitrairement choisies, de u et de $\left(\frac{du}{ds}\right)$, on n'a qu'à intégrer l'équation (17) sur l'étendue de deux périodes S, ce qui peut se faire, pièce par pièce, au moyen du développement en série. Quand on connaît d'avance l'une des trajectoires à perturbations conservatives, la détermination de $\varkappa$ devient très simple. Les trajectoires centrales en fournissent un bel exemple. Si l'on prend le centre des forces pour centre de rotation et qu'on fasse tourner une pareille trajectoire d'un petit angle, il se forme une trajectoire nouvelle, pouvant être considérée comme l'une de celles qui dérivent par perturbation conservative de la trajectoire originelle. Mais il est évident qu'on doit avoir, en ce cas, $u_n = u_{n+1} = u_{n+2}$, par conséquent, $\varkappa = 2$.

Finalement, nous remarquerons encore que, la forme de l'équation (23) étant symétrique relativement à u_n et u_{n+2}, le coefficient de stabilité ne change pas lorsque la trajectoire primitive est parcourue en sens inverse.

L'intégration de l'équation aux différences.

12. Suivant que les racines de l'équation

$$\lambda^2 - \varkappa\lambda + 1 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (46)$$

sont réelles, égales ou imaginaires, l'intégrale de l'équation aux différences (23) présente, comme on sait, une forme différente.

Lorsque, *en premier lieu*, $\varkappa$ est > 2, on peut écrire:

$$u = \varphi_S . \lambda^{\frac{s}{S}} + \psi_S . \lambda^{-\frac{s}{S}}, \quad \ldots\ldots\ldots (47)$$

où φ_S et ψ_S désignent des fonctions de s qui possèdent la période S. En ce qui concerne l'équation aux différences, ces fonctions pourraient être arbitraires; mais, u devant satisfaire

ici à l'équation (17), on trouve aisément, par substitution, qu'on doit avoir identiquement:

$$\left.\begin{aligned}&\left[\frac{d^2\varphi}{ds^2}+\left(\frac{2l(\lambda)}{S}+\frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}\right)\frac{d\varphi}{ds}+\right.\\&\left.+\left(\frac{l(\lambda)^2}{S^2}+\frac{l(\lambda)}{S}\cdot\frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}+\frac{1}{v_0^2}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0+\frac{3}{\varrho_0^2}\right)\varphi\right]\lambda^{\frac{s}{S}}+\\&+\left[\frac{d^2\psi}{ds^2}+\left(-\frac{2l(\lambda)}{S}+\frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}\right)\frac{d\psi}{ds}+\right.\\&\left.+\left(\frac{l(\lambda)^2}{S^2}-\frac{l(\lambda)}{S}\cdot\frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}+\frac{1}{v_0^2}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0+\frac{3}{\varrho_0^2}\right)\psi\right]\lambda^{-\frac{s}{S}}=0\end{aligned}\right\}\quad(48)$$

ce qui évidemment n'est possible que si

$$\begin{aligned}&\frac{d^2\varphi}{ds^2}+\left(\frac{2l(\lambda)}{S}+\frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}\right)\frac{d\varphi}{ds}+\\&+\left(\frac{l(\lambda)^2}{S^2}+\frac{l(\lambda)}{S}\cdot\frac{1}{v_0}\cdot\frac{dv_1}{ds}+\frac{1}{v_0^2}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0+\frac{3}{\varrho_0^2}\right)\varphi=0\end{aligned}\quad(49)$$

et

$$\begin{aligned}&\frac{d^2\psi}{ds^2}+\left(-\frac{2l(\lambda)}{S}+\frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}\right)\frac{d\psi}{ds}+\\&+\left(\frac{l(\lambda)^2}{S^2}-\frac{l(\lambda)}{S}\cdot\frac{1}{v_0}\cdot\frac{dv_0}{ds}+\frac{1}{v_0^2}\left(\frac{\delta V}{\delta u^2}\right)_0+\frac{3}{\varrho_0^2}\right)\psi=0.\end{aligned}\quad(50)$$

mais alors

$$u=K_1\,\varphi_S.\lambda^{\frac{s}{S}}+K_2\,\psi_S.\lambda^{-\frac{s}{S}}\quad\ldots\ldots\quad(51)$$

est l'équation générale des trajectoires altérées par perturbations conservatives, car elle renferme deux constantes arbitraires, et satisfait à la condition (17).

13. Lorsque, *en second lieu*, $\varkappa < -2$, l'équation (51) ne peut plus servir, parce que λ devient négatif. On peut alors donner à l'équation générale des trajectoires altérées par perturbations conservatives la forme suivante:

$$u=K_1\,\sigma_{2S}.(-\lambda)^{\frac{s}{S}}+K_2\,\tau_{2S}.(-\lambda)^{-\frac{s}{S}}\quad\ldots\quad(52)$$

où σ_{2S} et τ_{2S} représentent des fonctions possédant la période $2S$ et ayant, en outre, la propriété que

$$\sigma_{2S}(S+s) = -\sigma_{2S}(s) \qquad \tau_{2S}(S+s) = -\tau_{2S}(s). \quad . \quad (53)$$

On peut laisser s'engendrer de pareilles fonctions au moyen de fonctions arbitraires ψ_{2S}, en posant

$$\sigma_{2S}(s) = \psi_{2S}(s) - \psi_{2S}(S+s). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54)$$

D'autre part, on peut démontrer qu'elles se laissent ramener en général à la forme

$$\sigma_{2S}(s) = \varphi_S \,.\, \sin \frac{\pi(s-\alpha)}{S} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55)$$

En effet, toute fonction continue σ_{2S} doit nécessairement posséder des valeurs zéro. Or, si $\sigma_{2S}(\alpha) = 0$, l'expression

$$\varphi = \frac{\varrho_{2S}(s)}{\sin \dfrac{\pi(s-\alpha)}{S}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (56)$$

est en général une fonction restant finie, qui présente la période S, puisque, après l'accomplissement de cette période, le numérateur et le dénominateur ont tous les deux changé de signe. D'une manière plus générale encore, on peut poser

$$\varrho_{2S}(s) = \varphi_S \cdot \left[\sin \frac{\pi(s-\alpha)}{S}\right]^p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (57)$$

où p représente un nombre impair, entier ou fractionnaire.

On peut démontrer que toute intégrale de l'équation aux différences (46), pour $\varkappa < -2$, doit nécessairement avoir la forme (52). Les deux fonctions σ_{2S} et τ_{2S} sont déterminées par des équations différentielles, qui s'obtiennent, comme (49) et (50), par substitution dans l'équation (17).

Le cas $\varkappa < -2$ pourrait d'ailleurs être ramené au cas $\varkappa > +2$. Pour cela, on devra considérer, non pas S, mais $2S$ comme la période proprement dite. Les valeurs u_n, u_{n+2} et u_{n+4} sont alors des écarts correspondants de périodes successives. Mais, quand $u_n - \varkappa u_{n+1} + u_{n+2} = 0$, on a :

$$u_n - (\varkappa^2 - 2)u_{n+2} + u_{n+4} = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

où $\varkappa^2 - 2$ est positif et > 2, lorsque $\varkappa < -2$.

14. Soit, *en troisième lieu*, $+2 > \varkappa > -2$, et soient $\cos\theta + \sin\theta\sqrt{-1}$ et $\cos\theta - \sin\theta\sqrt{-1}$ les racines imaginaires de l'équation (46), où $\cos\theta = \frac{\varkappa}{2}$ et où θ peut toujours être pris entre π et 2π. L'intégrale générale de l'équation aux différences finies est alors:

$$u = \varphi_S \,.\, \cos\left(\frac{s\theta}{S} + A\right) + \psi_S \,.\, \sin\left(\frac{s\theta}{S} + A\right) \,.\,. \quad (59)$$

A raison de l'équation (17), les fonctions φ_S et ψ_S doivent satisfaire aux équations différentielles simultanées:

$$\chi = \frac{d^2\varphi}{ds^2} + \frac{2\theta}{S}\cdot\frac{d\psi}{ds} + \frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}\cdot\frac{d\varphi}{ds} - \frac{\theta}{Sv_0}\cdot\frac{dv_0}{ds}\psi +$$
$$+\left(-\frac{\theta^2}{S^2} + \frac{1}{v_0^2}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \frac{3}{\varrho_0^2}\right)\varphi = 0, \quad (60)$$

$$\omega = \frac{d^2\psi}{ds^2} - \frac{2\theta}{S}\cdot\frac{d\varphi}{ds} + \frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}\cdot\frac{d\psi}{ds} - \frac{\theta}{Sv_0}\cdot\frac{dv_0}{ds}\varphi +$$
$$+\left(-\frac{\theta^2}{S^2} + \frac{1}{v_0^2}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \frac{3}{\varrho_0^2}\right)\psi = 0. \quad (61)$$

Il faut, en effet, qu'on ait identiquement

$$\chi\cos\left(\frac{s\theta}{S} + A\right) + \omega\sin\left(\frac{s\theta}{S} + A\right) = 0; \quad .\,.\, (62)$$

or, à cause de la dissimilitude des deux périodes S et $\frac{2\pi}{\theta}S$, cela n'est possible que si les deux conditions (60) et (61) sont remplies, car autrement on aurait

$$\operatorname{tg}\left(\frac{s\theta}{S} + A\right) = -\frac{\chi_S}{\omega_S}, \quad \ldots\ldots\ldots (63)$$

ce qui est contradictoire.

L'équation générale des trajectoires altérées par des perturbations conservatives peut donc s'écrire sous la forme

$$u = K\,.\,\varphi_S\cos\left(\frac{s\theta}{S} + A\right) + K\,.\,\psi_S\sin\left(\frac{s\theta}{S} + A\right), \quad (64)$$

où A et K sont les deux constantes, qui dépendent des conditions initiales.

15. Si, *en quatrième lieu*, $\varkappa = 2$, l'équation (46) a ses deux racines égales à $+1$, et l'intégrale de l'équation aux différences (23) possède alors, comme on sait, la forme

$$u = \varphi_S + s\,\psi_S, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (65)$$

où, en vertu de l'équation (17):

$$\frac{d^2\psi}{ds^2} + \frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}\frac{d\psi}{ds} + \left(\frac{1}{v_0}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \frac{3}{\varrho_0^2}\right)\psi = 0 \quad \ldots \quad (66)$$

$$\frac{d^2\varphi}{ds^2} + 2\frac{d\psi}{ds} + \frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}\frac{d\varphi}{ds} + \frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}\psi + \\ + \left(\frac{1}{v_0^2}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \frac{3}{\varrho_0^2}\right)\varphi = 0. \quad \ldots \quad (67)$$

L'équation générale des trajectoires qui dérivent par perturbations conservatives d'une trajectoire originelle donnée, s'écrit alors:

$$u = K_1(\varphi_S + s\,\psi_S) + K_2\psi_S. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (68)$$

Comme cas exceptionnel, toutefois, il peut arriver que cette équation générale ne prenne pas la forme ci-dessus, mais soit représentée par l'expression

$$u = K_1\varphi_S + K_2\psi_S. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (69)$$

Il est clair, en effet, que de pareilles trajectoires satisfont encore à l'équation aux différences (23), où $\varkappa = 2$, et elles satisfont aussi à l'équation différentielle (17) lorsque, ce qui évidemment est possible par exception, la solution *générale* de cette équation présente la période S.

Plus loin, nous reviendrons sur ce cas exceptionnel, qui est des plus importants.

16. Lorsque, *finalement*, $\varkappa = -2$, et que l'équation (46) a par conséquent ses deux racines égales à -1, il est facile de voir, après ce qui précède, que l'équation générale des trajectoires

altérées par des perturbations conservatives prend en général la forme :

$$u = K_1 (\sigma_{2S} + s\tau_{2S}) + K_2 \tau_{2S} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (70)$$

et à titre d'exception la forme :

$$u = K_1 \sigma_{2S} + K_2 \tau_{2S} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (71)$$

où σ et τ sont de nouveau assujettis à la condition (53).

17. En considérant de plus près les équations (51) et (52); (64); (68) et (70); (69) et (71), on voit immédiatement que les trajectoires altérées par perturbation conservative, représentées par ces équations, possèdent chaque fois un caractère différent. Lorsqu'on a

$$\varkappa > 2 \text{ ou } \varkappa < -2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (72)$$

et que ce sont par conséquent les équations (51) et (52) qui s'appliquent, les écarts, tant pour s croissant que pour s décroissant, deviennent finalement de plus en plus grands; ou du moins, si φ_S et ψ_S ou σ_{2S} et τ_{2S} possèdent des valeurs zéro, les amplitudes des oscillations augmentent de plus en plus.

De ces trajectoires nous faisons un premier type fondamental, celui des trajectoires géométriquement instables (*A*).

A-t-on, au contraire,

$$2 > \varkappa > -2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (73)$$

alors les écarts (voir l'équation 64) oscillent toujours entre certaines limites. Pour cela, toutefois, les trajectoires à perturbations conservatives ne sont pas réellement périodiques. Elles contiennent deux périodes différentes, savoir, S et $\frac{2\pi S}{\theta}$.

Les trajectoires qui présentent ce caractère composent notre second type fondamental, celui des trajectoires stables (*B*). Nous démontrerons que les trajectoires correspondantes à des perturbations non conservatives possèdent également le caractère de stabilité.

C'est encore d'une autre manière que les trajectoires par perturbations conservatives se comportent lorsque

$$\varkappa = 2 \text{ ou } \varkappa = -2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (74)$$

Dans le cas le plus général s'appliquent alors les équations (68) et (70). Les écarts deviennent de plus en plus grands, et le mouvement doit donc être regardé comme instable. Néanmoins, entre l'instabilité de ces trajectoires et celle des trajectoires du type général (A), il est facile de reconnaître une différence notable. Si, dans le type (A), on considère les valeurs des écarts successivement distants d'une période entière, on trouve que ceux-ci forment une série qui, pour des valeurs un peu grandes de s, soit positives soit négatives, se confond sensiblement avec une progression géométrique. Pour les trajectoires, au contraire, dont les formes altérées par perturbation conservative correspondent aux équations (68) et (70), la progression est arithmétique, dès le début.

En conséquence, nous réunissons les trajectoires de ce genre en un nouveau type, le type transitif arithmétiquement instable (C).

Toutefois, lorsque

$$\varkappa = 2 \text{ ou } \varkappa = -2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (74)$$

un cas plus particulier peut se présenter, c'est à dire celui où l'équation générale des trajectoires par perturbations conservatives prend la forme (69) ou (71). Les écarts sont alors périodiques et la trajectoire est stable pour des perturbations *conservatives*. Nous pouvons rapporter les trajectoires de cette espèce à deux types différents (D) et (E).

Au type transitif demi-stable (D) *appartiennent les trajectoires qui sont stables pour des perturbations conservatives, instables pour des perturbations non-conservatives; au type transitif stable* (E), *les trajectoires qui sont stables pour les deux genres de perturbations, mais qui pourtant ne rentrent pas dans le type principal* (B), *parce que* $\varkappa = 2$ *ou* -2.

Le type des trajectoires géométriquement instables (A).

18. L'équation générale des trajectoires altérées par perturbations conservatives s'écrit, pour ce type, sous la forme (51) ou (52). Mais la seconde de ces formes peut être ramenée à

la première, si l'on regarde $2S$ comme la période proprement dite. Nous nous bornerons donc, dans ce qui suit, à la forme (51), et commençons par considérer les remarquables faisceaux de trajectoires qui sont représentés par les équations

$$v_1 = K_1 . \varphi_S . \lambda^{\frac{s}{S}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (75)$$

et

$$v_2 = K_2 . \psi_S . \lambda^{-\frac{s}{S}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (76)$$

A l'un des deux côtés (le côté positif les s pour l'un des faisceaux, le côté négatif pour l'autre), toutes les trajectoires de ces faisceaux se rapprochent de plus en plus de la trajectoire primitive, sans jamais se confondre avec elle. Pour des valeurs infinies de s, on peut toutefois admettre que ces trajectoires coïncident avec la trajectoire non troublée, sans qu'ils cessent un seul instant de satisfaire aux équations du mouvement.

De l'autre côté, elles s'éloignent de plus en plus de la trajectoire inaltérée, ou du moins oscillent autour d'elle avec une amplitude indéfiniment croissante, jusqu'à ce que leur éloignement soit tel que les puissances supérieures de l'écart ne puissent plus être négligées.

De pareilles trajectoires seront dites *parasites*. Nous pouvons maintenant énoncer le théorème suivant :

Théorème VII. *Toute trajectoire géométriquement instable possède deux faisceaux de trajectoires parasites, l'un pour le temps positif, l'autre pour le temps négatif. Les écarts de ces trajectoires, en des points successivement distants d'une période entière, forment une progression géométrique, dont la raison est la même pour toutes les trajectoires des deux faisceaux. Toutes les autres trajectoires altérées par perturbation conservative s'éloignent finalement de plus en plus, aux deux côtés, de la trajectoire inaltérée, ou bien oscillent autour d'elle avec une amplitude croissante.*

La dernière partie de ce théorème résulte immédiatement de ce que l'écart de toute autre trajectoire altérée par perturbation conservative peut être mis en relation linéaire avec les écarts de deux trajectoires parasites.

19. Le type (A) peut encore être partagé en deux sous-types, $(A)_I$ et $(A)_{II}$, suivant que les faisceaux parasites possèdent, ou non, des foyers cinétiques. Aux trajectoires du sous-type $(A)_I$ s'applique alors, en outre, le théorème suivant:

Théorème VIII. *Les foyers des deux faisceaux de trajectoires parasites sont, entre les limites d'une période unique, en même nombre pour les deux faisceaux. Dans les périodes successives, ils se répétent toujours aux point homologues. Les foyers de tout autre faisceau, au contraire, se trouvent, dans les périodes successives, chaque fois en des points différents; toutefois, dans l'une des directions ils se rapprochent asymtotiquement des foyers de l'un des faisceaux parasites, dans l'autre direction, des foyers du second de ces faisceaux.*

A ce sous-type $(A)_I$ appartiennent, par exemple, toutes les trajectoires pour lesquelles $\varkappa < -2$.

Comme c'est principalement sur l'existence de ce sous-type $(A)_I$ que je m'appuie pour rejeter la définition de la stabilité donnée par MM. Thomson et Tait (voir l'Introduction), il convient de citer ici un exemple; on pourra d'ailleurs en obtenir autant qu'on le voudra, au moyen des formules (75), (76), (20) et (17), en choisissant arbitrairement φ_S et ψ_S.

Soient donc:

$$V = -\frac{1}{2}v_0^2 + \frac{uv_0^2}{\varrho_0} + \frac{1}{2}u^2\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + u^3\psi(u, s), \quad . \quad (77)$$

$$\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 = -\frac{3v_0^2}{\varrho_0^2} - \frac{\pi^2 v_0^2}{S^2}\left[b^2 - p^2 + \frac{2bp\left(b + p\sin\frac{2p\pi s}{S}\right)}{p + b\sin\frac{2p\pi s}{S}}\right], \quad (78)$$

$$v_0 = \frac{a}{p + b\sin\frac{2p\pi s}{S}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (79)$$

où les fonctions $\psi(u, s)$ et ϱ_0, ainsi que les quantités a et b et le nombre entier p, peuvent encore être prises quelconques; seulement, il est préférable de faire $b < p$, parce que, dans le cas contraire, apparaissent des vitesses infiniment grandes.

Une pareille trajectoire possède alors les faisceaux de trajectoires parasites :

$$v_1 = K_1 \sin \frac{p\pi s}{S} . e^{\frac{b\pi s}{S}} ; \; v_2 = K_2 . \cos \frac{p\pi s}{S} . e^{-\frac{b\pi s}{S}} \quad . . (80)$$

Le type des trajectoires stables (B).

20. En considérant l'équation générale (64) des trajectoires dérivées par perturbation conservative d'une trajectoire appartenant au type (B), on reconnaît de suite que pour chacune de ces trajectoires peut être assignée une valeur maximum M de l'écart, laquelle n'est jamais dépassée et en général n'est pas atteinte, savoir le produit de K par la somme des valeurs maxima de φ_S et de ψ_S. Si la perturbation est prise suffisamment faible, K et par conséquent aussi cet écart maximum deviennent aussi petits qu'on le veut. La trajectoire primitive est donc stable pour des perturbations conservatives.

Toutes les trajectoires altérées par des perturbations conservatives doivent d'ailleurs posséder des foyers cinétiques. Nous pouvons démontrer, en effet, que l'écart u ne conserve pas toujours le même signe. Par l'addition des équations (23) successives, on trouve aisément :

$$u_{n+p+1} - u_{n-q} + U - \varkappa U + U + u_{n-q-1} - u_{n+p} = 0, \quad (81)$$

où

$$U = \sum_{n-q}^{n+p} u_r \quad . . . . . (82)$$

Il en résulte

$$U = \frac{u_{n+p} - u_{n+p+1} + u_{n-q} - u_{n-q-1}}{2 - \varkappa} < \frac{4M}{2-\varkappa}, \quad . (83)$$

et comme $p + q$ peut croître indéfiniment, u doit nécessairement, ou bien changer de signe, ou bien pour s croissant et décroissant, décroître indéfiniment jusqu'à zéro. Mais, dans ce dernier cas, on aurait

$$\lim \left[K \,.\, \varphi_S \cos \left(\frac{s\theta}{S} + A \right) + K \,.\, \psi_S \sin \left(\frac{s\theta}{S} + A \right) = 0,\right.$$

par conséquent

$$\lim \operatorname{tg} \left(\frac{s\theta}{S} + A \right) = \lim - \frac{\varphi_S}{\psi_S},$$

ce qui évidemment est impossible, ces deux fonctions ayant des périodes inégales.

21. On peut montrer, en outre, que la *stabilité* devient de plus en plus imparfaite, à mesure que $\varkappa$ se rapproche de $+ 2$ ou de $- 2$, à mesure, par conséquent, que l'angle θ se rapproche de ses limites π ou 2π.

Soit, en effet,

$$u_1 = K. \varphi_S \cos \left(\frac{s_1 \theta}{S} + B \right) + K \,.\, \psi_S \sin \left(\frac{s_1 \theta}{S} + A \right), \quad (84)$$

on a alors dans la même trajectoire, en posant $s_2 = S + s_1$:

$$u_2 = K.\varphi_S \cos \left(\frac{s_1 \theta}{S} + A + \theta \right) + K \,.\, \psi_S \sin \left(\frac{s_1 \theta}{S} + A + \theta \right) \quad (85)$$

et

$$u_n = K \,.\, \varphi_S \cos \left(\frac{s_1 \theta}{S} + A + (n-1)\,\theta \right) +$$
$$+ K \,.\, \psi_S \sin \left(\frac{s_1 \theta}{S} + A + (n-1)\,\theta) \right) \quad (86)$$

Eliminant φ_S et ψ_S, on obtient la relation linéaire

$$u_n = \frac{u_2 \sin (n-1)\,\theta - u_1 \sin (n-2)\,\theta}{\sin \theta}, \quad . \quad . \quad (87)$$

qui existe entre les écart u_1, u_2 et u_n de la même trajectoire.

Or, quand même, à cause de la faiblesse de la perturbation, les valeurs u_1 et u_2 de l'écart pendant les deux premières périodes restent petites, il n'en arrivera pas moins, lorsque $\sin \theta$ est petit, que u_n deviendra, pour des valeurs élévées de n, beaucoup plus grand ; *la valeur maximum de l'écart correspondant à une perturbation initiale donnée, doit donc croître, en général, lorsque θ se rapproche de ses valeurs limites π et 2π.*

Les trajectoires altérées par perturbation non conservative du type stable (B).

22. L'équation différentielle de ces trajectoires est, d'après (14):

$$\frac{d^2u}{ds^2} + \frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}\frac{du}{ds} + \left[\frac{1}{v_0^2}\left(\frac{d^2V}{du^2}\right)_0 + \frac{3}{\varrho_0^2}\right]u = \frac{2\varepsilon}{v_0^2\,\varrho_0} = \chi s. \quad (88)$$

Or, en vertu de (64), deux intégrales de l'équation sans second membre sont connues, ($A = 0$ et $A = \frac{\pi}{2}$) savoir

$$u' = \varphi_S \cdot \cos\frac{s\theta}{S} + \psi_S \cdot \sin\frac{s\theta}{S} \quad \ldots\ldots (89)$$

et

$$u'' = -\varphi_S \cdot \sin\frac{s\theta}{S} + \psi_S \cdot \cos\frac{s\theta}{S}, \quad \ldots\ldots (90)$$

et par suite on obtient facilement l'intégrale complète, c'est-à-dire l'équation générale des trajectoires altérées par perturbation non conservative, sous la forme:

$$u = K_1 u' + K_2 u'' + \frac{u'}{k}\int_0^s v_0 \cdot \chi_S u''\,ds - \frac{u''}{k}\int_0^s v_0 \cdot \chi_S \cdot u'\,ds, \quad (91)$$

où k désigne une constante, qui peut être calculée au moyen de la relation

$$u''\frac{du'}{ds} - u'\frac{du''}{ds} = \frac{k}{v_0} \quad \ldots\ldots\ldots (20)$$

Nous allons maintenant faire voir que, même pour s infini, les intégrales $\int_0^s v_0 \chi_S\, u''\, ds$ et $\int_0^s v_0\, \chi_S\, u'\, ds$ conservent toujours une valeur finie. Il suffira, évidemment, de montrer que toute intégrale

$$\int_0^s \omega_S \cdot \cos\left(\frac{s\theta}{S} + \alpha\right) ds \qquad \pi < \theta < 2\pi \quad \ldots (92)$$

où ω_S reste finie et possède la période S, conserve une valeur finie lorsque s croît jusqu'à l'infini. On pourrait appliquer, à

cet effet, la série de Fourier, mais nous donnerons la préférence à la voie suivante.

Soit:

$$s = nS + \sigma \qquad \sigma < S, \quad \ldots\ldots \quad (93)$$

on a alors:

$$\left.\begin{aligned}
&\int_0^s \omega_{S'} \cos\left(\frac{s\theta}{S}+\alpha\right) ds = \int_0^S \omega_{S'} \cos\left(\frac{s\theta}{S}+\alpha\right) ds + \\
&+ \int_S^{2S} \omega_{S'} \cos\left(\frac{s\theta}{S}+\alpha\right) ds + \ldots\ldots \int_{(n-1)S}^{nS} \omega_{S'} \cos\left(\frac{s\theta}{S}+\alpha\right) ds + \\
&+ \int_{nS}^{nS+\sigma} \omega_{S'} \cos\left(\frac{s\theta}{S}+\alpha\right) ds = \int_0^S \omega_S \left[\cos\left(\frac{s\theta}{S}+\alpha\right) + \cos\left(\frac{s\theta}{S}+\theta+\alpha\right) + \right. \\
&\left. + \ldots + \cos\left(\frac{s\theta}{S}+(n-1)\theta+\alpha\right)\right] ds + \int_0^\sigma \omega_{S'} \cos\left(\frac{s\theta}{S}+n\theta+\alpha\right) ds = \\
&= \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}\theta} \int_0^S \omega_S \left[\sin\left(\frac{s\theta}{S}+\left(n-\frac{1}{2}\right)\theta+\alpha\right) - \sin\left(\frac{s\theta}{S}-\frac{1}{2}\theta+\alpha\right)\right] ds + \\
&+ \int_0^\sigma \omega_{S'} \cos\left(\frac{s\theta}{S}+n\theta+\alpha\right) ds,
\end{aligned}\right\} \quad (94)$$

expression qui évidemment reste finie.

Il en résulte immédiatement cet important théorème:

Théorème IX. *Une trajectoire qui appartient au type fondamental stable est stable aussi pour des perturbations non conservatives.*

Influence des forces perturbatrices périodiques sur la stabilité des trajectoires du type (B).

23. Nous admettons maintenant que, outre la perturbation primitive, il y a encore l'action continue de forces perturbatrices possédant une période S'. L'équation générale (14) est alors applicable, et l'équation des trajectoires peut de nouveau être mise sous la forme (91), avec cette différence seulement, que χ_S doit être remplacée par χ, ce signe représentant l'expression:

$$\chi = \frac{2\varepsilon}{v_0^2 \varrho_0} + \frac{2}{v_0^2 \varrho_0} \int_0^s \xi_s \, ds + \frac{\xi_u}{v_0^2} \quad \ldots\ldots \quad (95)$$

On reconnaît immédiatement que la trajectoire ne peut être stable que si

$$\int_0^{S'} \xi_s \, ds = 0 \, , \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (96)$$

car, s'il n'en est pas ainsi, le travail effectué sur le point matériel, et par conséquent aussi la force vive de celui-ci, devront, à la longue, croître à l'infini.

Mais lorsque la condition (96) est remplie, on a :

$$\int_0^s \xi_s \, . \, ds = \int_0^{nS'+\sigma'} \xi_s \, . \, ds = \int_0^{\sigma'} \xi_s \, . \, ds \, , \quad \ldots\ldots\ldots \quad (97)$$

où σ' reste compris entre zéro et S'. L'expression $\int_0^s \xi_s \, . \, ds$ est donc alors elle-même une fonction périodique, que nous pouvons, tout comme ξ_u, développer par la série de Fourier. Si l'on substitue ensuite la fonction χ dans l'équation (91), il n'en résulte que des termes des deux espèces suivantes :

$$C\,(u' \text{ ou } u'') \int_0^s \chi_S \, . \cos\left(\frac{s\theta}{S} + \alpha\right) ds \quad \ldots \quad (98)$$

et

$$C\,(u' \text{ ou } u'') \int_0^s \chi_S \, . \cos\left(\frac{2p\pi s}{S'} + \beta\right) . \cos\left(\frac{s\theta}{S} + \alpha\right) ds \, , \quad (99)$$

où p est un nombre entier.

Les termes de la première espèce, ainsi que nous l'avons déjà fait voir, restent compris entre des limites déterminées. Ceux de la seconde espèce se laissent scinder chacun en deux termes :

$$C\,(u' \text{ ou } u'') \int_0^{nS+\sigma} \chi_S \cos\left(\left(\frac{2\,p\,\pi}{S} \pm \frac{\theta}{S}\right) s + \beta \pm \alpha\right) ds \, , \quad (100)$$

et, ces derniers étant développés comme l'indique la formule (94), on voit qu'ils restent toujours finis, à la seule condition qu'on n'ait pas :

$$\sin \frac{1}{2}\left(\frac{2\,p\,\pi\,S}{S'} \pm \theta\right) = 0 \, , \quad \ldots\ldots \quad (101)$$

c'est-à-dire :

$$\frac{p}{S'} + \frac{q}{S} = \frac{\theta}{2\pi S} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (102)$$

où p et q désignent des nombres entiers, positifs ou négatifs.

L'expression

$$\frac{2\pi S}{\theta} = S_\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (103)$$

sera dite la période de perturbation de la trajectoire primitive.

Théorème X. *Une trajectoire appartenant au type fondamental stable est stable aussi pour des forces perturbatrices périodiques dont le travail total pendant toute une période S' le long de la trajectoire primitive est zéro, excepté lorsque, entre la période S' des forces perturbatrices, la période S de la trajectoire primitive et sa période de perturbation S_θ, il existe une relation*

$$\frac{p}{S'} + \frac{q}{S} = \frac{1}{S_\theta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (104)$$

où p et q représentent des nombres entiers, positifs ou négatifs.

Influence des termes du second ordre et d'ordre supérieur de l'équation différentielle du mouvement troublé.

24. Un examen attentif des équations utilisées au § 5 montre que, si l'on ne veut plus négliger dans l'équation (17) les termes d'ordre supérieur, cette équation se présente sous la forme

$$\frac{d^2u}{ds^2} + \frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds}\cdot\frac{du}{ds} + \left(\frac{1}{v_0^2}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \frac{3}{\varrho_0^2}\right)u =$$
$$= \omega_S \cdot u^2 + \omega'_S \cdot u^3 + \ldots = \chi, \quad . \quad (105)$$

et il s'agit alors de savoir si l'apparition de ces termes peut troubler la stabilité.

Comme l'équation (64) donne toujours une solution au moins approchée, on peut substituer cette solution dans les termes

d'ordre supérieur. Préalablement, toutefois, nous en modifions légèrement la forme, en écrivant :

$$u = K\xi_S \cos\left(\frac{s\theta}{S} + \eta_S + A\right), \quad \ldots\ldots \quad (106)$$

où η_S (du moins si l'on ne veut pas laisser varier cette grandeur par sauts brusques) n'est pas à proprement parler une vraie fonction périodique, mais peut différer d'une telle fonction de la quantité $\pm 2p\pi$ (p étant un nombre variable, mais entier).

Après une transformation facile, nous obtenons :

$$\left.\begin{aligned} \chi = K^2 . \xi_S . \zeta_S^2 + K^3 . \xi'_S . \zeta_S^3 . \cos\left(\frac{s\theta}{S} + \eta_S + A\right) + \\ + K^2 . \xi''_S . \zeta_S^2 \cos\left(\frac{2s\theta}{S} + 2\eta_S + 2A\right) + \ldots \\ \ldots + K^p . \xi_S^{(p-1)} . \zeta_S^p . \cos\left(\frac{ps\theta}{S} + p\eta_S + pA\right) + \ldots \end{aligned}\right\} (107)$$

où l'exposant de K et de ζ_S indique toujours l'ordre de grandeur du terme.

Examinons maintenant, en premier lieu, l'influence d'un terme

$$K^p . \xi_S^{(p-1)} . \zeta_S^p . \cos\left(\frac{ps\theta}{S} + p\eta_S + pA\right) = \chi_p . \quad . \quad . \quad (108)$$

Comme $\zeta_S \cos\left(\frac{s\theta}{S} + \eta_S + A\right)$ et $\zeta_S \sin\left(\frac{s\theta}{S} + \eta_S + A\right)$ représentent des intégrales de l'équation sans second membre, nous pouvons les substituer dans la formule (91), si nous y écrivons χ_p au lieu de χ_S. On trouve alors sans peine que la valeur des nouveaux termes restera finie, sauf lorsque $\frac{1}{2}(p \pm 1)\theta = 0$, c'est-à-dire lorsque

$$(p \pm 1)\theta = 2q\pi \text{ ou } \frac{2\pi S}{\theta} = \frac{p \pm 1}{q} . S, \quad . \quad . \quad . \quad (109)$$

ce qui ne peut arriver que si $p = 1$, ou si les périodes S et S_θ sont commensurables entre elles.

Mais il est facile de voir que la stabilité ne sera pas troublée non plus par le terme

$$\chi_1 = K^3 . \xi'_S . \zeta_S^3 \cos\left(\frac{s\theta}{S} + \eta_s + A\right) \quad . \; . \; . \; . \; (110)$$

En mettant ce terme sous la forme

$$\chi_1 = K^2 . \xi'_S . \zeta_S^2 . u \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (111)$$

et le substituant alors dans l'équation (105), nous obtenons, en effet, une équation différentielle

$$\frac{d^2u}{ds^2} + \frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{ds} . \frac{du}{ds} + \left(\frac{1}{v_0^2}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \frac{3}{\varrho_0^2} - K^2 \xi'_S . \zeta_S^2\right) u = 0, \; (112)$$

qui ne diffère de l'équation réduite (105) que par un petit changement dans le dernier terme. Nous pouvons regarder cette équation comme l'équation générale des trajectoires à perturbations conservatives dans une région dynamique très peu modifiée. Il est vrai qu'alors le coefficient de stabilité $\varkappa$ éprouvera quelque changement, mais il ne franchira pas les limites $+2$ et -2, et par conséquent la stabilité sera maintenue. Dans le cas seulement où $\varkappa$ diffère très peu de $+2$ ou de -2, des perturbations assez faibles pourront, à raison de l'influence des termes d'ordre supérieur, exercer une action destructive sur la stabilité du mouvement. Dans tout autre cas, leur influence se réduit à modifier légèrement θ et, par suite, S_θ.

Il est à remarquer qu'une force perturbatrice de période invariable S_θ influe tout autrement que le terme 111). On s'en convaincra aisément en ayant égard à la différence connue du caractère des intégrales des deux équations différentielles:

$$\frac{d^2u}{ds^2} + k^2 u = \Delta . \cos ks \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (113)$$

et

$$\frac{d^2u}{ds^2} + (k^2 - \Delta) u = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (114)$$

où k et Δ constant, Δ petit.

25. Finalement, il reste à examiner le cas où S et S_θ sont commensurables entre eux, c'est à dire lorsque $q\,S_\theta = p\,S$ ou $\frac{1}{2}\,p\theta = q\pi$. Dans ce cas, on a:

$$\left.\begin{aligned} u_{n+2p} - 2u_{n+p} + u_n = K\zeta_S \Big[\Big\{ & \cos\left(\frac{s\theta}{S} + \eta^s + 2p\theta + A\right) - \\ & - \cos\left(\frac{s\theta}{S} + \eta_S + p\theta + A\right) \Big\} - \\ & - \Big\{ \cos\left(\frac{s\theta}{S} + \eta_S + p\theta + A\right) - \cos\left(\frac{s\theta}{S} + \eta_S + A\right) \Big\} \Big] = \\ & = -2K\zeta_S . \sin\frac{1}{2}p\theta . \Big\{ \sin\left(\frac{s\theta}{S} + \eta_S + \frac{3}{2}p\theta + A\right) - \\ & - \sin\left(\frac{s\theta}{S} + \eta_S + \frac{1}{2}p\theta + A\right) \Big\} = 0. \end{aligned}\right\} \quad (115)$$

Si l'on regarde, ce qui naturellement est toujours permis, $p\,S$ comme la période proprement dite, $\varkappa = 2$ sera donc le coefficient de stabilité. Mais, comme nous savons déjà que la trajectoire est stable pour des perturbations conservatives et non conservatives (§ 22), elle n'appartient pas au type général (C), mais au type (E), dont il sera traité plus en détail ci-dessous. Les trajectoires de ce type doivent, il est vrai, être réputées stables lorsqu'on ne tient compte que des termes du premier ordre, mais elles peuvent devenir instables quand on fait aussi intervenir les termes d'ordre supérieur.

Théorème XI. *Les termes d'ordre supérieur ne détruisent pas la stabilité, sauf lorsque la période S de la trajectoire primitive et sa période de perturbation S_θ sont commensurables entre elles. Dans ce cas, les termes en question peuvent provoquer l'instabilité.*

Le type des trajectoires arithmétiquement instables (C).

26. L'équation générale (68) ou (70) des trajectoires altérées par perturbation conservative montre immédiatement que celles-ci, en général, s'éloignent sans limites, des deux côtés, de

la trajectoire primitive. Un seul faisceau de trajectoires, savoir

$$v = K_2\, \psi_S \text{ ou } v = K_2 \tau_{2S} \quad \ldots\ldots \quad (116)$$

fait exception à cette règle. Pour des perturbations aptes à produire une trajectoire de ce faisceau, la trajectoire non altérée est stable; pour toute autre perturbation conservative, elle est *instable*. Ce faisceau unique, qui se distingue de tous les autres par la manière dont il se comporte, apparaît ici en remplacement des deux faisceaux parasites du type des trajectoires instables.

Une autre particularité des trajectoires altérées par perturbation conservative se manifeste lorsque le faisceau exceptionnel possède des foyers cinétiques. Tandis que partout ailleurs toutes les autres trajectoires s'éloignent de plus en plus de la trajectoire primitive, elles s'en rapprochent toujours de nouveau au voisinage de ces foyers; ou, à parler plus exactement, le temps après lequel il se produit en ces points un écart d'amplitude déterminée est d'un ordre de grandeur plus élevé.

Théorème XII. *Les trajectoires du type (C) sont stables pour des perturbations conservatives d'une espèce déterminée unique, arithmétiquement instables pour toutes les autres. Lorsque le faisceau correspondant aux perturbations stables possède des foyers cinétiques, toutes les trajectoires altérées par perturbation conservative présentent encore à proximité de ces foyers des écarts de faible amplitude, alors que, en d'autres points, les écarts ont déjà acquis, eu égard à la perturbation primitive, des valeurs considérables.*

Au type (C) appartiennent, en général, les trajectoires centrales. Celles-ci seront l'objet, plus loin, d'une étude spéciale.

Le type (D) stable pour des perturbations conservatives, instable pour des perturbations non conservatives

27. Nous avons déjà vu, au § 15, que pour $\varkappa = 2$ ou $= -2$, il peut arriver, à titre d'exception, que l'équation générale des trajectoires altérées par perturbation conservative prenne,

non pas la forme (68) ou (70), mais la forme (69) ou (71). Pour fixer les conditions dans lesquelles ce cas exceptionnel se présente réellement, nous remarquerons que, en vertu de (116), l'équation différentielle (17), lorsque $\varkappa$ est égal à 2 ou à -2, doit toujours avoir pour intégrale au moins *une* fonction périodique v_S ou v_{2S}. Mais alors, comme on sait,

$$u = v \int_0^s \frac{ds}{v_0 . v^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (117)$$

est une seconde intégrale de cette équation. Si maintenant v ne possède pas de valeurs zéro, la valeur du second facteur de cette expression doit croître indéfiniment, et l'expression elle-même n'est donc pas périodique. *Le cas exceptionnel ne peut se présenter que lorsque v possède des valeurs zéro.*

Supposons que $v(\alpha_1)$, $v(\alpha_2) \ldots . v(\alpha_p)$ soient les valeurs zéro qui se trouvent, en nombre toujours pair, dans la période, et soit :

$$0 < \alpha_1 < \alpha_2 \ldots\ldots < \alpha_p < S \text{ ou } 2\,S. \ldots\ldots (118)$$

L'expression (117) devient alors, en apparence, indéterminée, raison pour laquelle nous la transformerons.

Soit z une fonction de s, que nous assujettissons aux conditions suivantes :

$$z_{\alpha_1} = 0;\ z_{\alpha_3} = \pi;\ z_{\alpha_2} = 2\pi; \ldots\ldots z_{\alpha_p} = (-1)\,\pi, \quad (119)$$

$$z_{s+S} = p\pi + z_s, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (120)$$

et $\frac{dz}{ds}$ toujours positif. Une représentation graphique montre immédiatement que ces conditions peuvent être satisfaites par une infinité de fonctions z.

Si maintenant nous posons ;

$$v = \chi . \sin z, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (121)$$

χ, en général, ne possède plus de valeurs zéro.

La seconde solution (117) prend alors la forme:

$$u = -\chi \sin z \int \frac{d \,.\, \cot z}{v_0 \chi^2 \left(\frac{dz}{ds}\right)} =$$

$$= -\frac{\cos z}{v_0 \chi \left(\frac{dz}{ds}\right)} - \chi \sin z \int \frac{\cot z}{v_0^2 \chi^4 \left(\frac{dz}{ds}\right)^2} d \,.\, v_0 \chi^2 \frac{dz}{ds}. \quad (122)$$

Mais, en vertu de (17), on a:

$$v_0 \frac{d^2 \chi \sin z}{ds^2} + \frac{dv_0}{ds} \,.\, \frac{d \chi \sin z}{ds} +$$

$$+ \left(\frac{1}{v_0}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \frac{3 v_0}{\varrho_0}\right) \chi \sin z = 0, \quad (123)$$

ou

$$\frac{d \,.\, v_0 \chi^2 \left(\frac{dz}{ds}\right)}{ds} = \chi \,.\, U \,.\, \mathrm{tg}\, z, \quad \ldots\ldots \quad (124)$$

où:

$$U = v_0 \chi \left(\frac{dz}{ds}\right)^2 - v_0 \frac{d^2 \chi}{ds^2} - \frac{dv_0}{ds} \cdot \frac{d\chi}{ds} - \frac{1}{v_0}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 - \frac{3 v_0}{\varrho_0^2}. \quad (125)$$

Par substitution dans (122) on trouve donc:

$$u = -\frac{\cos z}{v_0 \chi \left(\frac{dz}{ds}\right)} - \chi \sin z \int \frac{U}{v_0 \chi^3 \left(\frac{dz}{ds}\right)^2} \,.\, ds, \quad (126)$$

et si l'on considère que χ, $\cos z$ et $\frac{dz}{ds}$ sont des fonctions périodiques, il devient évident que la seconde solution (117), et par conséquent aussi la solution générale de l'équation (17), ne peut et ne doit être périodique que si

$$\int_0^s \frac{U}{v_0 \chi^3 \left(\frac{dz}{ds}\right)^2} \,.\, ds = 0. \quad \ldots\ldots \quad (127)$$

Lorsque cette condition est remplie, la trajectoire primitive appartient donc au type (D) ou au type encore plus spécial (E).

28. La différence entre ces deux types dépend du caractère différent de leurs trajectoires altérées par perturbation non conservative. L'équation de ces trajectoires est, vu que (69) ou (71) représente maintenant l'intégrale générale de l'équation réduite :

$$u = K_1 \varphi_S + K_2 \psi_S + \frac{2\varepsilon\varphi_S}{k} \int_0^s \frac{\psi_S}{v_0 \varrho_0} ds - \frac{2\varepsilon\psi_S}{k} \int_0^s \frac{\varphi_S}{v_0 \varrho_0} ds \quad (128)$$

ou :

$$u = K_1 \sigma_{2S} + K_2 \tau_{2S} + \frac{2\varepsilon.\sigma_{2S}}{k} \int_0^s \frac{\tau_{2S}}{v_0 \varrho_0} ds - \frac{2\varepsilon.\tau_{2S}}{k} \int_0^s \frac{\sigma_{2S}}{v_0 \varrho_0} ds. \quad (129)$$

Or on a, par exemple :

$$\int_0^s \frac{\psi_S}{v_0 \varrho_0} ds = \int_0^{nS+\sigma} \frac{\psi_S}{v_0 \varrho_0} ds = n \int_0^S \frac{\psi_S}{v_0 \varrho_0} ds + \int_0^\sigma \frac{\psi_S}{v_0 \varrho_0} ds. \quad (130)$$

Si maintenant $\int_0^S \frac{\psi_S}{v_0 \varrho_0} ds$ ou $\int_0^S \frac{\varphi_S}{v_0 \varrho_0} ds$ possède une valeur différente de zéro, les écarts u acquièrent, à cause du facteur n, des valeurs de plus en plus grandes ; il y a instabilité et la trajectoire appartient au type (D).

Lorsque, au contraire, les conditions

$$\int_0^S \frac{\psi_S}{v_0 \varrho_0} ds = 0 ; \quad \int_0^S \frac{\varphi_S}{v_0 \varrho_0} ds = 0 \ldots\ldots \quad (131)$$

sont remplies, la trajectoire est stable, même pour des perturbations non conservative, et appartient au type (E).

Par suite de la condition (53), on a identiquement :

$$\int_0^{2S} \frac{\tau_{2S}}{v_0 \varrho_0} ds = 0 ; \quad \int_0^{2S} \frac{\tau_{2S}}{v_0 \varrho_0} ds = 0. \ldots\ldots \quad (132)$$

Les trajectoires dont le coefficient de stabilité est égal à — 2 n'appartiennent donc jamais au type (D), mais, quand la condition (127) est remplie, au type (E).

Le type (D) se rencontre entre autres, comme cas exceptionnel, parmi les trajectoires centrales.

Le type (E) des trajectoires stables à période de perturbation $S_\theta = S$.

29. Ce type se développe donc, comme cas particulier du précédent, lorsque les conditions (131) sont remplies. Par les caractères de ses trajectoires troublées, il se rapproche beaucoup du type stable proprement dit (B), mais il existe pourtant une différence importante. Cette différence ressort clairement lorsqu'on tient compte de l'influence des termes d'ordre supérieur. Au § 24, nous avons démontré que, dans le type (B), ces termes ne détruisent pas, en général, la stabilité. Mais chez le type (E), le terme χ_1, qu'au § cité nous avons vu provoquer un léger changement du coefficient de stabilité, fera, si ce changement a lieu dans le sens convenable, franchir la limite à ce coefficient, parce que celui-ci se trouve alors précisément sur cette limite; le terme en question provoquera donc de l'instabilité. Par un changement inverse du coefficient, la stabilité sera au contraire renforcée. Le sens dans lequel les termes d'ordre supérieur exercent leur action dépendra donc de circonstances spéciales, sur lesquelles nous n'insistons pas; il en sera de même pour l'action des forces perturbatrices périodiques si leur période, non absolument invariable, doit toujours rester en concordance avec celle de la trajectoire altérée.

Pour accentuer encore davantage cette différence, concevons un système de particules matérielles décrivant, dans un même plan, des trajectoires du type (B), et exerçant l'une sur l'autre des actions perturbatrices; il n'y a alors aucune raison pour que ces forces perturbatrices possèdent l'une des périodes qui satisfont à l'équation (104). Cela pourrait arriver comme cas exceptionnel, mais en général il n'en sera pas ainsi. Les particules en question ne produiront donc que des perturbations périodiques, pas de perturbations séculaires.

Imaginons par contre, réunies dans un pareil plan, des trajectoires du type (E), par exemple des trajectoires planétaires, — car nous verrons que celles-ci appartiennent au type (E), — et admettons en outre que les différentes particules décrivent, autour du centre d'attraction comme centre de figure, des orbites à peu près circulaires. Dans le développement en série de l'action perturbatrice exercée sur l'une des particules par les autres, devront alors apparaître toujours des termes qui prennent la période même de la trajectoire de cette particule. Ces termes doivent leur existence à l'excentricité de l'orbite perturbatrice ou de l'orbite troublée; car si ces orbites étaient l'une et l'autre exactement circulaires, la période des forces perturbatrices ne dépendrait que de la différence des vitesses angulaires des deux rayons vecteurs [1]. Ils sont donc, comme première approximation, proportionnels à l'une de ces excentricités, et telle est la cause par suite de laquelle, dans notre système solaire, peuvent se produire des perturbations séculaires proportionnelles à la première ou à une plus haute puissance de l'excentricité, *et seulement celles-là.* On sait, à la vérité, que la longitude du périhélie est soumise à une perturbation séculaire indépendante des excentricités, mais cela ne constitue qu'une exception *apparente;* car la rotation de l'orbite entière, résultat de cette perturbation, n'occasionnerait aucun écart u si l'orbite n'était pas excentrique, et maintenant qu'elle l'est, cette rotation détermine des écarts (normaux à l'orbite non altérée) qui sont proportionnels à l'excentricité de l'orbite.

---

[1]) Si, dans notre système planétaire, l'excentricité de la planète *perturbatrice* donne, elle aussi, naissance à des termes ayant la même période que l'orbite altérée, cela tient à ce que les trajectoires planétaires rentrent en elles-mêmes. Dans les parties de l'orbite situées, par exemple, vis-à-vis du périhélie d'une planète perturbatrice extérieure, la planète intérieure sera, à la longue, troublée plus fortement que dans les autres parties de l'orbite.

Ainsi, les perturbations séculaires qui se manifestent dans notre système solaire doivent leur origine à la circonstance que les orbites planétaires appartiennent au type (E), et non au type stable proprement dit (B). L'invariabilité des grands axes, au contraire, est une particularité liée à la loi particulière de l'attraction universelle, non une propriété générale du type.

Des trajectoires du type (E) naissent aussi sous l'influence de forces agissant suivant la loi fr. Cette loi possède en outre la propriété que les forces perturbatrices, qui apparaissent lorsque plusieurs particules matérielles sont en présence, ne peuvent jamais donner lieu à de l'instabilité ni à des perturbations séculaires. Des particules soumises à cette loi décriraient, comme on sait, autour de leur centre de gravité commun, des orbites elliptiques ou circulaires, sans être dérangées en rien par leurs actions réciproques.

Les trajectoires centrales.

30. Pour ces trajectoires, une intégrale particulière de l'équation (17) est immédiatement connue. Si nous prenons, en effet, le centre des forces comme centre de rotation, et que nous fassions tourner d'un petit angle $\partial\alpha$ la trajectoire entière, il en résulte une nouvelle trajectoire, qui peut être considérée comme l'une des trajectoires dérivant par perturbation conservative de la trajectoire originelle. Mais l'écart de cette nouvelle trajectoire est, comme le montre la simple inspection de la figure, égal à $r \cos \mu \, \partial\alpha$, où r désigne le rayon vecteur et μ l'angle que celui-ci fait avec la tangente. L'expression

$$u' = Kr \cos \mu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (133)$$

est donc une intégrale [1]) de l'équation (17) Or, cette intégrale

---

[1]) Ce résultat se laisse obtenir aussi, bien entendu, par substitution mais les calculs deviennent un peu compliqués. On a $v_0^2 = 2(C - V)$ et $v_0 r \sin \mu = k$, où k est le double de la vitesse aréolaire. On trouve

présentant la période S, on a : $u'_n = u'_{n+1} = u'_{n+2}$ et par conséquent $\varkappa = 2$. Les trajectoires centrales appartiennent donc en général au type (C), et (133) représente le faisceau unique, dont les trajectoires ne s'éloignent pas indéfiniment de la trajectoire primitive. (Voir le théoréme XII).

Théorème XIII. *Les trajectoires centrales appartiennent en général au type arithmétiquement instable* (C). *L'équation générale de leurs trajectoires dérivées par perturbations conservatives peut être mise sous la forme :*

$$u = K_1(\varphi s + rs\cos\mu) + K_2 r\cos\mu \ldots \quad (134)$$

Puisque le faisceau des trajectoires stables possède des foyers cinétiques, savoir, là où $\cos\mu = 0$, par conséquent au péricentre et à l'apocentre de la trajectoire centrale, l'écart en ces points doit être regardé comme stable, en tant, du moins, qu'on néglige les termes d'ordre supérieur de l'équation du mouvement. C'est là une conséquence dont la justesse peut être aisément vérifiée sans calcul. Une perturbation unique et quelconque, conservative ou non, déterminera dans la tra-

---

aisément, pour s constant : $\frac{\delta r}{\delta u} = \sin\mu$; $\frac{\delta^2 r}{\delta u^2} = \frac{\cos^2\mu}{r}$, donc : $\frac{\delta^2 V}{\delta u^2} = \frac{dV}{dr}\frac{\cos^2\mu}{r} + \frac{d^2V}{dr^2}\sin^2\mu = -\left(\frac{dv_0}{dr}\right)^2\sin^2\mu - v_0\frac{d^2v_0}{dr^2}\sin^2\mu - \frac{v_0}{r}\frac{dv_0}{dr}\cos^2\mu$.

On a, en outre, $\frac{v_0^2}{\varrho_0^2} = \frac{(F\sin\mu)^2}{v_0^2} = \left(\frac{\frac{dV}{dr}\cdot\sin\mu}{v_0}\right)^2 = \left(\frac{dv_0}{dr}\right)^2\sin^2\mu$. De la relation $v_0 r\sin\mu = k$ il suit : $u'^2 = r^2\cos^2\mu = r^2 - \frac{k^2}{v_0^2}$; par conséquent $u'\frac{du'}{ds} = \left(r + \frac{k^2}{v_0^3}\cdot\frac{dv_0}{ds}\right)\cdot\frac{dr}{ds}$, et, puisque $\frac{dr}{ds} = \cos\mu$: $\frac{du'}{ds} = 1 + \frac{k^2}{v_0^3 r}\cdot\frac{dv_0}{dr} = 1 + \frac{r\sin^2\mu}{v_0}\cdot\frac{dv_0}{dr}$. De là on déduit ensuite, au moyen de la première de ces deux expressions : $\frac{d^2u'}{ds^2} = -\frac{1}{v_0}\frac{dv_0}{dr}\sin^2\mu\cos\mu - \frac{3r}{v_0^2}\left(\frac{dv_0}{dr}\right)^2\cos\mu\sin^2\mu + \frac{r}{v_0}\left(\frac{d^2v_0}{dr^2}\right)\cos\mu\,.\sin^2\mu$; après quoi la substitution ne rencontre plus de difficultés.

jectoire : 1. une petite variation de la distance du péricentre et de l'apocentre ; 2. une petite variation de l'angle compris entre les rayons vecteurs qui appartiennent à l'apocentre et au péricentre. Cette dernière variation a pour effet que, à chaque période suivante, l'angle des rayons qui, dans la trajectoire primitive et dans la nouvelle trajectoire, vont par exemple au péricentre, croît d'une certaine petite quantité. De cette manière, les deux trajectoires sont de plus en plus déviées l'une par rapport à l'autre. Mais l'écart qui en résulte est évidemment, aux points où la tangente est perpendiculaire au rayon, d'un autre ordre que partout ailleurs.

31. Comme, pour les trajectoires centrales, une intégrale $u' = r \cos \mu$ de l'équation (17) est connue, l'équation générale des trajectoires altérées par perturbation conservative peut aussi s'écrire

$$u = K_1 r \cos \mu \int_0^s \frac{ds}{v_0 r^2 \cos^2 \mu} + K^2 r \cos \mu, \quad . \; . \; (135)$$

expression que nous allons transformer, vu que pour $\mu = 90°$ elle prend une valeur indéterminée.

Par suite de la constance de la vitesse aréolaire, on a la relation connue :

$$v_0^2 r^2 \sin^2 \mu = k^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (136)$$

de sorte que les distances du péricentre et de l'apocentre, que nous désignerons par r_1 et r_2, doivent se rencontrer parmi les racines de l'équation

$$v_0^2 r^2 - k^2 = 0. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (137)$$

Mais alors :

$$\chi(r) = \frac{v_0^2 r^2 - k^2}{\{\xi(r_2) - \xi(r)\}\{\xi(r) - \xi(r_1)\}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (138)$$

est une fonction de r qui, pour $r = r_1$ et $r = r_2$, reste en général finie, tandis que :

$$\cos^2 \mu = 1 - \frac{k^2}{v_0^2 r^2} = \frac{\chi(r)\{\xi(r_2) - \xi(r)\}\{\xi(r) - \xi(r_1)\}}{v_0^2 r^2} \quad (139)$$

Soit maintenant:

$$\xi(r) = \xi(r_1) \cos^2 \tfrac{1}{2} \psi + \xi(r_2) \sin^2 \tfrac{1}{2} \psi, \quad . \; . \; . \; (140)$$

par conséquent:

$$dr = \frac{\xi(r_2) - \xi(r_1)}{2\xi'(r)} \,.\, \sin \psi \,.\, d\psi, \quad . \; . \; . \; . \; . \; (141)$$

$$\cos \mu = \frac{[\chi(r)]^{\frac{1}{2}} . \{\xi(r_2) - \xi(r_1)\} \,.\, \sin \psi}{2 v_0 r}, \quad . \; . \; . \; (142)$$

$$ds = \frac{dr}{\cos \mu} = \frac{v_0 r}{[\chi(r)]^{\frac{1}{2}} . \xi'(r)} \,.\, d\psi \,; \quad . \; . \; . \; . \; . \; (143)$$

on a alors, les constantes arbitraires K_1 et K_2 prenant toutefois d'autres valeurs que ci-dessus:

$$u = K_1 r \cos \mu \int_0^{\psi} \frac{v_0^2 r}{[\chi(r)]^{\frac{3}{2}} . \xi'(r)} \,.\, d \,.\, \cot \psi + K_2 r \cos \mu =$$

$$= K_1 \left[\frac{v_0^2 r}{\chi(r)\, \xi'(r)} \cos\psi - r \cos \mu \int_0^{\psi} \frac{d\, \zeta(r)}{dr} . \frac{\cos \psi}{\xi'(r)} . d\psi \right] + K_2 r \cos\mu \quad (144)$$

où:

$$\zeta(r) = \frac{v_0^2 . r}{[\chi(r)]^{\frac{3}{2}} . \xi'(r)} = \frac{2(C - V) r}{[\chi(r)]^{\frac{3}{2}} . \xi'(r)} \quad . \; . \; . \; . \; (145)$$

Si maintenant l'on considère que ψ croît indéfiniment avec s, il est facile de voir que les trajectoires centrales appartiennent toujours au type (C), sont donc toujours arithmétiquement instables, sauf lorsque:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d \,.\, \zeta(r)}{dr} \,.\, \frac{\cos \psi}{\xi'(r)} \,.\, d\psi = 0. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (146)$$

32. Des forces agissant suivant des lois très diverses donneront exceptionnellement naissance à des trajectoires pour lesquelles la condition (146) sera remplie. Ces trajectoires appartiennent alors en général au type (D), c'est-à-dire qu'elles sont stables pour les perturbations conservatives, instables pour les autres. Elles ne se rapportent au type (E) que si elles satisfont en outre aux deux conditions (131); il est à remarquer, toutefois, que l'une de ces conditions, savoir

$$\int_0^s \frac{r \cos \mu}{v_0 \varrho_0} ds = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (147)$$

peut être supprimée, parce que, chez les trajectoires centrales, elle se trouve *toujours* remplie. Une pareille trajectoire, en effet, est partagée en deux moitiés symétriques par le rayon vecteur mené au péricentre ou à l'apocentre. En des points correspondants de ces deux moitiés, v_0, ϱ_0, r sont égaux, mais $\cos \mu$ change de signe, de sorte que l'intégrale (147), prise d'un péricentre au suivant, doit nécessairement être zéro.

Quant à l'autre condition:

$$\int_0^s \frac{\psi s}{v_0 \varrho_0} ds = \int_0^{2\pi} \frac{r \psi s}{\varrho_0 [\chi(r)]^{\frac{1}{2}} . \xi'(r)} . d\psi = 0, \ldots \quad (148)$$

où:

$$\psi s = \frac{v_0 r}{\chi(r) \xi'(r)} \cos \psi - r \cos \mu \int \frac{\zeta'(r)}{\xi'(r)} \cos \psi . d\psi, \quad (149)$$

elle ne sera remplie qu'accidentellement.

Il y a pourtant deux formes particulières de la loi qui régit la force centrale avec lesquelles les conditions (146) et (148) sont satisfaites pour une trajectoire quelconque. Ce sont les formes fr^{-2} et fr. Des caractères connus que présentent les trajectoires naissant sous l'action de ces lois, avec perturbations soit conservatives soit non conservatives, il ressort immédi-

atement que ces trajectoires appartiennent au type (E). Nous pourrons donc contrôler par elles nos deux conditions.

Pour la première loi, on a :

$$v_0^2 r^2 - k^2 = \frac{f}{a}(r_2 - r)(r - r_1), \quad \ldots\ldots (150)$$

où

$$a = \frac{1}{2}(r_2 + r_1); \quad v_0^2 = \frac{f}{a}\left(\frac{2a}{r} - 1\right) \ldots (151)$$

Nous prenons donc :

$$\xi(r) = r, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (152)$$

il vient alors :

$$\chi(r) = \frac{f}{a}; \quad \zeta(r) = \left(\frac{a}{f}\right)^{\frac{3}{2}}\left(2f - \frac{fr}{a}\right) \ldots\ldots (153)$$

et la condition (146) est remplie.

L'équation générale des trajectoires altérées par perturbation conservative est maintenant :

$$u = K_1\left[\frac{arv_0\cos\psi}{f} + \left(\frac{a}{f}\right)^{\frac{1}{2}}.r.\cos\mu\int_0^{\psi}\cos\psi.d\psi\right] + K_2\, r\cos\mu =$$

$$= K_1 r\left[\left(\frac{2a}{r} - 1\right)^{\frac{1}{2}}\cos\psi + \cos\mu\,.\sin\psi\right] + K_2 r\cos\mu. \quad (154)$$

Au moyen de (140), on trouve :

$$\cos\psi = \frac{a - r}{ae}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (155)$$

d'où il résulte que ψ est identique avec l'anomalie excentrique,

Substituant ensuite :

$$\cos\mu = \frac{ae\sin\psi}{\sqrt{r(2a - r)}} \quad \ldots\ldots\ldots (156)$$

et considérant que

$$\sin\mu = \frac{a\sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{r(2a - r)}}, \quad \ldots\ldots\ldots (157)$$

on trouve:

$$u = K_1 r\,(a(1+e^2) - r)\sin\mu + K_2 r\cos\mu =$$
$$= K_1 r\,(e + \cos\psi)\,.\,\sin\mu + K_2 r\cos\mu, \qquad (158)$$

expression qu'on peut d'ailleurs facilement obtenir aussi en faisant varier dans la formule connue

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos(\varphi + \alpha)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (159)$$

α, e et par suite r, puis posant: $u = \sin\mu\,\delta\,r$.

En ce qui concerne la condition (148), si l'on néglige partout le facteur constant, on trouve:

$$\int_0^{2\pi} \frac{r\psi s}{\varrho_0} d\psi = \int_0^{2\pi} \frac{r^2(e+\cos\psi)\sin\mu}{\varrho_0} d\psi = \int_0^{2\pi} \frac{F.r^2(e+\cos\psi).\sin^2\mu}{v_0^2} d\psi =$$
$$= \int_0^{2\pi} \frac{(e+\cos\psi)}{(2a-r)^2} d\psi = \int_0^{2\pi} \frac{e+\cos\psi}{(1+e\cos\psi)^2} d\psi = \int_0^{\pi} d.\frac{\sin\psi}{(1+e\cos\psi)} = 0. \quad (160)$$

Pour la seconde loi, on a:

$$v_0^2 r^2 - k^2 = \frac{1}{2} f\,(r_2^2 - r^2)\,(r^2 - r_1^2). \quad \ldots \quad (161)$$

Nous prenons alors:

$$\xi(r) = r^2 \;, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (162)$$

ce qui donne:

$$\chi(r) = \frac{1}{2} f; \quad \zeta(r) = \frac{v_0^2\sqrt{2}}{f\sqrt{f}}; \quad \zeta'(r) = -\sqrt{\frac{2}{f}}\,.\,r. \quad (163)$$

La condition (146) est donc remplie; l'équation des trajectoires altérées par perturbations conservatives devient

$$u = K_1 r\sin\mu\,[a^4 + b^4 - (a^2+b^2)r^2] + K_2 r\cos\mu \quad (164)$$

et la condition (148) se vérifie également sans peine.

Les trajectoires centrales circulaires.

33. Pour ces trajectoires on a $\varrho_0 = r$; v_0 et $\left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0$ sont des constantes, et l'équation différentielle (17) prend la forme

$$\frac{d^2u}{ds^2} + ku = 0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (165)$$

où

$$k = \frac{1}{v_0^2}\left(\frac{\delta^2 V}{\delta^2 u}\right)_0 + \frac{3}{r^2} = \frac{1}{Fr}\left(\frac{dF}{dr}\right) + \frac{3}{r^2} = \frac{1}{r} \cdot \frac{d\, l(Fr^3)}{dr}. \quad (166)$$

L'équation générale des trajectoires altérées par perturbations conservatives est donc, pour k négatif:

$$u = K_1 \,.\, e^{+s\sqrt{k'}} + K_2 \,.\, e^{-s\sqrt{k'}} \qquad (k' = -k) \quad \ldots \quad (167)$$

et pour k positif:

$$u = K \,.\, \cos(s\sqrt{k} + A). \quad \ldots\ldots\ldots \quad (168)$$

Dans le premier cas il y a instabilité, dans le second, stabilité.

Aussi trouve-t-on pour le coefficient de stabilité, dans le *premier* cas:

$$\varkappa = \frac{u_1 + u_3}{u_2} = \frac{e^{-s\sqrt{k'}} + e^{s\sqrt{k'}} + e^{-(2S+s)\sqrt{k'}} + e^{(2S+s)\sqrt{k}}}{e^{-(S+s\sqrt{k'}} + e^{(S+s)\sqrt{k'}}} =$$

$$= e^{-S\sqrt{k'}} + e^{S\sqrt{k'}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (169)$$

c'est-à-dire une valeur toujours > 2; et dans le *second* cas:

$$\varkappa = \frac{\cos(s\sqrt{k}+A) + \cos((2S+s)\sqrt{k}+A)}{\cos((S+s)\sqrt{k} + A)} = 2 \cos S\sqrt{k} \quad (170)$$

valeur toujours < 2.

Dans le cas transitif, où $k = 0$, l'équation générale des trajectoires à perturbations conservatives est:

$$u = K_1 s + K_2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (171)$$

ce qui signifie que la trajectoire circulaire est arithmétique-

ment instable. Un faisceau unique est formé de trajectoires circulaires concentriques.

Dans les parties d'une région, soumise à l'action d'une force centrale, où Fr^3 croît avec r, où k devient donc positif, les trajectoires circulaires sont stables. Là où Fr^3 décroît lorsque r augmente, elles sont instables. Si Fr^3 est constant, ou du moins stationnaire, il y a encore instabilité, mais instabilité arithmétique.

Lorsque les trajectoires circulaires sont instables, il y a, aux deux côtés, des trajectoires parasites. J'ai traité de celles-ci en détail, sous le nom de trajectoires spirales à cercle asymptotique, dans le Mémoire cité au début du présent travail; comme je l'ai montré à cette occasion, elles jouent dans la théorie des trajectoires centrales un rôle qui n'est pas dénué d'importance. Si, dans une région à force centrale donnée, on fait varier d'une manière continue les conditions initiales (point de départ et vitesse primitive), l'apparition d'une trajectoire spirale à cercle asymptotique est l'indice d'un changement brusque dans la distance de l'apocentre ou du péricentre; à ce moment, en effet, deux branches de trajectoire jusqu'alors séparées, mais représentées par la même équation, viennent se confondre; ou, réciproquement, la trajectoire se divise en deux trajectoires différentes, dont l'une devient inaccessible au particule matériel.

34. Il doit sembler singulier, toutes les autres trajectoires centrales appartenant aux types particuliers (C), (D) ou (E), que dans les trajectoires circulaires reparaissent les types généraux (A) et (B). Cela s'explique, au moins en partie, par la circonstance que chez les trajectoires circulaires, et aussi chez les trajectoires dont l'excentricité peut être regardée comme extrêmement petite, la rotation continue de l'apocentre ne détruit pas la stabilité, bien que, chez les trajectoires à excentricité finie, cette même rotation provoque l'instabilité arithmétique. Ainsi s'explique la *stabilité* des trajectoires circulaires. Quant aux trajectoires circulaires *instables*, elles occupent

sous tous les rapports, parmi les autres trajectoires centrales soumises à la même loi, une place exceptionnelle. Tandis que leur période est finie, le passage à ces trajectoires ne s'effectue que par l'intermédiaire des trajectoires spirales à cercle asymptotique, dont la période est infiniment grande.

Stabilité de la position dans l'orbite.

35. La question de la stabilité du mouvement peut encore être regardée d'un autre point de vue que nous ne l'avons fait jusqu'ici. Même si l'orbite troublée reste dans le voisinage immédiat de l'orbite originale, il peut arriver que la position du point matériel dans l'orbite troublée s'éloigne de plus en plus de celle que le point occuperait au même temps dans l'orbite originale, si la perturbation n'avait pas eu lieu.

Nous dirons alors que l'orbite est stable, mais que la position dans l'orbite est instable.

Pour juger de cette instabilité notre analyse suffit encore, du moins en principe. Il ne s'agit, comme il est facile de le voir, que de décider si l'intégrale:

$$\int_0^t \Delta . dt = \int_0^s \frac{\Delta}{v_0} ds = \int_0^s \frac{\varepsilon}{v_0^2} ds - \int_0^s \frac{2u}{\varrho_0} ds + \int_0^s \frac{ds}{v_0^2} \int_0^s \xi_s . ds, \quad (172)$$

où Δ a la signification que nous lui avons donnée au § 5., devient infinie, ou reste finie, pour t où $s = \infty$. Dans une orbite du type stable (B), la position de l'orbite sera donc stable, quand $\varepsilon = 0$, c'est-à-dire pour les perturbations conservatives, mais instable pour toute perturbation non conservative. Quant à l'influence d'une force périodique perturbatrice, dont le travail total pendant une de ses périodes est nul, elle ne pourra détruire la stabilité de la position dans l'orbite, que dans le cas de commensurabilité de sa période avec la période de perturbation S_θ de l'orbite.

Pour une orbite des types (D) ou (E), la stabilité de la position dans l'orbite, pour une perturbation conservative, dépend des conditions:

$$\int_0^s \frac{\varphi_s}{\varrho_0} ds = 0 \text{ et } \int_0^s \frac{\psi_s}{\varrho_0} ds = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (173)$$

qui diffèrent des conditions (131).

Le cas pourra donc se présenter qu'une telle orbite doive être considérée comme stable pour des perturbations conservatrices, tandis que la position dans l'orbite est instable.

Pour les orbites centrales, l'une des conditions disparaît encore. Quant aux orbites décrites sous l'influence d'une force centrale $F = fr$ ou $F = \frac{f}{r^2}$, on sait d'avance que la condition restante doit être satisfaite; parce que, le temps de révolution dans l'orbite ne changeant pas par perturbation conservative, les particules qui décrivent l'orbite troublée et l'orbite originale ne pourront pas s'éloigner sensiblement l'une de l'autre.

DE L'INFLUENCE DES CONDUCTEURS

SUR LA

DISTRIBUTION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE,

PAR

C. H. C. GRINWIS.

---

1. Lorsqu'un conducteur, chargé ou non d'électricité, est amené au voisinage d'un corps électrisé, l'énergie totale du champ électro-statique subit une variation, soit accroissement, soit décroissement.

Si la situation relative des deux corps est changée par un travail extérieur en sens opposé des actions électriques, sans qu'il en résulte aucune communication conductrice, l'énergie électrique augmentera de toute la valeur du travail extérieur. Mais quand les corps sont abandonnés à eux-mêmes, leurs charges obéissent à l'action électrique qui existe entre elles; le travail des forces électriques est alors positif et correspond à une diminution de l'énergie électrique.

Particulièrement remarquable est le cas où le conducteur amené à proximité de la charge électrique est primitivement *dépourvu de charge*, qu'il soit d'ailleurs isolé ou bien relié au sol.

Le conducteur isolé est chargé par induction; mais sa charge totale est toujours zéro, de sorte que dans l'expression ordinaire de l'énergie du système, savoir, „la demi-somme des produits du potentiel et de la charge", n'entre pas le produit correspondant à ce conducteur.

Un conducteur relié au sol, et dont par suite le potentiel est nul, n'introduit pas non plus de terme dans la formule qui détermine l'énergie du système.

Néanmoins, l'un et l'autre conducteur influent sur l'énergie totale, vu qu'ils modifient par influence la capacité du conducteur initialement électrisé et le potentiel de la charge électrique.

Dans les deux cas, l'énergie totale du champ électro-statique est *diminuée.*

Nous nous proposons de déterminer la valeur de cette diminution, et à cet effet, après avoir étudié d'une manière générale l'influence de conducteurs arbitrairement chargés, nous examinerons successivement le cas où une masse électrique fixe q, concentrée en un point, se trouve en face d'un conducteur sphérique, neutre ou dérivé; puis le cas où ce point est en présence d'un conducteur plan illimité, enfin le cas d'un condensateur sphérique; ces trois systèmes de conducteurs sont les seuls qui se prêtent à une étude simple et complète de la distribution de l'énergie.

Comme introduction nécessaire à l'exposé de notre méthode, nous allons d'abord considérer en général, pour un système de deux conducteurs électriques, les coefficients de potentiel, de capacité et d'induction.

2. Si M_1 et M_2 représentent les charges électriques des deux conducteurs, V_1 et V_2 leurs potentiels totaux, ces quantités sont liées entre elles par les équations

$$V_1 = p_1 M_1 + p' M_2, \qquad V_2 = p' M_1 + p_2 M_2 \quad . \; . \; (1)$$

Les coefficients p_1, p' et p_2 dépendent de la forme et de la situation relative des conducteurs et sont appelés les *coefficients de potentiel* du système. Ils sont évidemment de la dimension L^{-1}, et positifs; en outre, p' est $< p_1$ et p_2, ou tout au plus égal à eux. Résolues par rapport à M_1 et M_2, les deux équations en donnent deux autres, de la forme:

$$M_1 = q_1 V_1 + q' V_2, \qquad M_2 = q' V_1 + q_2 V_2 \quad . \; . \; . \; (2)$$

dont les coefficients q_1, q' et q_2 sont des fonctions de p_1, p' et p_2, et dépendent par conséquent, comme ceux-ci, de la forme et de la situation relative des conducteurs.

Les coefficients q_1 et q_2 sont appelés les *coefficients de capacité* des deux conducteurs, q' est dit leur *coefficient d'induction* mutuelle. Ces coefficients sont de dimension linéaire; q_1 et q_2 sont toujours positifs, le coefficient d'induction q' est toujours négatif; ici encore, on peut démontrer que la valeur numérique de q' est inférieure, ou tout au plus égale, à celles de q_1 et q_2.

On sait que V_1 est une constante sur toute l'étendue du premier conducteur, et de même V_2 sur toute celle du second; quant aux équations, elles peuvent être regardées comme valables encore dans le cas limite, où la première charge M_1 devient une charge fixe $q = M_1$ concentrée en un point; à la vérité, quelques-uns des six coefficients acquièrent alors une signification spéciale, mais celle-ci n'interdit pas l'emploi, même en ce cas, des équations (1) et (2).

Les coefficients q se déduisent donc des coefficients p, et réciproquement. La substitution des valeurs M_1 et M_2 de l'équation (2) dans l'équation (1) donne deux équations identiques en V_1 et V_2, d'où résultent pour les six coefficients les trois relations suivantes, indépendantes l'une de l'autre:

$$p_1 q_1 + p'q' = 1, \quad p'q' + p_2 q_2 = 1, \quad p_1 q' + p' q_2 = 0 \quad . \; . \; (3)$$

Eu posant, pour abréger:

$$p_1 p_2 - p'^2 = D \text{ et } q_1 q_2 - q'^2 = D' \; . \; . \; . \; . \; . \; (3a)$$

on obtient immédiatement:

$$\left.\begin{array}{lll} p_1 = \dfrac{q_2}{D}, & p' = -\dfrac{q'}{D}, & p_2 = \dfrac{q_1}{D'} \\ q_1 = \dfrac{p_2}{D}, & q' = -\dfrac{p'}{D}, & q_2 = \dfrac{p_1}{D} \end{array}\right\} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

et, à raison des valeurs de p' et q':

$$D D' = 1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4a)$$

La détermination mathématique de ces six coefficients, étant données la forme et la situation des conducteurs, est en général difficile, de sorte qu'on ne parvient à en calculer les valeurs que dans un petit nombre de cas [1]).

3. L'énergie électrique du système des conducteurs est donnée par l'expression connue:

$$W = \tfrac{1}{2}(M_1 V_1 + M_2 V_2). \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Ainsi que nous l'avons déja noté au No. 1, le second terme du second membre s'annule tant pour un conducteur à l'état neutre, où $M_2 = 0$, que pour un conducteur relié au sol, où $V_2 = 0$; dans ces deux cas, le terme relatif au second conducteur n'entre donc pas dans l'expression de W. Ce conducteur n'en exerce pas moins de l'influence sur l'énergie totale du champ, car V_1 est modifié par le voisinage de M_2 et *diminué* dans les deux cas; l'énergie W devient donc plus petite par l'effet de ce voisinage.

Afin de le mieux faire voir, nous formons deux nouvelles expressions, en substituant dans l'équation (5) d'abord les valeurs de V_1 et V_2 données par (1), puis les valeurs de M_1 et M_2 données par (2); on obtient ainsi

$$W = \tfrac{1}{2}(p_1 M_1^2 + 2p' M_1 M_2 + p_2 M_2^2) \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

et

$$W = \tfrac{1}{2}(q_1 V_1^2 + 2q' V_1 V_2 + q_2 V_2^2). \quad \ldots\ldots \quad (6a)$$

Pour la masse M_1 présente des l'origine, l'énergie était exprimée par:

$$\overline{W} = \tfrac{1}{2} V M_1,$$

et si C est la capacité du conducteur isolé, celle que nous pourrions appeler capacité *absolue* et qui lie M_1 et V par la relation:

$$M_1 = VC,$$

il vient:

$$\overline{W} = \tfrac{1}{2} M_1 V = \frac{1}{2C} M_1^2 = \tfrac{1}{2} CV^2. \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

---

[1]) Maxwell, *Electricity and Magnetism*, No. 87 et 100.

Pour une sphère isolée, de rayon R, on a évidemment $C = R$, et par suite

$$\overline{W} = \frac{1}{2R} M_1^2 = \tfrac{1}{2} R V^2.$$

D'après ce qui a été dit, il s'agit donc de comparer entre elles les valeurs de W et $\overline{W}$ que nous présentent les équations (6) et (7).

4. Lorsque, en général, l'énergie du système est devenue k fois plus grande par la présence du second conducteur, et que par conséquent $W = k\overline{W}$, les éq. (6) et (7) donnent:

$$kM_1^2 = C(p_1 M_1^2 + 2p' M_1 M_2 + p_2 M_2^2). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Si la charge donnée M_2 du conducteur amené est x fois plus grande que la charge primitivement existante, c'est-à-dire si $M_2 = xM_1$, on a:

$$k = C(p_1 + 2p'x + p_2 x^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8a)$$

d'où:

$$x = -\frac{p'}{p_2} \pm \sqrt{\frac{p_2 k - DC}{p_2^2 C}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

ou, en vertu de (4):

$$x = -\frac{p'}{p_2} \pm \sqrt{\frac{q_1 k - C}{p_2 q_1 C}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9a)$$

Pour obtenir un système dans lequel l'énergie soit k fois plus grande, on communiquera donc au conducteur adjoint une charge $M_2 = xM_1$, x étant déterminé par l'éq. (9) ou (9a). Il y a donc, en général, *deux* charges différentes du second corps qui produisent un même changement d'énergie.

L'énergie ne sera *pas* modifiée par la présence du second corps, lorsque celui-ci possède une charge xM_1, pour laquelle:

$$x = -\frac{p'}{p_2} \pm \sqrt{\frac{p_2 - DC}{p_2^2 C}} = -\frac{p'}{p_2} \pm \sqrt{\frac{q_1 - C}{p_2 q_1 C}}. \quad (10)$$

5. Les deux cas qui offrent le plus d'intérêt sont ceux où le second corps est isolé et sans charge, ou bien en communication conductrice avec le sol.

a. Lorsque le corps est isolé et sans charge, on à $M_2 = 0$ et l'équation (6) donne:

$$W_1 = \tfrac{1}{2} p_1 M_1^2 ; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

en vertu de (8), l'énergie du système est alors devenue k_1 fois plus grande:

$$k_1 = \frac{W_1}{\overline{W}} = p_1 C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11a)$$

laquelle valeur k_1 se déduit aussi de l'éq. (9), en posant dans celle-ci $x = 0$.

En général, le quotient $\frac{W_1}{\overline{W}} = p_1 C = p_1 : \frac{1}{C}$ est inférieur, ou tout au plus égal, à l'unité, de sorte qu'on a $k_1 < 1$ et que l'énergie du champ électrique est *diminuée* par la présence d'un conducteur neutre.

Cette diminution d'énergie est représentée par

$$\Delta_1 W = \overline{W} - W_1 = \left(\frac{1}{C} - p_1\right) \frac{M_1^2}{2} . \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

b. Lorsque le second conducteur est relié au sol, l'éq. (1), où V_2 est alors $= 0$, donne $M_2 = -\frac{p'}{p_2} M_1$, et, en vertu de (6), l'énergie du système devient

$$W_2 = \tfrac{1}{2}\left(p_1 M_1^2 - 2\frac{p'^2}{p_2} M_1^2 + \frac{p'^2_1}{p_2} M_1^2\right) = \frac{D}{2p_2} M_1^2 = \frac{1}{q_1} . \frac{M_1^2}{2} . \quad (13)$$

L'énergie est, en ce cas,

$$k_2 = \frac{W_2}{\overline{W}} = \frac{C}{q_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

fois plus grande, ainsi qu'il résulte de l'éq. (9*a*), quand on y fait $x = -\frac{p'}{p_2}$. Ici encore, il y a diminution d'énergie, et diminution plus grande que dans le premier cas; on a, en effet:

$$\frac{1}{q_1} = \frac{D}{p_2} = p_1 - \frac{p'^2}{p^2} < p_1 \text{ donc } k_2 < k_1$$

et

$$W_1 - W_2 = \frac{p'^2}{p_2} \cdot \frac{M_1^2}{2} \; ; \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (15)$$

quant à la diminution de l'énergie initiale, elle est, en ce cas :

$$\Delta_2 W = W - W_2 = \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{q_1}\right) \frac{M_1^2}{2} . \; . \; . \; . \; (16)$$

On voit donc, à cause de

$$\frac{1}{C} > p_1 > \frac{1}{q_1},$$

que, de l'énergie $\overline{W}$ de la charge initiale unique à l'énergie W_1 du système résultant de l'adjonction d'un conducteur neutre isolé, et de celle-ci à l'énergie W_2 du système constitué par l'adjonction d'un conducteur relié au sol, lesquelles énergies sont respectivement représentées par

$$\overline{W} = \frac{1}{C} \frac{M_1^2}{2}, \quad W_1 = p_1 \frac{M_1^2}{2}, \quad W_2 = \frac{1}{q_1} \frac{M_1^2}{2}, \; . \; (17)$$

il y a *diminution* successive ; la dernière de ces diminutions, qui est due au travall exécuté par les forces électriques pour l'abduction de l'électricité de même nom que celle de la charge initiale, était à prévoir et a pour valeur l'expression (15).

On remarquera que, en vertu de l'équation (9_a), la valeur $k_2 = \frac{C}{q_1}$ est la plus petite que k_2 puisse prendre, de sorte que l'énergie de la charge primitive, qui est affaiblie tant par la présence d'un conducteur neutre que par celle d'un conducteur dérivé, subit dans ce dernier cas la diminution *la plus forte possible ;* au-dessous de la valeur

$$W_2 = \frac{C}{q_1} \overline{W}$$

l'énergie primitive ne s'abaisse jamais. — En donnant toutefois au second conducteur, relié au sol, une forme et une

situation telles, que q_1, qui est toujours plus grand que C, devienne égal à $\frac{C}{\alpha}$, on peut réduire l'énergie $\overline{W}$ à une valeur $\alpha\,\overline{W}$ aussi petite qu'on le désire.

Il va de soi que, q_1 croissant indéfiniment à mesure que les conducteurs se rapprochent, il ne saurait être question d'un *minimum* d'énergie proprement dit; mais, pour une *situation donnée* du second conducteur, il produit, relié au sol, la *plus forte diminution* d'énergie.

En communiquant au second conducteur (isolé) une charge, positive ou négative, suffisamment grande, on peut, comme il ressort de l'équation (8_a), faire croître l'énergie du système au-delà de toute valeur quelconque; il n'y a donc pas à s'occuper d'un *maximum* d'énergie, pour une *situation donnée* des conducteurs.

Remarquons, enfin, que le premier conducteur est ici supposé chargé d'une masse électrique *invariable* M_1, dont le potentiel change sous l'influence du second conducteur et, comme on l'a vu, devient *plus petit* dans les deux cas généraux $M_2 = 0$ et $M_2 = -\frac{p'}{p_2} M_1$.

Le problème est tout autre lorsque ce n'est pas M_1, mais V_1 qui reste constant, c'est-à-dire lorsque la première masse communique avec une source électrique à potentiel constant; on arrive alors à des résultats tout à fait différents, et même en majeure partie opposés, pour le changement d'énergie occasionné par la présence d'un second conducteur (neutre ou dérivé). Si, par exemple, les forces électriques exécutent un travail, l'énergie du système augmente. Mais, c'est là un cas dont, pour le moment, nous ne nous occuperons pas.

6. Avant de passer à l'étude de cas particuliers, cherchons à nous rendre compte de ce qui arrive lorsque la charge électrique initiale est celle d'une masse *non conductrice*, lorsque, par conséquent, cette charge ne reste pas seulement con-

stante sous le rapport de la quantité, mais n'est pas modifiée non plus quant à sa distribution.

En désignant alors par w *l'énergie* et par V le *potentiel* de cette masse électrique fixe, par U le potentiel de la charge du second corps, toujours supposé *conducteur*, nous avons pour l'énergie du système:

$$W = w + \tfrac{1}{2}\int U\,d\,M_2 + \tfrac{1}{2}\int V\,d\,M_2 + \tfrac{1}{2}\int U\,d\,M_1 \quad (18)$$

expression qui, à cause de $w = \frac{1}{2}\int V\,d\,M_1$, et lorsqu'on remplace $U + V$ par V_1 ou V_2, suivant que les potentiels U et V sont facteurs des éléments de masse $d\,M_1$ ou $d\,M_2$, reproduit l'expression (5).

Posons

$$\tfrac{1}{2}\int V\,d\,M_2 = \tfrac{1}{2}\int U\,d\,M_1 = P \;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (19)$$

de sorte que

$$W = w + \tfrac{1}{2}\int (U + V)\,d\,M_2 + P;\;.\;.\;.\;. \quad (19a)$$

l'intégrale indiquée dans cette dernière équation disparaît tant pour un conducteur neutre isolé que pour un conducteur dérivé, dans le premier cas parce que $U + V =$ constante et $M_2 = 0$, dans le second cas parce que $U + V = 0$; dans les *deux* cas on a donc

$$-\tfrac{1}{2}\int U\,d\,M_2 = \tfrac{1}{2}\int V\,d\,M_2 = P \;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (20)$$

et par suite l'éq. (19*a*) donne, tant pour un conducteur neutre que pour un conducteur dérivé,

$$W = w - \tfrac{1}{2}\int U\,d\,M_2,\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (21)$$

où U représente alors le potentiel de la charge zéro, ou de la charge induite sur le conducteur relié au sol. Dans les

deux cas, $\frac{1}{2}\int U\,d\,M_2$ indique l'énergie potentielle de la charge du conducteur, considérée *en elle-même.*

Cette énergie étant désignée par E_1 pour le conducteur neutre, par E_2 pour le conducteur relié au sol, on a:

$$\left.\begin{aligned} W_1 &= w - E_1 \\ W_2 &= w - E_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

d'où il ressort clairement quelle est, dans les deux cas, la *diminution* d'énergie. Lorsque la masse électrique initiale est une masse *fixe*, c'est-à-dire une masse distribuée sur un non-conducteur, *la diminution d'énergie du champ électrique est égale à l'énergie électrique de la charge induite sur le conducteur, prise en elle-même.*

Cette relation simple nous permet de déterminer facilement la diminution d'énergie que la charge de masses fixes éprouve sous l'influence de conducteurs voisins; les considérations précédentes n'ont d'ailleurs de sens que si nous concevons l'énergie, non comme attachée à la masse du conducteur, mais comme répandue sur le champ électro-statique.

Lorsque la masse électrique initiale est distribuée sur un *conducteur*, les équations (22) cessent d'être valables; à la vérité, le raisonnement qui a conduit à ces équations demeure intact, mais le premier terme $w = \frac{1}{2}\int V\,d\,M_1$ ne reste plus le même lors de la présence du second conducteur, parce que la distribution électrique sur le premier conducteur est alors modifiée, ce qui change V et, par suite, la valeur de l'intégrale en question. Néanmoins, une règle simple, semblable à la précédente, subsiste encore, si dans les équations (22) on entend par w la valeur que l'énergie potentielle d'un des conducteurs, prise en elle-même, acquiert après que la charge de ce conducteur a été modifiée par induction.

Moyennant cette définition, on peut encore appliquer, tant au cas du conducteur neutre qu'à celui du conducteur dérivé,

la règle (22), suivant laquelle *l'énergie du système est égale à la différence entre l'énergie de la première charge et celle de la seconde, prises chacune en soi.*

Abordons maintenant l'examen de quelques systèmes particuliers simples, en commençant par ceux où le premier corps est un non-conducteur, réduit à un point, dans lequel est concentrée la masse électrique.

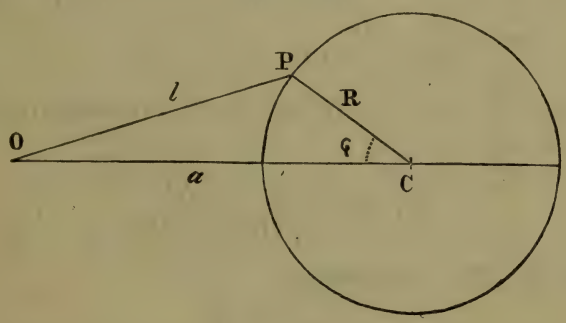
7. *Masse électrique concentrée en un point vis-à-vis d'un conducteur sphérique.* Nous avons alors, en vertu des équations (21) et (20):

$$W = w + \tfrac{1}{2}\int V dM_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

$$= w + \tfrac{1}{2}\int \varrho V ds \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23a)$$

où ds est un élément de la surface du conducteur sphérique, ϱ la densité de la charge induite.

a. Sphère communiquant avec le sol.



Lorsque en un point O se trouve une masse fixe q, et que la sphère de rayon R est à une distance $OC = a = nR$ de O, la densité dans un élément ds situé en P, à une distance l de O, sera donnée, comme on sait, par

$$\varrho = -\frac{q}{4\pi R}\cdot\frac{a^2 - R^2}{l^3}.$$

Pour le potentiel de q en P nous avons $V = \frac{q}{l}$ et si φ est

l'angle que le rayon CP fait avec CO, un élément annulaire de la surface sphérique sera exprimé par

$$ds = 2\pi R \sin\varphi \,.\, Rd\varphi = 2\pi R^2 \sin\varphi d\varphi;$$

d'ailleurs:

$$l^2 = a^2 + R^2 - 2aR\cos\varphi,$$

et par conséquent:

$$ldl = aR\sin\varphi d\varphi \quad \text{et} \quad ds = \frac{2\pi R}{a} ldl;$$

on aura donc:

$$\tfrac{1}{2}\int \varrho V ds = -\frac{q^2}{8\pi R}(a^2 - R^2)\int \frac{2\pi R}{al^3} dl =$$

$$= -\frac{q^2}{4a}(a^2 - R^2)\int \frac{dl}{l^3} = \frac{q^2}{8a}(a^2 - R^2)\,.\,\frac{1}{l^2}$$

ou, entre les limites $a - R$ et $a + R$,

$$\tfrac{1}{2}\int \varrho V ds = \frac{q^2}{8a}(a^2 - R^2)\left(\frac{1}{(a+R)^2} - \frac{1}{(a-R)^2}\right) =$$

$$= -\frac{q^2}{2R}\cdot\frac{R^2}{a^2 - R^2},$$

et l'énergie W_2 du champ, lors de la présence de la sphère dérivée, devient:

$$W_2 = w - \frac{q^2}{2R}\cdot\frac{R^2}{a^2 - R^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

En vertu de (22), l'expression

$$E_2 = \frac{q^2}{2R}\cdot\frac{R^2}{a^2 - R^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

représente l'énergie, prise en elle-même, de la charge accumulée sur la sphère communiquant avec le sol.

Le grandeur de cette charge $M_2 = \int \varrho ds$ est alors, comme on le sait et comme l'intégration le montre d'ailleurs immédiatement, égale à $-\frac{R}{a}q$.

b. Sphère isolée, sans charge.

Si à la charge qui vient d'être trouvée on ajoute une charge positive égale $+\frac{R}{a}q$, uniformément distribuée sur la sphère, cette charge nouvelle produit une diminution de densité $=\frac{q}{4\pi a R}$, et la densité variable de la sphère à l'état neutre devient :

$$\varrho = \frac{q}{4\pi R}\left(\frac{1}{a} - \frac{a^2 - R^2}{l^3}\right).$$

La valeur trouvée pour $\frac{1}{2}\int \varrho V ds$ est alors augmentée de

$$\frac{8\pi a R}{q}\int \frac{q}{l}\cdot\frac{2\pi R l}{a}\,dl = \frac{q^2}{4a^2}\int dl = \frac{q^2}{2R}\cdot\frac{R^2}{a^2},$$

de sorte qu'on obtient

$$\tfrac{1}{2}\int \varrho V a s = -\frac{q^2}{2R}\left(\frac{R^2}{a^2 - R^2} - \frac{R^2}{a^2}\right) = -\frac{q^2}{2R}\cdot\frac{R^4}{a^2(a^2 - R^2)};$$

l'énergie W_1 du champ, en cas de présence de la sphère neutre, devient alors

$$W_1 = w - \frac{q^2}{2R}\cdot\frac{R^4}{a^2(a^2 - R^2)} \quad \ldots\ldots\ldots (26)$$

et, en vertu de (22), l'expression

$$E_1 = \frac{q^2}{2R}\cdot\frac{R^4}{a^2(a^2 - R^2)} \quad \ldots\ldots\ldots (27)$$

donne l'énergie, prise en elle-même, de la charge zéro, induite sur la sphère à l'état neutre, laquelle énergie est plus petite que E_2, comme on pouvait s'y attendre.

En posant $a = nR$, on obtient :

$$W_1 = w - \frac{1}{n^2(n^2 - 1)}\cdot\frac{q^2}{2R} \text{ et } W = w - \frac{1}{n^2 - 1}\cdot\frac{q^2}{2R}. \quad (28)$$

Ces valeurs se laissent représenter encore plus simplement, si l'on remarque que la charge induite sur la sphère dérivée,

savoir $-\frac{R}{a}q = -\delta q$, possède, en cas de *distribution uniforme*, une énergie

$$(W) = \frac{q^2}{2R}\left(\frac{R}{a}\right)^2 = \frac{1}{n^2}\frac{q^2}{2R}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

les équations (24), (26) et (28), donnent donc:

$$W_1 = w - \frac{R^2}{a^2 - R^2}(W) = w - \frac{1}{n^2 - 1}(W) \quad \ldots \quad (30a)$$

$$W_2 = w - \frac{a^2}{a^2 - R^2}(W) = w - \frac{n^2}{n^2 - 1}(W) \quad \ldots \quad (30b)$$

et les valeurs (25) et (27) pour E_1 et E_2 deviennent

$$E_1 = \frac{R^2}{a^2 - R^2}(W) = \frac{1}{n^2 - 1}(W) = \frac{1 - \delta^2}{\delta^2}(W) \quad . \quad (31a)$$

$$E_2 = \frac{a^2}{a^2 - R^2}(W) = \frac{n^2}{n^2 - 1}(W) = \frac{1}{1 - \delta^2}(W) \quad .. \quad (31b)$$

La charge neutre est maintenant la superposition de deux charges δq, dont la positive est distribuée uniformément sur la sphère, de sorte que son action, pour des points extérieurs, équivaut à celle d'une charge $\delta q = \frac{R}{a}q = q'$ placée au centre C. La charge négative est une charge non uniforme $-\delta q = -\frac{R}{a}q = -q'$, dont l'action, sur des points extérieurs, est équivalente à celle de cette masse q', concentrée en un point situé entre C et O, à une distance $d = \frac{R^2}{a} = \delta R$ du centre. Les énergies des charges peuvent donc être représentées par:

$$E_1 = \frac{d^2}{R^2 - d^2} \cdot \frac{q^2}{2R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (32a)$$

$$E_2 = \frac{R^2}{R^2 - d^2} \cdot \frac{q^2}{2R}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (32b)$$

où nous voyons que l'énergie E_1 augmente avec d et disparaît quand $d = 0$, c'est-à-dire quand les deux masses équivalentes

coïncident, ce qui arrive pour une valeur infinie de a; les deux charges, alors parfaitement équivalentes, amènent la sphère à l'état non chargé; le facteur $\frac{\delta^2}{1-\delta^2} = \frac{d^2}{R^2 - d^2}$, qui s'évanouit avec δ et d, marque le caractère propre de cette charge neutre (ou *charge zéro*),

Pour E_2, on voit que la distribution non uniforme a le facteur $\frac{1}{1-\delta^2}$, qui est plus grand que l'unité et indique donc une énergie toujours plus grande que celle de la même masse distribuée uniformément. Pour $\delta = 0$, c'est-à-dire pour $a = \infty$, la charge devient une charge uniforme, dont toutefois l'énergie disparaît.

Remarquons encore que, à cause de

$$\frac{\delta^2}{1-\delta^2} = \frac{1}{1-\delta^2} - 1,$$

on a

$$E_1 = E_2 - \frac{(\delta q)^2}{2R}$$

ou

$$E_2 - E_1 = (W), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

de sorte que la différence des deux énergies est égale à l'énergie de la distribution uniforme de la masse

$$\pm \delta q = \pm \frac{R}{a} q.$$

8. L'examen ultérieur de la diminution d'énergie trouvée pour la sphère nous apprend que la première perte V_1, déterminée par la présence de la sphère neutre isolée, est à la perte V, qui a lieu lorsque la sphère communique avec le sol, dans le rapport:

$$V_1 : V = E_1 : E_2 = 1 : n^2,$$

de sorte que, en introduisant aussi la perte V_2 pour l'abduction de la charge de même nom, on a:

$$V_1 : V_2 : V = 1 : n^2 - 1 : n^2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

ou

$$V_1 = \frac{1}{n^2 - 1}(W), \quad V_2 = (W),$$

et pour la perte totale

$$V = V_1 + V_2 = \frac{n^2}{n^2 - 1}(W).$$

V_1 représente le travail exigé pour la séparation des deux quantités égales, mais contraires, dont se compose la charge neutre. V_2 est l'énergie de la charge de même nom, qui est emportée lors de la dérivation. Leur somme $V = V_1 + V_2$ donne l'énergie E_2 de la charge non uniforme du conducteur dérivé.

Introduisons l'angle α qu'une des tangentes, menées du point O à la sphère, fait avec la droite OC allant au centre; on a alors, puisque $R = a \sin \alpha$, donc $n \sin \alpha = 1$:

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{n^2 - 1}(W) = (W)\, tg^2 \alpha, \\ E_2 &= \frac{n^2}{n^2 - 1}(W) = (W)\, sec^2 \alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (35)$$

et par conséquent:

$$E = (W)\, sec^2 \alpha - (W); \quad \ldots\ldots\ldots \quad (35_a)$$

les deux derniers termes représentent les énergies N et P de la charge de nom différent (négative) $-q'$ et de la charge de même nom (positive) $+q'$ sur le conducteur neutre, de sorte que:

$$N : P = sec^2 \alpha : 1 = 1 : cos^2 \alpha$$

ou

$$P = N \cos^2 \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (36)$$

Nous avons alors, en outre:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N - P}{N} = \sin^2 \alpha$$

ou

$$E_1 = E_2 \sin^2 \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

Si, par exemple, $\alpha = 45°$, donc $n = \sqrt{2}$, l'énergie de la sphère reliée au sol sera le double de celle de la sphère neutre dans la même situation; des deux éléments de la charge zéro de cette sphère neutre, l'un, la charge négative à distribution non uniforme, a une énergie deux fois plus grande que celle de l'autre élément, la charge positive, distribuée uniformément.

Remarquons enfin que, en cas de charge neutre, la densité est zéro dans les points où, à cause de

$$\varrho = \frac{q}{4\pi R}\left(\frac{1}{a} - \frac{a^2 - R^2}{l^3}\right),$$

on a $l^3 = a(a^2 - R^2)$, ou, si $t = \sqrt{a^2 - R^2}$ désigne la longueur de la tangente menée de O à la sphère,

$$l = \sqrt[3]{a\,t^2}\,; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (38)$$

or, puisque $a > t$, on a aussi $l > t$, c'est-à-dire: le cercle à densité zéro, qui sépare la partie positive de la partie négative de la charge superficielle, a un plus grand rayon, est par conséquent *plus éloigné* de la masse concentrée en O, que le cercle suivant lequel la sphère est touchée par le cône ayant le point O pour sommet.

9. Avant d'aller plus loin, nous nous arrêterons sur le fait que l'énergie électrique de charges, soit concentrées en des points, soit répandues sur des conducteurs, peut être considérée comme existant dans l'espace qui entoure ces points ou ces surfaces, c'est-à-dire, dans ce qu'on appelle leur champ électro-statique.

Sur une sphère conductrice ayant O pour centre et a pour rayon, soit étendue une charge M; l'énergie potentielle de cette charge est alors:

$$W = \tfrac{1}{2} M V, \text{ ou, puisque } V = \frac{M}{a}, \quad W = \frac{M^2}{2a} \quad \ldots \quad (39)$$

Si nous divisons l'espace en couches concentriques à la sphère, le volume de la couche à rayons r et $r + dr$ sera

$dv = 4\pi r^2\, dr$; la force, à la distance r de O, est $F = \frac{M}{r^2}$; l'énergie qui existe dans l'élément de volume dv étant représentée, en rapport avec les unités d'énergie et de force, par $K F^2\, dv$, où K désigne une constante numérique à déterminer ultérieurement, l'énergie totale du champ devient:

$$W = \int K F^2\, dv = 4\pi K M^2 \int_a^\infty \frac{dr}{r^2} = 4\pi K \frac{M^2}{a} \quad . \quad . \quad (40)$$

Pour que cette valeur concorde avec celle obtenue en (39), il faut que

$$4\pi K = \tfrac{1}{2} \quad \text{ou} \quad K = \frac{1}{8\pi},$$

de sorte que pour le volume dv l'énergie est

$$d\,W = \frac{1}{8\pi} F^2\, dv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

Pour l'énergie dans la susdite couche sphérique, nous avons alors:

$$d\,W = \frac{M^2}{2} \frac{dr}{r^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

par conséquent, pour la couche, comprise entre les rayons $b = \lambda a$ et $b' = \lambda' a$,

$$W_b^{b'} = \frac{M^2}{2} \int_b^{b'} \frac{dr}{r^2} = \frac{M^2}{2} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{b'}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43a)$$

ou encore

$$W_\lambda^{\lambda'} = W \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43b)$$

Dans l'espace qui entoure la surface sphérique a, la fraction $\frac{1}{n}$ de l'énergie se trouvera à l'intérieur de la couche à rayons a et pa, p étant déterminé par la relation

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{p} = 1 \quad \text{ou} \quad n = \frac{p}{p-1}, \quad p = \frac{n}{n-1}, \quad . \quad . \quad (44)$$

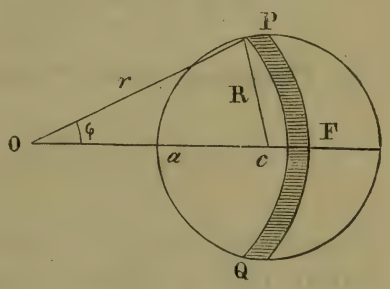
de sorte que l'espace compris entre la surface donnée et une surface sphérique de rayon $2a$ contient déjà la moitié de l'énergie totale; si ce rayon devient $3a$, $4a$, ... pa, l'énergie dans l'espace compris entre la surface correspondante et celle de la sphère chargée s'élève a:

$$\frac{2}{3}W, \quad \frac{3}{4}W, \quad \ldots\ldots \quad \frac{p-1}{p}W.$$

Le résultat est le même lorsque en O se trouve une masse fixe q; celle-ci, en effet, peut être considérée, pour ce qui regarde *l'action au dehors*, comme équivalente à une masse égale étendue sur une surface sphérique *quelconque* ayant O pour centre, — et, si w désigne l'énergie de la masse fixe, cette masse, en ce qui concerne l'*énergie*, sera équivalente à une charge q uniformément distribuée sur une sphère ayant O pour centre et dont le rayon λ est donné par l'équation

$$w = \frac{q^2}{2\lambda}, \text{ d'où } \lambda = \frac{q^2}{2w} \quad \ldots\ldots\ldots (45)$$

10. Pour déterminer l'énergie qui existe dans un espace sphérique de rayon R, dont le centre C est situé à une distance $a = nR$ du point O où se trouve concentrée la masse électrique q, nous partons de l'énergie dW' contenue dans la partie PFQ de la couche décrite autour de O avec les rayons r et $r + dr$.



De

$$R^2 = r^2 + n^2 R^2 - 2nrR\cos\varphi,$$

il résulte

$$\cos\varphi = \frac{r^2 + n^2R^2 - R^2}{2nrR}, \quad \frac{1-\cos\varphi}{2} = \frac{R^2 - (r - nR)^2}{4nrR}$$

ou, en posant $r - nR = xR$,

$$\frac{1-\cos\varphi}{2} = \frac{1-x^2}{4n(n+x)};$$

on a donc, en vertu de (42), pour la partie $R\,F\,Q$ de la couche:

$$d\,W' = \frac{q^2}{2} \cdot \frac{1 - \cos\varphi}{2} \cdot \frac{dr}{r^2} = \frac{q^2}{2} \cdot \frac{(1 - x^2)\,d\,x}{(n+x)^3},$$

de sorte que

$$d\,W' = \frac{W\,(1 - x^2)\,d\,x}{4n\,(n + x)^3}, \text{ si } W = \frac{q^2}{2\,R};$$

et pour l'énergie dans la sphère entière autour de C:

$$E' = W' = \frac{W}{4n} \int_{-1}^{+1} \frac{(1 - x^2)\,d\,x}{(n + x)^3},$$

expression pour laquelle on trouve, puisque $n = \frac{a}{R}$,

$$W' = \frac{q^2}{4\,R} \left(\frac{R^2}{a^2 - R^2} - \frac{R}{2\,a}\, l \cdot \frac{a + R}{a - R} \right) \quad \ldots . \quad (46)$$

ou, en prenant $a = n\,R$,

$$E' = W' = \frac{q^2}{4\,R} \left(\frac{1}{n^2 - 1} - \frac{1}{2n}\, l\, \frac{n + 1}{n - 1} \right) \ldots \quad (46a)$$

11. Comparons avec E' l'énergie

$$E_1 = \frac{q^2}{2\,R} \cdot \frac{R^4}{a^2\,(a^2 - R^2)} = \frac{q^2}{2\,R} \cdot \frac{1}{n^2(n^2 - 1)}$$

du conducteur *neutre*; en posant, à cet effet, $E_1 = y\,E'$, nous trouvons pour y, c'est-à-dire, pour le rapport de l'énergie du conducteur neutre à celle, qui était primitivement distribuée sur l'espace où se trouve maintenant la sphère à charge neutre,

$$y = \frac{E_1}{E'} = \frac{\dfrac{1}{n^2\,(n^2 - 1)}}{\frac{1}{2} \left\{ \dfrac{1}{n^2 - 1} - \dfrac{1}{2\,n}\, l \left(\dfrac{n + 1}{n - 1} \right) \right\}}, \quad \ldots \quad (47)$$

expression que nous transformons successivement en

$$y = \frac{2}{n^2 - n(n^2-1)\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{3n^3} + \frac{1}{5n^5} + \text{etc.}\right)} = \frac{2}{1 - \frac{n^2-1}{3n^2} - \frac{n^2-1}{5n^4} - \text{etc.}}$$

$$= \frac{2}{\frac{2}{3} + \frac{1}{3n^2} - \frac{1}{5n^2} + \frac{1}{5n^4} - \frac{1}{5n^6} + \text{etc.}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{3.5n^2} + \frac{1}{5.7n^4} + \frac{1}{7.9n^6} + \text{etc.}} = \frac{1}{N_n};$$

pour $n = \infty$, on a $N_\infty = \frac{1}{3}$,

tandis que, à cause de

$$\frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.9} + \text{etc.} = \frac{1}{2.3} = \frac{1}{6},$$

on trouve

$$N_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2},$$

de sorte que

$$E_1 = \frac{1}{N} E'$$

a les valeurs limites:

$$n = 1, \; E_1 = 2\,E' \quad \ldots\ldots\ldots \quad (48a)$$

pour

$$n = \infty, \; E_1 = 3\,E' \quad \ldots\ldots\ldots \quad (48b)$$

On voit donc que l'énergie de la sphère dérivée, dont le centre se trouve à la distance $a = n\,R$ de O, énergie qui pour des valeurs quelconques de n s'exprime par

$$E_1 = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{3.5\,n^2} + \frac{1}{5.7\,n^4} + \text{etc.}} E', \quad \ldots\ldots \quad (49)$$

est, pour de petites valeurs de n, *deux fois* plus grande que l'énergie primitivement existante dans l'espace maintenant

occupé par la sphère; pour de grandes valeurs de n, elle approche du *triple* de cette énergie correspondante; autrement dit, l'énergie de la sphère dérivée est toujours supérieure au double et inférieure au triple de l'énergie que l'espace, maintenant occupé par la sphère, contenait lorsque la masse q, en O, existait *seule*.

Le même raisonnement s'appliquerait, évidemment, si, au lieu d'une masse q concentrée en un point O, on avait une charge q uniformément distribuée sur une sphère de rayon quelconque, autour de O comme centre.

Pour l'énergie de la sphère *dérivée*, énergie qui, d'après ce que nous avons trouvé en (31*a*) et (31*b*), est $\frac{a^2}{R^2}$ ou n^2 fois plus grande que celle de la sphère *neutre*, dans les mêmes circonstances, on aura, par conséquent:

$$E_2 = n^2 E_1 = \frac{n^2}{\frac{1}{3} + \frac{1}{3.5\,n^2} + \frac{1}{5.7\,n^4} + \text{etc.}} E^1 \quad . \; . \; . \; (50)$$

elle est donc, dans les positions extrêmes, $2n^2$ ou $3n^2$ fois plus grande que l'énergie initiale dans l'espace que la sphère occupe, et, en général, on a pour la sphère neutre

$$E_1 = (2 + h_n{}^2)\, E^1, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (51a)$$

pour la sphère dérivée

$$E_2 = (2 + h_n{}^2)\, n^2\, E^1, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (51b)$$

h_n étant une constante, qui dépend de n et dont la valeur est *moindre* que l'unité.

Pour la sphère dérivée, l'énergie

$$E_2 = \frac{q^2}{2R} \cdot \frac{1}{n^2 - 1}$$

tend vers zéro à mesure que n augmente; dans ce même cas, E^1 a aussi pour limite zéro; tandis que son coefficient, dans l'expression (50), devient infiniment grand.

12. *Expression générale de l'énergie d'un système composé d'une masse électrique M_1 concentrée en un point et d'une sphère à charge quelconque M_2.*

Pour trouver la valeur générale de W, nous ferons usage des expressions (6) et (6*a*)

$$W = \tfrac{1}{2}(p_1 M_1^2 + 2p^1 M_1 M_2 + p_2 M_2^2) \quad \ldots . (6)$$

et

$$W = \tfrac{1}{2}(q_1 V_1^2 + 2q^1 V_1 V_2 + q_2 V_2^2) \ , \ \ldots . (6a)$$

où nous déterminerons les coefficients p et q.

Pour la masse M_1 nous prenons une masse fixe q, concentrée en un point unique et ayant une énergie w, et nous considérons cette masse, en ce qui concerne l'énergie, comme *équivalente* à la même masse distribuée uniformément à la surface d'une sphère non conductrice de *petit rayon* λ, de sorte que, d'après (45), $\lambda = \frac{q^2}{2w}$.

A proprement parler, nous avons donc affaire à deux *surfaces sphériques*, de rayons λ et R, sur la première desquelles, toutefois, la charge n'est *pas* susceptible d'être modifiée par induction.

Lorsque la sphère conductrice est isolée et sans charge, on a $M_1 = q$, $M_2 = 0$, et, en vertu de (26) et (6),

$$W_1 = w - \frac{q^2}{2R} \cdot \frac{R^4}{a^2(a^2 - R^2)} = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{R^3}{a^2(a^2 - R^2)}\right)\frac{q^2}{2} = p_1 \cdot \frac{q^2}{2} . \ (52)$$

de sorte que

$$p_1 = \frac{1}{\lambda} - \frac{R^3}{a^2(a^2 - R^2)} = \frac{1}{A} . \ \ldots\ldots\ldots (53)$$

Quand, au contraire, la sphère conductrice communique avec le sol, l'équation (24) donne

$$W_2 = w - \frac{q^2}{2R} \cdot \frac{R^2}{a^2 - R^2} = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{R}{R^2 - a^2}\right)\frac{q^2}{2} ; \ . \ (54)$$

mais, en vertu de (13), on a, puisque $M_1 = q$,

$$W_2 = \frac{1}{q_1}\frac{q^2}{2},$$

et, par suite, (54) donne

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{\lambda} - \frac{R}{a^2 - R^2} = \frac{1}{B} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

Dans ce dernier cas on a, d'après la remarque du n°. 7*a*,

$$M_2 = -\frac{R}{a} q,$$

et comme

$$M_2 = -\frac{p^1}{p_2} q \text{ (d'après (1)) et } \frac{p^1}{p_2} = -\frac{q^1}{q_1} \text{ (voir (4))},$$

il s'ensuit

$$\frac{p^1}{p_2} = \frac{R}{a} = -\frac{q^1}{q_1} = \mu \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (54)$$

ou

$$p^1 = \frac{R}{a} p_2 = \mu p_2 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (54_a)$$

Pour les *six* coefficients on a donc *trois* équations, savoir

$$p_1 = \frac{1}{A}, \quad q_1 = B, \quad \frac{p^1}{p_2} = -\frac{q^1}{q_1} = \mu;$$

p_1 et q_1 sont déterminés; les quatre autres se trouvent immédiatement au moyen des relations (4). A cet effet, nous avons

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{B} = \frac{D}{p_2} = p_1 - \frac{p'^2}{p_2} = \frac{1}{A} - \mu^2 p_2; \; p_2 = \frac{1}{\mu^2}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right);$$

$$p^1 = \mu p_2 = \frac{1}{\mu}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right); \; q^1 = -\mu q_1 = -\mu B;$$

enfin, (53) donne

$$A = \frac{1}{p_1} = \frac{D'}{q_2} = q_1 - \frac{q'^2}{q_2} = B - \frac{\mu^2 B^2}{q_2}, \text{ d'où } \frac{1}{q_2} = \frac{B - A}{\mu^2 B^2},$$

par conséquent

$$p_1 = \frac{1}{A}, \; p^1 = \frac{1}{\mu}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right), \; p_2 = \frac{1}{\mu^2}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right) \cdot \quad (55)$$

$$q_1 = B, \; q^1 = -\mu B, \qquad q_2 = \frac{\mu^2 B^2}{B - A}; \; \ldots \quad (55a)$$

en remplaçant A, B et μ par leurs valeurs, on a

$$\frac{1}{A}-\frac{1}{B}=\frac{R}{a^2-R^2}-\frac{R^3}{a^2(a^2-R^2)}=\frac{R}{a^2};$$

$$\frac{B^2}{B-A}=\frac{B}{A}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{A}-\frac{1}{B}\right)}=\frac{a^2}{R}\cdot\frac{B}{A}\quad\ldots\ldots(56)$$

de sorte que

$$p_1=\frac{1}{\lambda}-\frac{R^3}{a^2(a^2-R^2)},\quad p^1=\frac{1}{a},\quad p_2=\frac{1}{R},$$

$$q_1=\frac{\lambda(a^2-R^2)}{a^2-R^2-\lambda R},\quad q^1=-\frac{R\lambda(a^2-R^2)}{a(a^2-R^2)-a\lambda R},$$

$$q_2=\frac{R}{a^2}\left(\frac{a^2(a^2-R^2)-\lambda R^3}{a^2-R^2-\lambda R}\right)\quad\ldots\ldots(56a)$$

Pour l'énergie du système *point et sphère*, avec charges *quelconques*, on a donc:

$$W=\tfrac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{R^2}{a^2(a^2-R^2)}\right)M_1^2+\frac{2}{a}M_1M_2+\frac{1}{R}M_2^2\right\}\quad..(57)$$

et

$$W=\tfrac{1}{2}\left\{\frac{\lambda(a^2-R^2)}{a^2-R^2-\lambda R}V_1^2-\frac{2R\lambda(a^2-R^2)}{a(a^2-R^2)-a\lambda R}V_1V_2+\right.$$
$$\left.+\frac{R}{a^2}\left(\frac{a^2(a^2-R^2)-\lambda R^3}{a^2-R^2-\lambda R}\right)V_2^2\right\}\quad\ldots\ldots(58)$$

desquelles résultent, comme cas particuliers, les valeurs trouvées en (52) et (54) pour la sphère neutre isolée et pour la sphère dérivée.

13. *Masse électrique concentrée en un point vis-à-vis d'un plan conducteur relié au sol.*

A ce cas encore s'applique la rélation, déduite de (21) et (20),

$$W=w+\tfrac{1}{2}\int\varrho V ds,$$

où ϱ désigne la densité de la charge induite par la masse q sur un élément ds du plan, et V le potentiel de cette masse en cet élément.

Si q se trouve à la distance a du plan et à la distance l de ds, on a

$$V = \frac{q}{l}, \qquad \varrho = -\frac{a\,q}{2\,\pi\,l^3},$$

valeurs dont la seconde se déduit immédiatement de la densité trouvée, au n°. 7, pour la sphère dérivée.

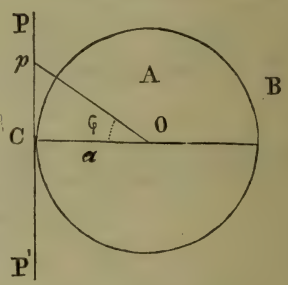
En coordonnées polaires (r et φ), ayant pour origine le pied de la perpendiculaire abaissée de q sur le plan, on a $ds = r\,dr\,d\varphi$, et par suite

$$\tfrac{1}{2}\int \varrho\, V ds = -\tfrac{1}{2}\cdot\frac{a\,q^2}{2\,\pi}\int\int\frac{r\,d\,r\,d\,\varphi}{l^4} =$$

$$= -\frac{a\,q^2}{2}\int_0^\infty \frac{r\,dr}{(a^2+r^2)^2} = \frac{a\,q^2}{4}\left(\frac{1}{a^2+r^2}\right)_0^\infty = -\frac{q^2}{4\,a},$$

de sorte que

$$W_2 = w - \frac{q^2}{4\,a} \quad \ldots\ldots (59)$$



ou, en posant

$$\frac{q^2}{2a} = p, \qquad W_1 = w - \tfrac{1}{2}\,p \quad \ldots (59a)$$

Or, l'énergie primitivement contenue (en l'absence du plan PP') dans la sphère A, qui a $CO = a$ pour rayon, est

$$W'_a = \frac{q^2}{r^2}\int_\lambda^a \frac{dr}{r^2} = \frac{q^2}{2}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{a}\right) = w - p. \quad \ldots (60)$$

L'énergie primitivement existante à droite du plan, mais *en dehors* de la sphère A, c'est-à-dire dans l'espace B, est donnée par

$$W'_b = \frac{q^2}{2}\int_a^\infty \frac{1+\cos\varphi}{2}\,\frac{dr}{r^2}, \text{ où } \varphi = \angle p\,O\,C,$$

et comme

$$\frac{1+\cos\varphi}{2} = \frac{r+a}{2\,r},$$

on a

$$W'_b = \frac{q^2}{2}\int_a^\infty \frac{r+a}{2r}\frac{dr}{r^2} = \frac{q^2}{4}\left(\int_a^\infty \frac{dr}{r^2} + a\int_a^\infty \frac{dr}{r^3}\right) =$$

$$= \frac{q^2}{4}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2a}\right) = \frac{3}{8}\frac{q^2}{a},$$

de sorte que

$$W'_b = \frac{3}{4}p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (61)$$

A l'origine, on avait donc dans l'espace situé à droite du plan l'énergie

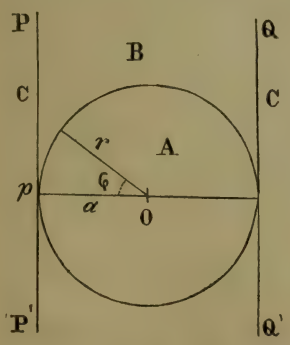
$$W'_{alb} = W'_a + W'_b = w - p + \frac{3}{4}p = w - \frac{1}{4}p, \ldots \quad (62)$$

à gauche du plan, l'énergie

$$W'_c = w - (W'_a + W'_b) = \frac{1}{4}p \quad \ldots\ldots \quad (62a)$$

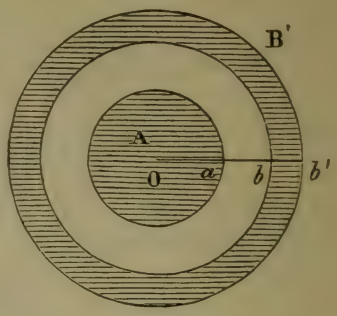
Or, en présence du plan conducteur et relié au sol, *l'énergie totale* devient, par suite de l'induction et en vertu de (59*a*),

$$W = w - \tfrac{1}{2}p;$$



il se produit donc dans le champ électrique une perte $\frac{1}{2}p = 2\,W'_c$, c'est-à-dire, l'énergie totale est diminuée de l'énergie $C + C'$, qui se trouvait primitivement dans l'espace à gauche de PP' et a droite de QQ'. L'énergie, qui reste dans le champ électrique, après que le plan a été placé vis-à-vis de la masse q, est donc, quoique autrement distribuée, égale en quantité à l'énergie qui existait primitivement autour du point O dans l'espace compris entre les deux plans PP' et QQ'.

14. *Le condensateur sphérique.*



Sur une surface sphérique conductrice A ayant O pour centre et $Oa = a$ pour rayon, est étendue une charge électrique q, soit directement, soit par l'induction d'une masse fixe q placée à l'intérieur de la surface sphérique.

L'énergie de cette charge, $\overline{W} = \frac{q^2}{a}$, se trouve alors distribuée, suivant la règle donnée au n°. 9, dans l'espace qui entoure la sphère.

Amenons maintenant, concentriquement autour de la sphère A, une couche conductrice BB' à rayons $Ob = b = \lambda a$ et $Ob' = b' = \lambda' a$; cette enveloppe sera supposée sans charge propre, et d'abord isolée, ensuite reliée au sol. — Comme on le sait, la charge interne q induit à la surface intérieure B de l'enveloppe une charge $-q$, à sa surface extérieure B' une charge $+q$, charges, qui sont toutes les deux étendues uniformément sur ces surfaces, et dont la seconde disparaît lorsqu'on établit la communication avec le sol.

Dans les deux cas s'applique encore, d'après les considérations développés au no. 6, la relation

$$W = \overline{W} + \tfrac{1}{2}\int \varrho V ds \;, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (63)$$

où V est le potentiel de la charge interne, et où l'intégrale est prise à la fois sur les surfaces intérieure et extérieure de l'enveloppe.

Puisqu'on a pour la surface intérieure $V_i = \frac{q}{b}$, pour la surface extérieure $V_u = \frac{q}{b'}$, et que les deux charges ont des densités constantes, de sorte que

$$\int \varrho V ds = V \int \varrho ds,$$

l'éq. (63) donne pour l'enveloppe *isolée*

$$W_1 = \frac{q^2}{2a} - \frac{q^2}{2}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{b'}\right) \ldots\ldots\ldots (64)$$

ou, en substituant $\overline{W} = \frac{q^2}{2a}$, $b = \lambda a$ et $b' = \lambda' a$,

$$W_1 = \overline{W}\left(1 - \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right) \ldots\ldots\ldots (64a)$$

Si, en second lieu, l'enveloppe est en communication conductrice avec le sol, on a

$$\int \varrho V ds = V \int \varrho ds = -\frac{q^2}{2b},$$

et l'énergie totale devient en ce cas

$$W_2 = \frac{q^2}{2a} - \frac{q^2}{2b}, \ldots\ldots\ldots\ldots (65)$$

ou plutôt

$$W_2 = \overline{W}\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (65a)$$

Lorsqu'il n'y avait encore de charge qu'à la surface de A, l'espace maintenant occupé par l'enveloppe contenait une quantité d'énergie (voir 43*a*):

$$Ws_1 = \overline{W}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right), \ldots\ldots\ldots\ldots (66)$$

et l'espace total qui entoure la surface intérieure B en possédait la quantité :

$$Ws_2 = \frac{1}{\lambda}\overline{W}. \ldots\ldots\ldots\ldots (67)$$

La comparaison des valeurs (66) et (67) avec (64*a*) et (65*a*) nous apprend :

1°. que la diminution d'énergie du champ, pour l'enveloppe *isolée*, est précisément égale à l'énergie qui existait primiti-

vement dans l'espace occupé par cette couche; on a donc la règle, analogue à la règle hydrostatique d'Archimède, que *la perte d'énergie du champ électrique, en cas d'enveloppe concentrique neutre et isolée, est égale à l'énergie que l'enveloppe déplace.*

2° que, pour l'enveloppe *dérivée*, toute énergie du champ disparaît dans l'espace de l'enveloppe et au dehors, de sorte que la mise en communication avec le sol équivaut à l'élargissement de l'enveloppe conductrice dans l'espace extérieur à la surface B'.

Ce résultat si simple provient de ce que, comme on sait, les charges de l'enveloppe n'exercent aucune action à l'intérieur et ne modifient donc pas, par induction, la charge de la surface conductrice A.

Finalement, on voit que, dans la partie du champ, comprise entre les surfaces A et B (dans l'espace situé en dedans de l'enveloppe, en dehors de la surface chargée), l'énergie reste constante, soit que l'enveloppe n'existe pas, soit que l'enveloppe neutre, isolée ou non, s'étende concentriquement autour de la surface sphérique, chargée A.

15. *Condensateur sphérique avec enveloppe chargée.*

Dans le cas où l'enveloppe possède une charge quelconque, nous reprenons les expressions générales (6) et (6*a*):

$$W = \tfrac{1}{2}\{p_1 M_1^2 + 2p^1 M_1 M_2 + p_2 M_2^2\}$$
$$W = \tfrac{1}{2}\{q_1 V_1^2 + 2q^1 V_1 V_2 + q_2 V_2^2\},$$

afin de déterminer pour ce système de *deux* conducteurs, noyau et enveloppe, la valeur des coefficients p et q.

A cet effet, les relations (1)

$$V_1 = p_1 M_1 + p^1 M_2, \qquad V_2 = p^1 M_1 + p_2 M_2,$$

donnent, lorsque l'enveloppe est dérivée, $V_2 = 0$, donc $M_2 = -\frac{p^1}{p_2} M_1$; mais comme on a dans ce cas $M_2 = -M_1$, il s'ensuit $p^1 = p_2$, et les relations (4) donnent alors $q^1 = -q_1$.

Pour $M_2 = 0$, cas de l'enveloppe neutre isolée, on a $V_1 = p_1 M_1$, et le calcul direct donnant

$$V_1 = \frac{M_1}{a} - \frac{M_1}{b} + \frac{M_1}{b^1}, \text{ il vient } p_1 = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{b^1}.$$

Dans la même hypothèse, on a $V_2 = \frac{M_1}{b^1}$, donc $p^1 = p_2 = \frac{1}{b'}$, et la première expression de W devient

$$W = \tfrac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{b^1}\right) M_1^2 + \frac{2}{b^1} M_1 M_2 + \frac{1}{b^1} M_2^2\right\}, \quad (68)$$

valeur, qui pour $M_2 = 0$ et $M_2 = -M_1$ donne, si $M_1 = q$,

$$W_1 = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{b^1}\right)\frac{q^2}{2} \text{ et } W_2 = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)\frac{q^2}{2},$$

résultats conformes à ceux trouvés en (64) et (65)

Puisque, d'après ce qui précède et d'après les éq. (4), on a

$$p_1 = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{b^1}, \qquad p^1 = \frac{1}{b^1}, \qquad p_2 = \frac{1}{b^1},$$

$$D = p_1 p_2 - p'^2 = \frac{1}{a b^1} - \frac{1}{b b^1}, \text{ donc } \frac{1}{D} = \frac{a b b^1}{b - a}$$

et

$$q_1 = \frac{p_2}{D}, \qquad q^1 = -\frac{p'}{D}, \qquad q_2 = \frac{p_1}{D},$$

on obtient immédiatement, pour les coefficients de capacité et d'induction,

$$q_1 = \frac{ab}{b-a}, \quad q' = -\frac{ab}{b-a}, \quad q_2 = b^1 + \frac{ab}{b-a};$$

la seconde expression de W donne alors

$$W = \frac{1}{2(b-a)}\{a b V_1^2 - 2 a b V_1 V_2 + (a b - a b^1 + b b^1) V_2^2\}. \quad (68b)$$

formule, qui sert plus spécialement pour le cas où les potentiels du noyau et de l'enveloppe sont donnés et où les charges, qui dépendent de ces données, conformément aux relations (2), sont maintenues, par communication conductrice avec des sources d'électricité, à des potentiels constants.

A ce cas, tout à fait particulier en ce qui concerne le changement de l'énergie, il a été fait allusion au n°. 5. Relativement à l'*augmentation* que, dans de pareilles conditions, l'énergie du champ électrique éprouve lors de la présence d'un second conducteur, nous n'entrerons ici dans aucun détail.

UTRECHT, mai 1885.

TROISIÈME LIVRAISON.

D. J. Korteweg, Sur la stabilité des trajectoires planes périodiques.....Pag. 201.

C. H. C. Grinwis, De l'influence des conducteurs sur la distribution de l'énergie électrique " 251.

CONDITIONS DE L'ABONNEMENT.

Les **Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles** paraissent à des époques indéterminées, en livraisons de 6 à 12 feuilles d'impression, avec un nombre illimité de planches coloriées et noires.

Trente feuilles forment un volume.

Avec la dernière livraison de chaque volume les souscripteurs reçoivent gratis une table des matières, un titre général et une couverture.

Les abonnements engagent à un volume seulement. Les livraisons ne se vendent pas séparément.

Le prix du volume, avec les planches, est fixé à *fl.* 6.—.

On souscrit chez l'éditeur et chez tous les libraires des Pays-Bas et de l'étranger.

Un certain nombre de collections des tomes I à XX (années 1866—1886) sont mises à la disposition des Savants, Bibliothèques ou Etablissements publics au prix de 80 florins (168 francs, 134 Reichsmark). S'adresser directement au Secrétaire de la Société hollandaise des Sciences à Harlem.

HARLEM. — IMPRIMERIE DES HÉRITIERS LOOSJES.

ARCHIVES NÉERLANDAISES
DES
Sciences exactes et naturelles.

LES PREMIERS ÉTATS DES VACUOLES,

PAR

F. A. F. C. WENT.

§ 1. Introduction.

Jusqu'en ces derniers temps, les opinions régnant au sujet des vacuoles étaient très vagues. Seul, Hanstein [1]) avait présumé l'existence d'une paroi vivante autour de la vacuole, tandis que M. Nägeli [2]) et M. Pfeffer [3]) pensaient que la vacuole était entourée d'une membrane formée par précipitation.

M. de Vries [4]) fit voir que toute vacuole est pourvue d'une paroi propre; par divers moyens il put tuer la couche pariétale du protoplasma, tout en conservant vivante la paroi de la vacuole. Le mode qui lui réussit le mieux fut la plasmolyse par une dissolution de nitre à 10 pour cent; après ce traitement, il faisait crever les vacuoles par la chaleur. En harmonie avec la nomenclature adoptée par M. Strasburger, (chromatophores, leucoplastes, chromoplastes), M. de Vries emploie, pour la paroi de la vacuole, le nom de *tonoplaste*.

1) Hanstein, *Das Protoplasma*, Heidelberg, 1880, p. 157.

2) Nägeli *und* Cramer, *Pflanzenphysiologische Untersuchungen*, Zürich, 1885.

3) Pfeffer, *Osmotische Untersuchungen*, p. 139.

4) De Vries, *Plasm. Stud. über die Wand der Vacuolen*, dans *Pringsh. Jahrb. XVI*, 1885, p. 465.

Naturellement, avant la publication de ce dernier Mémoire, on ne pouvait se faire aucune idée nette des premiers états des vacuoles. Suivant l'opinion généralement reçue, les cellules les plus jeunes ne devaient pas contenir de vacuoles, et celles-ci n'apparaîtraient que lorsque la cellule commence à prendre de l'accroissement. Ces vacuoles naîtraient alors, comme se l'était représenté Hofmeister [1]), dans des cellules dont le protoplasma est trop fortement imbibé d'eau. Pour mieux faire ressortir cette opinion, je citerai le passage suivant du Traité de M. Sachs [2]): „Mais à l'origine le suc cellulaire manque. Examinées, en effet, à une phase très primitive de leur développement, ces mêmes cellules sont plus petites; leur membrane est plus mince; leur protoplasma forme un corps solide, au milieu duquel se trouve un noyau relativement très grand. Le suc cellulaire n'apparaît que lorsque le volume total de la cellule augmente rapidement; il se présente d'abord à l'intérieur du protoplasma sous forme de gouttelettes isolées que l'on nomme *vacuoles*; plus tard ces gouttes ou vacuoles se réunissent d'ordinaire et se fondent en une masse liquide unique, entourée par le protoplasma qui a pris maintenant la forme d'un sac creux." Ces vues étaient encore celles de M. Sachs en 1882 [3]); elles ont également été exposées par d'autres observateurs, tels que MM. Nägeli et Schwendener [4]), Hanstein [5]) et, en ce qui concerne les Champignons, M. de Bary [6]), Enfin, je rapporterai encore les lignes suivantes de M. van Tieghem [7]), qui montrent que cet auteur partageait la même opinion: „Mais plus fréquemment on voit dans la jeune cellule le protoplasma former une masse

---

1) Hofmeister, *Pflanzenzelle*, p. 5 et 6.

2) *Lehrbuch der Botanik*, trad. de Ph. van Tieghem, 1874, p. 2.

3) *Vorlesungen über Pflanzenphysiologie*, 1882, p. 96, 513, 687, 741.

4) *Das Mikroskop*, p. 548.

5) *Das Protoplasma*, p. 201.

6) *Vergl. Morph. u. Biol. der Pilze, Mycet. u. Bacterien*, 1884, p. 6, 113, 122.

7) *Traité de Botanique*, 1884, p. 585.

pleine et continue. C'est plus tard seulement, quand la cellule grandit, que le suc y fait son apparition."

Dans cet état des choses, il était nécessaire d'examiner à nouveau, en tenant compte des résultats obtenus par M. de Vries, les premières phases du développement des vacuoles. M. de Vries, touchant ce sujet en passant, avait émis une hypothèse [1]) qui a servi de point de départ à mes recherches. Cette hypothese se laisse résumer comme il suit. Dans les cellules les plus jeunes il existe des tonoplastes; ceux-ci se multiplient par division, tout comme les noyaux et les chromatophores; par suite, chaque cellule fille contiendra une ou plusieurs vacuoles provenant de la cellule mère, et il n'y a donc pas de néogenèse de vacuoles aux dépens du protoplasma. Suivant l'opinion courante au sujet de l'absence de gouttelettes liquides dans les cellules les plus jeunes, M. de Vries admettait que dans cet état les tonoplastes n'étaient pas creux, mais pleins, et que plus tard seulement ils produisaient des vacuoles.

Des faits qui vont être exposés il ressortira que réellement, dès le plus jeune âge des cellules, on y trouve des tonoplastes, que ceux-ci se multiplient par voie de segmentation, et donnent ainsi naissance à toutes les vacuoles que les cellules présenteront plus tard. Sous ce rapport, les faits confirment donc l'hypothèse de M. de Vries. Mais nous verrons, en même temps, que l'opinion générale concernant l'absence de vacuoles dans les cellules les plus jeunes est inexacte, attendu qu'elles peuvent y être reconnues avec pleine certitude, quand on procède aux recherches par une méthode spéciale. A cet égard, l'hypothèse en question doit donc subir une modification. Ainsi amendée, la proposition à établir peut être énoncée en ces termes: *Les cellules même les plus jeunes contiennent des vacuoles pourvues d'une paroi propre; ces vacuoles se multiplient par division, et de là dérivent toutes les vacuoles qui plus tard existent dans les cellules.*

[6]) *l.c.*, p. 489.

A la démonstration de cette proposition sont consacrés les §§ 2 et 3 du présent travail. Au § 2 j'ai mis hors de doute, me semble-t-il, que toutes les cellules végétales vivantes renferment des vacuoles. A cet effet, je n'avais à m'occuper, bien entendu, que des cellules très jeunes, chez lesquelles on admettait jusqu'ici l'absence de vacuoles. Or, j'ai réussi à observer des vacuoles dans les plus jeunes cellules du méristème de la racine ou de la tige des Phanérogames (voir Pl. V, fig. 1), dans les cellules terminales des Cryptogames (Pl. V, fig. 2 et 3) et aussi dans les organes reproducteurs des plantes, tant supérieures qu'inférieures. Dans la plupart des cas, l'existence d'une paroi autour de la vacuole a également été reconnue. Au § 3, j'essaierai de démontrer que les vacuoles possèdent généralement le pouvoir de se diviser, notamment dans le mycèle des Champignons (Pl. V, fig. 4), les grains de pollen (Pl. V, fig. 5), les jeunes poils (Pl. V, fig. 6) et les cellules du méristème (Pl. V, fig. 7). Le § 4 devra mettre en lumière l'inexactitude de l'opinion antérieure suivant laquelle des vacuoles pourraient se produire, sous l'action de l'eau, en des points quelconques du protoplasma; je tâcherai de faire voir que, dans tous les cas cités à l'appui de cette opinion, il ne s'agit que du gonflement de vacuoles préexistantes (Pl. VI, fig. 1). Bien entendu, — et nous reviendrons sur ce point, — je n'ai pas en vue ici la soi-disant formation de vacuoles qu'on observe lors de la désorganisation des noyaux et des trophoplastes; c'est là, en effet, un phénomène pathologique, qui ne saurait être comparé à ce qui a lieu dans la vie normale. — Comme conséquence de ces trois §§, je crois pouvoir conclure que toutes les vacuoles d'une plante proviennent, par division, de la vacuole de l'oosphère de la plante mère. Le dernier § traitera de quelques faits sans connexion directe avec ce qui précède, savoir de l'existence, dans les cellules adultes, de différentes espèces de vacuoles. Je montrerai que, surtout dans les cellules colorées, on trouve à côté de la grande vacuole colorée, de petites vacuoles

incolores (Pl. VI, fig. 2—10); j'ai donné à celles-ci le nom de vacuoles adventives. Souvent on les distingue au premier coup d'œil, mais parfois elles doivent être rendues visibles par un mode particulier de préparation.

§ 2. Toutes les cellules vivantes contiennent des vacuoles.

Pour prouver que toutes les cellules végétales vivantes renferment des vacuoles, il suffit évidemment de considérer celles qui sont encore à l'état méristématique. Jusqu'ici, les cellules les plus jeunes de la racine et de la tige des Phanérogames ont toujours été figurées sans vacuoles; une étude plus attentive nous convaincra que cela tenait à l'imperfection des observations. Il faut ajouter qu'on partait de l'idée préconçue que, dans les cellules du méristème, aucune différenciation n'avait encore eu lieu. En outre, la plupart des cellules méristématiques sont tellement remplies de protoplasma, que souvent on ne peut rien distinguer de leur contenu. Enfin, les préparations étaient ordinairement examinées dans l'eau, bien que M. Nägeli eût déjà fait remarquer que, sous l'influence de ce liquide, le contenu de la cellule est désorganisé. Il convient donc de suivre le précepte donné par M. Strasburger dans son *Botanisches Praktikum*, savoir, de placer les coupes dans une solution aqueuse de sucre, de 3—5°/₀; si, en outre, on a eu soin de prendre des coupes n'ayant pas moins, mais aussi pas beaucoup plus de 1 cellule d'épaisseur, on se convaincra que toutes les cellules méristématiques, ainsi que les cellules initiales de la racine et de la tige, sont criblées de petites vacuoles. Le mieux est de choisir, pour cette observation, des coupes longitudinales, vu qu'en opérant sur des sections transversales on n'est pas toujours parfaitement sûr d'avoir affaire aux cellules les plus jeunes. A la vérité, celles-ci m'ont parfois échappé aussi dans des coupes longitudinales; mais, en pareil cas, des vacuoles se voyaient pourtant très distinctement là où, jadis, leur présence n'était pas

soupçonnée. Dans différentes cellules initiales j'ai donc trouvé des vacuoles, et ce résultat peut avec confiance être étendu à toutes les cellules de ce genre, puisque, chez un grand nombre de plantes, j'ai constaté l'existence de vacuoles dans des cellules un peu plus âgées, où elles n'avaient pas non plus été observées jusqu'alors. On doit remarquer, d'ailleurs, que la non-visibilité des vacuoles ne prouve pas leur absence. D'abord, il se peut que le protoplasma soit déjà mort au cours de la préparation, ce qui toutefois est facile à reconnaître lorsque la solution de sucre a été colorée en rouge par un peu d'éosine, le protoplasma mort prenant alors une teinte rouge foncé. Ensuite, dans une foule de cas, le protoplasma est ou bien trop réfringent, ou bien trop granuleux, pour laisser distinguer quelque chose de son contenu. Souvent, chez une même espèce, les cellules du sommet de la racine ou de de la tige tantôt sont remplies d'un protoplasma complètement opaque, tantôt présentent des vacuoles nettement visibles.

Je vais maintenant énumérer les cas où, entre les leucoplastes et les granules protoplasmiques, j'ai réussi à voir très distinctement des vacuoles, au sommet de la racine ou de la tige.

Commençons par les racines. Dans les cellules les plus jeunes de racines d'*Allium Cepa*, qui avaient 2—3 mm. d'épaisseur, j'ai observé une multitude de très petites vacuoles; les plus grandes mesuraient en diamètre environ 4 micr., les plus petites 1 micr. Lorsque les préparations étaient soumises à l'action d'une solution de nitre à 10 °/₀, colorée par l'éosine, le protoplasma se détachait de la paroi cellulaire; il était tué, comme l'attestait la couleur rouge foncé qu'il avait prise. En cet état, à cause de l'abondance du protoplasma, il n'était ordinairement plus possible d'apercevoir les vacuoles; par la pression, toutefois, je pus dans quelques cas les faire sortir du protoplasma mort, et elles apparaissaient alors comme des vésicules incolores dans la solution rouge d'éosine. Cela prouvait que la vacuole était entourée d'une paroi, qui de-

meurait vivante, après que la reste du protoplasma avait déjà été tué. Chauffés lentement sous le microscope, les tonoplastes éclatèrent dès que fut franchie la limite de température compatible avec la vie. Dans la fig. 1, Pl. V, sont représentées 6 des plus jeunes cellules d'une racine aérienne de *Phoenix reclinata*, vue sur une coupe longitudinale. Le sommet de la racine se trouvait à environ 1 dm. de profondeur dans le sol; on voit que chaque cellule contient nombre de vacuoles de dimension très diverses. Le résultat fut le même pour les cellules des autres sommets de racines soumis à l'examen; telles sont les cellules initiales des racines de plantules de *Vicia Faba*, *Lupinus luteus*, *Zea Mais*, ainsi que les très jeunes cellules des racines de *Hydrocharis Morsus Ranae* et *Cycas rumphii* et des racines aériennes de *Phalangium lineare*, *Vanda tricolor*, *Tradescantia Warscewizii* et *Scindapsus pertusus*.

Le meilleur exemple de l'existence de vacuoles dans les cellules initiales du sommet de la tige est fourni par *l'Asparagus officinalis*. En pratiquant des coupes longitudinales dans une jeune pousse d'asperge sur le point de sortir de terre, on y retrouvera exactement tout ce qui a été décrit ci-dessus pour les sommets de racines. Les autres sommets caulinaires, dans les cellules initiales desquels j'ai trouvé des vacuoles, provenaient de: *Aristolochia Clematitis*, *Tecoma radicans*, *Hippuris vulgaris* et *Fraxinus excelsior;* j'en ai vu, en outre, dans de très jeunes cellules de la tige, chez *Geranium pyrenaïcum* et *Bryonia dioica*.

Comme, dans les méristèmes des plantes supérieures, il n'est pas toujours possible de dire avec certitude quelles sont les cellules initiales, j'ai examiné les cellules terminales de cryptogames. La cellule terminale de la tige de plantules de *Salvinia natans* (fig. 2, Pl. V) contient ordinairement une grande quantité de protoplasma granuleux; les microsomes rendent quelquefois invisible tout le contenu de la cellule, mais, en général, ils sont rassemblés autour du noyau, contre la dernière paroi de segmentation. De cet amas granuleux partent dans

tous les sens de petites bandelettes, tantôt ramifiées, tantôt indivises. Au premier coup d'œil on ne distingue pas bien ce qui se trouve entre ces bandelettes; par la plasmolyse, toutefois, il devient évident qu'il s'agit ici d'une grande vacuole. Les petites branches de protoplasma se rendent donc du noyau à la couche pariétale. Après la plasmolyse par une solution aqueuse de nitre à 10 %, le protoplasma resta encore en vie pendant quelque temps, mais au bout d'une demi-heure il était mort. Le tonoplaste, toujours vivant, se dégagea alors partiellement du protoplasma; en le chauffant sous le microscope, je pus le faire éclater; il y a donc, dans la cellule terminale du *Salvinia*, une vacuole avec paroi propre.

Dans la fig. 3, Pl. V, est représentée la cellule terminale d'une racine aérienne de *Cyathea medullaris*, dont le contenu avait été plasmolysé par une solution de nitre à 8 %, enlevée ensuite au moyen de lavages à l'eau. On voit que dans ce traitement le protoplasma avait été tué, ce que confirme d'ailleurs la coloration rouge communiquée par l'éosine; il était en partie appliqué contre le tonoplaste, en partie retiré dans deux des angles de la cellule; la vacuole s'était déjà agrandie avant l'exécution du dessin, et éclata peu après. Les cellules situées autour de la cellule terminale présentaient exactement le même phénomène, savoir, une vacuole vivante entre du protoplasma mort.

Outre les cellules terminales précitées, j'ai encore étudié celles des racines aériennes d'*Alsophila australis*, des rejets de *Polypodium Paradiseae*, des tiges d'une espèce de *Jungermannia*, d'un *Chara* et d'un *Nitella*. Les premières de ces plantes ne présentaient généralement qu'une seule vacuole dans la cellule terminale, mais les deux dernières en avaient un grand nombre. Pour se faire une idée de l'aspect du contenu de la cellule terminale d'une Characée, on n'a qu'à se reporter aux figures que M. Pringsheim [1]) a données du proembryon des *Chara*.

[1]) Pringsh. *Jahrb. f. Wiss. Bot.*, T. III, Pl. XII, fig. 3, 4.

Que chez les Algues inférieures on trouve généralement des vacuoles, même dans les cellules les plus jeunes, c'est là un fait suffisamment connu; il suffit de rappeler ici les *Spirogyra*, *Conferva*, *Vaucheria* et autres Algues filamenteuses.

Chez les Champignons, les cellules les plus jeunes sont souvent remplies d'un protoplasma si réfringent qu'on ne peut rien observer de leur contenu. Néanmoins, il n'est pas rare de trouver, dans la même plante, des filaments à contenu tout à fait indistinct et d'autres où les cellules les plus jeunes sont nettement vues criblées d'innombrables vacuoles; tel est le cas, par exemple, chez le *Cladosporium herbarum*. Je les ai également vues en grand nombre dans les cellules les plus jeunes du mycélium des *Phycomyces*, *Penicillium*, *Mucor* et *Stilbum*.

Dans les organes reproducteurs des Algues et des Champignons, la présence des vacuoles était, en maints cas, depuis longtemps connue, ou du moins figurée. Comme exemples, nous citerons les zygospores des *Spirogyra*, les oospores des *Vaucheria* et des *Oedogonium*, ainsi que les zoospores des *Vaucheria*. Chez les *Saccharomyces*, les cellules produits par bourgeonnement contiennent toujours quelques vacuoles, avant même que la connexion avec la cellule mère soit rompue; parfois la chose n'est pas nettement visible, à cause de la trop forte réfringence des protoplastes. Le *Dematium pullulans* offre le même phénomène; chez cette plante, après avoir tué le reste du protoplasma par une solution de nitre à 10 °/₀, j'ai pu isoler les vacuoles, puis constater, en les faisant éclater, la présence d'un tonoplaste. Les spores des Champignons, arrivées à un certain âge, sont souvent opaques; mais lorsqu'elles sont encore jeunes, on y trouve constamment des vacuoles; j'ai vu celles-ci, notamment, dans les spores de *Mucor*, *Phycomyces nitens*, *Pilobolus cristallinus*, *Penicillium glaucum* et *Stilbum*, dans les sporanges et les zoospores de *Phytophtora infestans* et d'*Achlya*, et dans les asques et les ascospores de *Hypocopra stercoraria* et d'*Ascobolus furfuraceus*.

Arrivant maitenant à l'existence de vacuoles dans le sac embryonnaire et l'oosphère des Phanérogames, je dois dire

que ce sujet n'est pas entièrement neuf. Si personne n'a mentionné avoir vu des vacuoles dans l'oosphère, différents observateurs, tels que M. Sachs [1]) et M. Strasburger [2]), les y ont pourtant figurées. Quant au sac embryonnaire, M. Nägeli et Hofmeister savaient déjà qu'il contient des vacuoles en grande quantité. A ces observations j'en ajouterai quelques autres, qui me sont propres. J'ai vu d'innombrables vacuoles dans le sac embryonnaire de *Fritillaria Meleagris*, *Tulipa* spec., *Hemerocallis fulva* et *Arum maculatum*; dans tous ces cas, l'existence d'un tonoplaste put être mise en évidence. J'ai aussi trouvé une dizaine de vacuoles dans les corpuscules de *Larix europaea*, et une ou plusieurs vacuoles, entourées d'une paroi propre, dans l'oosphère chez: *Imantophyllum miniatum*, *Scilla bifolia*, *Fritillaria Meleagris*, *Tulipa* spec., *Narcissus poeticus* et *Iris germanica*. Dans le sac embryonnaire, l'oosphère et l'embryon de *Draba verna* j'ai également pu découvrir des vacuoles (ici encore il fut possible d'isoler le tonoplaste), et de même dans l'embryon de *Cardamine hirsuta* et de *Capsella Bursa Pastoris*.

Enfin, j'ai encore examiné les cellules cambiales de *Betula*, *Acer* et *Aesculus*, ainsi que les grains du pollen de *Doronicum macrophyllum*, *Fritillaria imperialis*, *Polygonatum vulgare*, *Tulipa* spec., *Glycine sinensis* et *Cucurbita Pepo*; dans tous ces cas, le présence des vacuoles fut constatée.

Chez les Cryptogames, les organes reproducteurs mâles sont si petits qu'il ne m'a pas été possible, avec les grossissements dont je disposais (le plus fort était l'objectif *F* de Zeiss avec appareil d'Abbe), de rien décider concernant l'existence de vacuoles dans les spermatozoïdes.

En résumant les résultats communiqués dans le présent §, nous arrivons donc à cette conclusion générale:

Toutes les cellules végétales vivantes contiennent des vacuoles (sauf, peut-être, les Spermatozoïdes, les Cyanophycées et les Bacteries).

---

[1]) *Lehrbuch der Botanik*, 1874, fig. 354, 355, 399.

[2]) *Zellbildung und Zellthei'ung*, 3e Aufl., 1880, Pl. V, fig 124—136; *Botanisches Praktikum*, 1884, fig. 153, 168.

§ 3. La division et le fusionnement des vacuoles.

Les objets où se laissent le mieux voir la division et le fusionnement des vacuoles sont les cellules du mycélium des Champignons. Avec elles, en effet, l'observation n'est pas entravée par des cellules environnantes, de sorte que tous les phénomènes peuvent être étudiés sans la moindre peine; un autre grand avantage des Champignons, c'est qu'on peut les examiner dans leurs conditions biologiques naturelles. J'ai cultivé les Champignons dans une faible décoction de raisins secs. Pour l'étude au microscope, j'ai une couple de fois fait usage des chambres humides recommandées par M. Strasburger; mais, comme il fallait presque toujours des grossissements assez forts, j'ai trouvé préférable de me servir d'un couvre-objet ordinaire, en ayant soin de renouveler de temps en temps le liquide. Dans les deux cas, les faits observés sont exactement semblables. On voit de temps à autre une vacuole se diviser en deux plus petites, qui a leur tour peuvent reproduire le même phénomène; par contre, on voit aussi certaines vacuoles se réunir entre elles, de manière à en former de plus grandes. Je décrirai le phénomène avec quelque détail chez l'une des espèces, après quoi je mentionnerai brièvement les autres cas dans lesquels je l'ai observé.

Sur la Pl. V, fig. 4, j'ai représenté plusieurs fois de suite une même cellule de *Dematium pullulans*, pour montrer les changements qui s'y étaient produits dans l'espace d'environ trois quarts d'heure; 2 heures 45 min. auparavant, la cellule contenait 4 grandes vacuoles et 5 plus petites, qui peu à peu se fusionnèrent en 2 grandes; puis la paroi protoplasmique qui séparait ces deux vacuoles s'amincit de plus en plus et finalement se déchira; c'est alors que fut dessinée la fig. 4*a*. On voit que le protoplasma pariétal ne forme pas une couche d'épaisseur uniforme autour de la vacuole, mais qu'en deux

points, α et β, il est un peu accumulé; ces accumulations ne sont autre chose que les derniers vestiges de la paroi qui antérieurement divisait la vacuole en deux; les parties α et β deviennent maintenant de plus en plus petites, et en même temps elles se déplacent le long de la vacuole, comme le montre la fig. 4*b*; dans la fig. 4*c* elles ont entièrement disparu. Entretemps, il s'est formé dans la vacuole une protubérance annulaire, qui, sur la coupe optique, a naturellement l'aspect de deux protubérances situées vis-à-vis l'une de l'autre, γ et δ, fig. 4*b*; celles-ci se déplacent peu à peu vers le haut, et simultanément elles s'accroissent, de manière que bientôt il ne reste plus qu'un étroit canal entre les deux moitiés de la vacuole (fig. 4*c*). Ensuite, ces protubérances se confondent, et la vacuole se trouve alors partagée en deux vacuoles plus petites (fig. 4*d*); dans la supérieure de celles-ci, on voit de nouveau se produire deux expansions de protoplasma; l'une η apparaît vers le haut et se déplace successivement vers le bas (fig. 4*d* et *e*); l'autre, au contraire, naît au bas, du côté opposé, puis s'avance vers le haut et finit par disparaître. Dans la vacuole inférieure, le tonoplaste s'infléchit annulairement (fig. 4*d*, ε et ζ); ε et ζ se réunirent, et la cellule contint alors trois vacuoles. Cet état persista pendant quelques heures, après quoi l'observation fut interrompue. Ainsi qu'il a été dit au § précédent, je me suis assuré, par la plasmolyse dans une solution de nitre à 10 °/₀, que les vacuoles du *Dematium pullulans* sont entourées d'une paroi propre.

J'ai encore observé la division des vacuoles chez les Champignons des genres: *Phycomyces*, *Saccharomyces*, *Penicillium* et *Stilbum*; dans ces divers cas, toutefois, la division ne progressait que très lentement. Chez le *Nitella flexilis*, au contraire, dans la cellule terminale d'une des feuilles du dernier verticille, j'ai vu une vacuole subir une bipartition très brusque.

Pour les autres cas qui m'ont offert une segmentation de vacuoles, je me contenterai d'une brève énumération, en renvoyant d'ailleurs à l'explication des figures. En général,

tant pour les grains de pollen que pour les jeunes poils ou les cellules méristématiques, on doit souvent chercher longtemps avant de trouver une vacuole en voie de segmentation. Toutes ces préparations, bien entendu, doivent être examinées dans une solution de sucre, de 3—5 °/₀.

En ce qui concerne les grains de pollen, j'ai observé la division et le fusionnement de vacuoles dans ceux du *Polygonatum vulgare* (Pl. V, fig. 5*a*—*c*) et du *Glycine sinensis*, ainsi que dans de très jeunes cellules d'une anthère de *Lilium candidum*. J'ai aussi vu le phénomène dans les jeunes poils de bourgeons de *Bryonia dioica* (Pl. V, fig. 6, *a*—*b*), *Cucurbita Pepo*, *Rhododendrum*, *Lycium europaeum*, *Lupinus luteus*, *Ribes aureum* et *Jungermannia* spec., ainsi que dans les paraphyses des fleurs femelles de *Funaria hygrometrica*.

La division de vacuoles a été constatée, en outre, dans des embryons de *Capsella Bursa Pastoris* (Pl. V, fig. 7 *a*—*c*), dans de jeunes ovules de *Limnanthemum cordatum*, de jeunes enveloppes florales d'*Aristolochia Clematitis*, de très jeunes cellules épidermiques des feuilles de *Vitis vinifera* et de *Geranium pyrenaicum*, enfin dans des cellules méristématiques du sommet de la tige d'*Asparagus officinalis* et d' *Hydrocharis Morsus Ranae* et du sommet de la racine de *Phoenix reclinata* et de *Vicia Faba*.

La possibilité d'une division spontanée des vacuoles était déjà à présumer d'après les faits antérieurement connus; depuis longtemps, en effet, des vacuoles avaient été amenées artificiellement à se segmenter en deux ou plusieurs parties. On sait comment ce résultat fut obtenu, chez *Chara* et *Nitella*, par Dutrochet [1]) et par M. Pringsheim [2]). Lors de la plasmolyse, la vacuole est également parfois fractionnée en vacuoles plus petites, surtout dans des cellules allongées. Dans ces divers cas, rien n'était encore connu de l'existence d'une paroi autour de la vacuole; il va sans dire, toutefois, que,

[1]) *Sur la circulation des fluides chez la Chara fragilis*, dans *Ann. d. sc. nat* 2e sér., t. IX, 1838.

[2]) *Pringsh. Jahrbuch f. wiss. Bot.*, T. XII, p. 324.

dans les phénomènes dont il vient d'être question, cette paroi doit elle-même se diviser en deux ou plusieurs parties. C'est, effectivement, ce que M. de Vries [1]) a observé, après que tout le reste du protoplasma eut été tué, par exemple chez *Spirogyra*.

Il n'y a guère plus d'une demi-année que nous connaissons un cas de segmentation de vacuoles dans la vie normale. M. de Vries [2]) venait de découvrir, en effet, que le phénomène de l'agrégation dans les tentacules du *Drosera*, observé pour la première fois par Darwin, consiste essentiellement en une division continue de la grande vacuole colorée en rouge, division qui donne lieu à un grand nombre de nouvelles vacuoles, d'un volume décroissant.

Quelquefois, j'ai vu la division de la vacuole être suivie de la division de la cellule, savoir, une fois chez le *Cladosporium herbarum*, et deux fois chez le *Cucurbita Pepo* (Pl. V, fig. 8 *a—b*). On peut vraisemblablement admettre, comme règle générale, que la division de la cellule est précédée de la division de la vacuole, ou que les deux phénomènes ont lieu simultanément; la première de ces relations s'observerait dans les cellules du méristème, la seconde chez les Confervacées (ex. *Spirogyra*) et dans quelques autres cas, par ex. chez les poils.

Je n'ai pu décider comment la paroi de la vacuole se comporte lors de la division, si elle y est active ou passive. Quand on compare les tonoplastes aux noyaux et aux chromatophores, on est porté à présumer que les vacuoles se divisent, elles aussi, indépendamment du protoplasma environnant. L'observation de Hofmeister [3]), que lors de la production de petites bandelettes protoplasmiques (qui n'ont qu'une différence quantitative avec les parois protoplasmiques formées lors de la di-

---

[1]) *Plasm. Studien über die Wand der Vacuolen*, dans *Pringsh. Jahrb. f. wiss. Bot.* T. XVI, p. 499, Pl. XXIV, fig. 1 A—C.

[2]) *Bot. Zeitg.*, 1886, p. 1.

[3]) *Pflanzenzelle*, p. 44, 45.

vison des vacuoles) on voit d'abord une évagination hyaline, dans laquelle le protoplasma granuleux n'est aspiré que plus tard, cette observation, dis-je, plaide également en faveur de l'opinion que les tonoplastes jouent un rôle actif dans la segmentation des vacuoles.

L'étude attentive des vacuoles dans les cellules méristématiques les plus jeunes m'a fait reconnaître que non-seulement elles y éprouvent fréquemment des divisions et des fusionnements, mais qu'en outre il s'opère à chaque instant des protractions et rétractions protoplasmiques (Pl. V, fig. 4, 6, 7). Même dans de très jeunes cellules, le protoplasma est donc en mouvement continuel; d'après l'opinion régnante, des mouvements protoplasmiques n'apparaîtraient que dans des cellules un peu plus âgées, après l'état méristématique [1]).

En résumant brièvement le contenu de ce §, nous obtenons donc les résultats suivants:

1. *Toutes les vacuoles d'une plante proviennent, par voie de division, de la vacuole de l'oosphère de la plante mère.*

2. *Les tonoplastes se trouvent donc, comme organes du protoplasma, sur la même ligne que les noyaux et les chromatophores.*

§ 4. Les vacuoles ne se forment jamais aux dépens du protoplasma.

Des faits rapportés dans les §§ précédents il ressort déjà, avec une assez grande probabilité, que nulle part ne s'opère une formation nouvelle de vacuoles aux dépens du protoplasma. Il y a quelques cas, toutefois, où pareille formation libre était jusqu'ici admise, et cela principalement à la suite des recherches de MM. Nägeli [2]), Hofmeister [3]), Sachs [4]) et

---

[1]) Voir: Hofmeister, *Pflanzenzelle*, p. 35.

[2]) Nägeli *und* Cramer, *Pflanzenphysiologische Untersuchungen*, 1855, I. p. 9, 24; Nägeli, *Das Mikroskop*, p. 549.

[3]) *Pflanzenzelle*, p. 6, 73.

[4]) *Lehrbuch der Botanik*, 4e Aufl., p. 42, fig. 40.

Pfeffer [1]) sur ce qui se passe, chez différentes cellules, quand leur contenu s'échappe dans l'eau. L'exemple classique est, depuis M. Sachs, le contenu des tubes de *Vaucheria*, qui, placé dans l'eau, forme, d'après lui et d'autres observateurs, de nombreuses vacuoles. Chez tout sortes d'autres cellules on prétendait avoir vu le même phénomène, mais, comme nous le verrons plus loin, il n'y avait là qu'un simple gonflement de vacuoles préexistantes. M. Strasburger, qui en 1876 partageait encore cette même opinion concernant la production de vacuoles dans l'eau [2]), fut le premier à donner l'interprétation exacte de ce qui a lieu chez le *Vaucheria* [3]). Il vit que, lorsqu'on coupe un tube de *Vaucheria* immergé dans l'eau, la grande vacuole subit une suite d'étranglements, et que les parties étranglées, entourées de protoplasma et de grains de chlorophylle, deviennent libres; ensuite il les vit se gonfler et éclater. De l'apparition de vacuoles nouvelles, il ne fait aucune mention.

Le résultat de mes propres observations est que jamais il ne se forme de vacuoles là où il n'en préexistait pas. Si l'on prend des cellules montrant un certain nombre de vacuoles, et qu'on en porte le contenu dans une solution de sucre à 5°/₀, les vacuoles conservent ordinairement les mêmes dimensions, tandis que le protoplasma meurt peu à peu, comme on peut s'en assurer au moyen de l'éosine. La solution de sucre est-elle alors remplacée par l'eau, les vacuoles se gonflent et bientôt éclatent. Ce phénomène est donc très simple; je l'ai observé sur le contenu des tubes sporangifères de *Pilobolus cristallinus*, des sacs embryonnaires de *Draba verna*, des jeunes grains de pollen de *Tulipa*, *Glycine sinensis*, *Cucurbita Pepo* et *Polygonatum vulgare*, des jeunes zoosporanges d'*Achlya*, et des cellules internodiales de *Nitella flexilis* et de *Chara*. Ce dernier cas paraît un peu plus compliqué. Quand on met dans

1) *Pflanzenphysiologie*, I, fig. 4, p. 35.

2) *Studien über das Protoplasma*, p. 415, 416.

3) *Botanisches Praktikum*, 1884, p. 45, 46.

l'eau une cellule internodiale entamée, on voit s'en échapper de grandes quantités de protoplasma avec grains de chlorophylle. En même temps, une foule de petites vacuoles sortent de la cellule; ces vacuoles se gonflent et éclatent au bout de quelque temps; elles possèdent une paroi propre, qui reste vivante alors que le protoplasma est déjà mort. Quelle est l'origine de ces vacuoles? On voit très distinctement qu'elles proviennent de la cellule et n'ont donc pas pris naissance par l'action de l'eau sur le protoplasma, ainsi que cela devrait être le cas suivant Hofmeister et M. Pfeffer. Malheureusement, les cellules de *Nitella* contiennent une très grande masse de protoplasma; celui-ci s'accumule encore plus lors de sa sortie, de sorte qu'il est impossible de reconnaître, avec parfaite certitude, quelle place ces vacuoles occupent dans la cellule. Comme il a été dit, elles s'agrandissent dans l'eau, mais pas très fortement; elles ne peuvent donc pas non plus avoir été très grandes à l'intérieur de la cellule même. Cela devient manifeste lorsque le contenu de la cellule est plongé dans une solution de sucre à 5°/₀, solution où la dimension de ces vacuoles demeure constante; on voit alors que leur diamètre est à peu près égal à celui des globules entraînés par le courant protoplasmique. Aussi est-il assez probable qu'un certain nombre de ces corpuscules, si mystérieux jusqu'ici, ne sont autre chose que de petites vacuoles, non fusionnées avec les grandes. Nous savons, en effet, que les jeunes cellules contiennent une multitude de vacuoles; or, si la plupart de celles-ci sont plus tard entraînées dans la circulation du protoplasma, après s'être d'abord encore divisées quelques fois, on a l'explication du phénomène, tel qu'il se présente chez les *Nitella*; cette explication serait conforme à l'opinion de M. Nägeli et de M. Pfeffer [1]), qui pensent que le protoplasma granuleux doit essentiellement son aspect à de très petites vacuoles, qu'il emporterait dans son mouvement circulatoire.

[1]) *Pflanzenphysiologie*, I, p. 32.

Le phénomène devient moins simple lorsque la cellule, dont on épanche le contenu dans l'eau, ne contient qu'une vacuole unique. On voit alors apparaître de nouvelles vacuoles, qu'à première vue on serait tenté d'attribuer à une néogenèse. Un examen plus attentif montre, toutefois, que toutes ces vacuoles se sont formées aux dépens de la grande, par voie de division. J'ai observé ce phénomène chez quatre plantes: d'abord sur les poils rouges de l'épiderme des feuilles d'un *Coleus* et les poils violets du *Gynura aurantiaca*, puis sur les cellules épidermiques rouge-violet de la face inférieure du *Passiflora trifasciata*. Pour ce dernier cas, je renvoie à l'explication des figures (Pl. VI, fig. 1 *a—e*). Chez les trois plantes qui viennent d'être nommées, la coloration des vacuoles atteste qu'il ne s'agit pas d'une formation libre, mais qu'elles dérivent de la grande vacuole colorée. Enfin, j'ai étudié plus spécialement le phénomène offert par le *Vaucheria*. Ne pouvant entrer ici dans les détails, à cause du défaut de place, je me bornerai aux points essentiels. Lorsque le contenu d'un tube cellulaire de *Vaucheria* est porté dans une solution de sucre à 5 % ou plus, on y voit des vacuoles, qui n'éprouvent aucun grossissement ultérieur; un examen attentif nous apprend qu'elles se séparent de la grande vacuole au moment même de leur arrivée en dehors de la cellule. Souvent, toutefois, elles sont alors rendues complètement invisibles par les grains de chlorophylle qui les entourent; mais, quand ceux-ci sont tués, on peut voir la vacuole encore vivante apparaître distinctement. Le contenu de la cellule est-il porté dans l'eau, les choses se passent de la même manière, à cela près que les vacuoles grossissent peu à peu et par là se dégagent partiellement des grains chlorophylliens et du protoplasma. Il semble alors que ces vacuoles soient de formation nouvelle, bien qu'elles existassent déjà antérieurement, mais couvertes de masses de chlorophylle et de protoplasma. Elles continuent ensuite à se gonfler, et finalement elles éclatent, après la mort préalable du protoplasma enveloppant (accusée par la

coloration rouge en présence de l'éosine). — A cette catégorie appartiennent aussi les poils radicaux de l'*Hydrocharis Morsus Ranae*; bien que je ne les aie pas étudiés moi-même, on peut leur appliquer, par analogie avec ce qui précéde, la même conclusion, savoir, qu'ici non plus il ne se forme de vacuoles nouvelles, mais que celles qui deviennent visibles dérivent de la grande vacuole du poil radical. La comparaison de la figure de M. Pfeffer [1]) et de ma fig. 1 *a—e*, Pl. VI, mettra encore mieux en lumière l'analogie de ce cas avec celui du *Passiflora*.

Le seul cas dans lequel de soi-disant vacuoles naissent réellement en des points où il n'en existait pas, se présente lorsque des noyaux et des chromatophores sont mis en contact avec l'eau. Hofmeister [2]), le premier, assimila ce phénomène à celui que je viens de décrire pour le *Vaucheria*, et plus tard M. Nägeli et M. Schwendener [3]) firent le même rapprochement; ces derniers figurèrent en même temps d'une manière très exacte le gonflement des grains de chlorophylle dans l'eau. M. Schimper, dès son premier Mémoire [4]), signala la variabilité des leucoplastes; lorsqu'une cellule est coupée, l'eau les fait immédiatement gonfler. Postérieurement [5]), il donna quelques figures, d'où semble aussi résulter l'analogie de ce gonflement des leucoplastes avec celui des vacuoles. Au sujet de ces phénomènes, nous devons remarquer que tous les organes du protoplasma, abstraction faite de la tension des parois, doivent attirer l'eau avec une certaine force, savoir, avec une force égale à celle qui est exercée sur l'eau par le suc cellulaire; s'il n'en était pas ainsi, le suc cellulaire enlèverait à ces organes leur eau de constitution, jusqu'à ce que l'équilibre fût établi. De plus, il s'agit ici d'organes qui sont

---

[1]) *Pflanzenphysiologie*, I, fig. 4.
[2]) *Pflanzenzelle*, p. 369.
[3]) *Das Mikroskop*, p, 550.
[4]) *Bot Zeitg.*, 1880, No. 52.
[5]) *Bot. Zeitg.*, 1883, Pl. I, fig. 18, 19, 27 et 56.

entourés d'une paroi, ou, à mieux dire, dont les couches externes sont plus denses que l'intérieur. M. Schimper, dans le Mémoire ci-dessus cité, a insisté à plusieurs reprises sur ce fait, en ce qui concerne les leucoplastes; quant aux noyaux, il est suffisamment connu qu'ils possèdent une couche externe sensiblement hyaline, à laquelle on attribue généralement une densité plus grande que celle des parties intérieures. Or, lorsque de semblables organes seront soustraits à l'influence de leur entourage, ou, même sans pareille soustraction, mis en état d'absorber de l'eau, ils devront nécessairement se distendre plus ou moins; le volume ainsi atteint ne saurait d'ailleurs être très considérable, vu qu'ils ne contiennent qu'une minime quantité de matières hygrométriques. Mais là ne s'arrête pas le changement; la désorganisation arrive, ils se ratatinent, et sont bientôt complètement morts. Ce qui prouve également qu'on n'a pas affaire dans ce cas à des vacuoles normales, c'est que les sphères en question se ratatinent lors de la plasmolyse.

Que faudra-t-il donc, à l'avenir, appeler vacuoles? Il me semble que ce nom devra être appliqué exclusivement aux organes physiologiques qui se trouvent dans la cellule normale et sont entourés d'un tonoplaste. Ils dérivent, par voie de division répétée, de la vacuole de l'oosphère. Quant aux sphères remplies de liquide qui apparaissent lors de la désorganisation des noyaux et des chromatophores, mais qui n'existent pas dans la vie normale de ces organes, on pourra les désigner sous le nom de „vacuoles pathologiques".

Le résultat général, auquel nous sommes parvenus dans ce §, se laisse donc énoncer ainsi:

Les vacuoles ne peuvent naître du protoplasma; là où l'on avait cru observer cette genèse, il ne s'agissait que du gonflement de vacuoles préexistantes.

§ 5. La présence de plusieurs vacuoles dans une même cellule. Vacuoles adventives.

En ce moment règne assez généralement la conviction que

les cellules adultes ne contiennent qu'une seule vacuole. Il est vrai qu'on a parfois observé des phénomènes qui ne s'accordaient pas avec cette opinion, mais ils furent ou bien interprétés faussement, ou bien regardés comme des exceptions. Tels sont les phénomènes remarqués par M. Nägeli [1]) dans les cellules d'un pétale de *Tulipa Gesneriana*, et par M. Hildebrand [2]) dans les pétales de *Strelitzia Reginae* et de *Tillandsia amoena*, ainsi que dans la corolle et les étamines de différentes espèces d'*Acacia*. M. Schimper [3]) a montré que, chez le *Strelitzia*, chaque cellule contient un grand nombre de vacuoles bleues, tandis que les cellules du périanthe de *Tillandsia* (*Bilbergia*) *amoena* n'offriraient qu'au moment de leur mort le phénoméne décrit par M. Hildebrand, savoir la présence de plusieurs vacuoles incolores à coté de la vacuole bleue. Nous verrons bientôt que, très probablement, ces vacuoles incolores elles-mêmes existaient déjà antérieurement.

Je n'ai pu observer qu'assez rarement l'existence, dans une même cellule adulte, de plus d'une vacuole incolore. Cela tient sans doute à ce que le phénomène est alors moins frappant que lorsque, dans la même cellule se trouvent différentes vacuoles colorées. Le plus bel exemple nous est fourni par les poils des bourgeons de *Rhododendrum*. Tandis qu'à l'état très jeune ces poils contiennent un grand nombre de vacuoles, qui se multiplient par voie de division, plus tard on en voit quelques-unes se réunir en une grande vacuole, autour de laquelle les autres (30—60 dans un poil adulte) restent éparpillées. Après plasmolyse par une solution de nitre à 4 °/₀, je pus, aux endroits où le protoplasma s'était accumulé contre le tonoplaste distinguer très nettement les petites vacuoles, enclavées sous

---

1) Nägeli *und* Cramer, *Pflanzenphysiologische Untersuchungen*, 1855, Pl. II, fig, 1, 2.

2) *Anat. Unters. über die Farben der Blüthen*, dans *Pringsh. Jahrb. f. Wiss. Bot.*, T. III, p. 61, Pl, IV, fig. 1, 2, 8.

3) *Ueber die Entwickelung der Chorophyllkörner und Farbkörper*, dans *Bot. Zeitg.*, 1883, p. 127.

forme de globules dans le protoplasma granuleux. Lorsque la solution nitrée à 4 °/₀ était remplacée par une solution à 10 °/₀, le protoplasma mourait, mais les vacuoles, tant grandes que petites, restaient vivantes. En dehors de ce cas, j'ai encore trouvé des vacuoles multiples incolores dans des cellules de feuilles de *Fumaria hygrometrica* et de *Blechnum brasiliense* et dans des cellules internodiales de *Nitella* et de *Chara*.

Les vacuoles accessoires se découvrent beaucoup mieux à la vue lorsque, dans la même cellule, il y a des vacuoles colorées et des vacuoles incolores. Si l'on examine au microscope les cellules colorées en rouge des pétales de *Camellia japonica*, on reconnaît que la vacuole rouge ne remplit pas la cavité cellulaire tout entière, mais qu'en différents endroits — le plus souvent aux angles de la cellule — il est resté des espaces incolores (Pl. VI, fig. 7). Effectue-t-on ensuite la plasmolyse, on remarque que ces espaces se trouvent encore en dedans de la couche pariétale, de sorte que, lorsque le protoplasma se retire de la paroi de la cellule, les cavités incolores sont entraînées avec lui. On peut alors constater qu'il s'agit de corps sphéroïdaux (Pl. VI, fig. 8), qui éclatent par la chaleur, ordinairement après la grande vacuole. Quand on plasmolyse avec une solution de nitre à 10 °/₀, le protoplasma pariétal et le noyau meurent, tandis que les sphéroïdes incolores restent en vie; lavés à l'eau, ils se gonflent et finissent par se rompre. De ces propriétés on peut conclure que ces cavités incolores ne sont autre chose que des vacuoles entourées d'une paroi propre, lesquelles vacuoles existent dans chaque cellule, au nombre de une ou de plusieurs. Nous verrons bientôt que beaucoup de plantes présentent de semblables phénomènes. Il y aura donc utilité à désigner par un nom particulier les petites vacuoles qui se trouvent, à coté de la grande, dans une cellule; j'emploierai à cet effet le nom de „vacuoles adventives", parce que, dans la plupart des cas, elles sont, par rapport à la grande vacuole, un élément accessoire de la cellule. Lorsqu'on envisage plus spécialement la paroi de la

vacuole, on peut parler de „tonoplastes adventifs." La différence de couleur des deux sortes de vacuoles, chez le *Camellia*, indique déjà une différence dans la composition de leur contenu; celle-ci est confirmée par la recherche du tannin. Je me suis servi, pour cette recherche, de la réaction de M. Moll, telle qu'elle a été appliquée par M. de Vries chez les *Spirogyra*. Une cellule épidermique d'un pétale de *Camellia japonica* fut plasmolysée, puis le liquide fut remplacé sous le couvre-objet par une solution d'acétate de cuivre; celle-ci pénétra peu à peu dans la cellule, et aussi dans les différentes vacuoles; les adventives n'en éprouvèrent aucun changement, mais dans la grande vacuole colorée il se forma un précipité brun. Après le remplacement de l'acétate de cuivre par l'acétate de fer, la couleur du précipité passa au bleu. Si l'on examine des cellules épidermiques de pétales du *Camellia japonica* blanc, on voit que celles-ci renferment également *une* grande vacuole normale et plusieurs petites vacuoles adventives; les deux sortes de vacuoles, toutefois, sont l'une et l'autre incolores. Mais il n'en résulte pas que leur contenu soit le même, car, en appliquant la réaction de M. Moll, on reconnaît qu'ici encore la grande vacuole est tanninifère, tandis que les vacuoles adventives ne le sont pas. Cela me conduisit à penser que peut-être les vésicules tanniques ne sont autre chose que des vacuoles adventives. Pour contrôler cette idée, j'examinai les articulations des feuilles de *Mimosa pudica*; lors de la plasmolyse, il n'est pas immédiatement visible si la vésicule tannique se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur de la vacuole, de sorte que les apparences pourraient aisément fair croise qu'elle est située dans le suc cellulaire, comme le prétend M. Pfeffer [1]. Mais quand on plasmolyse avec une solution de nitre à 15 %, colorée par l'éosine, le protoplasma meurt, tandis que la vésicule tannique et la vacuole continuent à vivre; elles sont alors entièrement isolées l'une de l'autre et peuvent toutes les

---

1) *Pflanzenphysiologie*, I, p. 34.

deux se dégager du protoplasma. L'action de la chaleur fait ensuite éclater tant la vacuole ordinaire que la vésicule tannique. Il s'agit donc ici d'un phénomène tout semblable à celui que nous a présenté le *Camellia* blanc; aussi n'est-ce pas une hypothèse trop risquée, me semble-t-il, que de regarder les vésicules tanniques, en général, comme des vacuoles.

Revenons au *Camellia*, pour parler des jeunes états des vacuoles adventives. Un jeune bouton de cette plante avait ses pétales extérieurs colorés en rouge, tandis que ceux du dedans étaient encore dépourvus de coloration. Les cellules épidermiques des pétales extérieurs sont représentées dans la fig. 6, Pl. VI; on voit qu'elles contiennent une grande vacuole rouge clair, et en outre 5—10 vacuoles adventives incolores. Ces dernières n'occupaient pas encore les angles de la cellule, mais reposaient sur la grande vacuole, et par suite semblaient être toutes colorées; la plasmolyse m'apprit, toutefois, qu'en réalité elles étaient absolument incolores. Des pétales intérieurs, j'ai représenté 3 cellules épidermiques, fig. 5, Pl. VI; celles-ci, on le voit, renferment une grande vacuole très réfringente et, à côté, une ou plusieurs autres vacuoles, qui réfractent la lumière à peu près avec la même force que le liquide ambiant; le protoplasma étant ici beaucoup plus granuleux, on ne peut pas toujours distinguer nettement le contenu, surtout dans des états encore moins avancées. Le traitement par l'acétate de cuivre et l'acétate de fer fait voir que la vacuole fortement réfringente contient du tannin, mais que les autres vacuoles en sont dépourvues; dès cette phase, il se décèle donc une différence entre la vacuole normale et les vacuoles adventives. Je n'ai malheureusement pu observer, chez le *Camellia*, des états encore plus jeunes, ni, par conséquent, obtenir pour ce cas la preuve absolue que les deux sortes de vacuoles dérivent par voie de division d'une même vacuole. Dans l'oosphère de *Scilla*, j'ai vu ou bien une vacuole unique, ou bien une couple de vacuoles en apparence semblables, tandis que les cellules du périanthe contiennent, outre la vacuole normale bleue, des vacuoles

adventives incolores. Nous verrons bientôt que chez le *Glycine sinensis* on rencontre, entre les vacuoles bleues et les vacuoles incolores, toutes les transitions possibles, de sorte qu'il n'y a plus guère à douter que toutes les vacuoles d'une plante soient issues, par voie de division, d'une seule et même vacuole, encore que, plus tard, elles ne possèdent plus les mêmes propriétés. Cette conclusion gagne encore en certitude si l'on tient compte de l'analogie qui existe entre les vacuoles et les chromatophores; ces derniers, en effet, qui dans les cellules mérismatiques ne se trouvent qu'à l'état de leucoplastes, peuvent, plus tard, ou bien conserver les mêmes propriétés qu'ils avaient dans le méristème, ou bien se transformer en grains de chlorophylle et en chromoplastes.

Les étamines rouge foncé du *Callistemon lanceolatum* (Pl. VI, fig. 4) sont formées de cellules très allongées, qui contiennent une vacuole normale rouge et, en outre, une ou plusieurs vacuoles adventives incolores; celles-ci, en général, ne se trouvent pas dans les angles de la cellule, mais sont dispersées sur toute son étendue, de sorte qu'elles paraissent souvent légèrement colorées, lorsqu'elles n'atteignent pas l'épaisseur de la cellule; par la plasmolyse, toutefois, on s'assure que même ces vacuoles d'apparence rose pâle sont incolores. Ici encore, je n'ai pu, à l'aide de la réaction de M. Moll, découvrir du tannin dans les vacuoles adventives, tandis que la grande vacuole est richement pourvue de ce principe.

Pour les autres cas dans lesquels j'ai vu des vacuoles adventives incolores, je me bornerai à une simple énumération. Ils sont relatifs: d'abord, aux cellules rouges de la corolle de *Impatiens Sultani* (Pl. VI, fig. 2), *Papaver Argemone*, *Dicentra formosa*, *Fumaria officinalis*, *Malva sylvestris*, *Dianthus barbatus*, *Anemone Hepatica*, *Lopezia miniata* et *Correa speciosa*; des fleurs femelles de *Larix europaea* et des poils de l'épiderme des feuilles de *Campylobotrys refulgens;* puis, aux cellules violettes de la corolle de *Primula sinensis* et des étamines de *Mimosa pudica*; enfin, aux cellules bleues du périanthe de

Scilla bifolia et de la corolle de *Lupinus polyphyllus* et *Campanula Trachelium.*

Contrairement à ce qui s'observe chez les plantes nommées jusqu'ici, où les vacuoles adventives sont très petites, j'ai trouvé chez le *Cercis Siliquastrum* et le *Robinia hispida*, dans chaque cellule des pétales, deux vacuoles, l'une rouge et l'autre incolore, qui avaient, chacune, à peu près la moitié du volume de la cellule; la différence, quand il en existait, était alternativement en faveur de la vacuole rouge et de la vacuole incolore. Si M. Hildebrand, chez les étamines d'*Acacia*, et M. Nägeli, chez le périanthe de *Tulipa Gessneriana*, ont eu affaire à un phénomène normal, ces deux plantes rentrent dans le cas dont il vient d'être question.

Les fleurs du *Glycine sinensis*, comme on sait, présentent en quelques endroits une coloration bleue plus foncée qu'en d'autres. Or, si l'on examine les parties pâles, on trouve des cellules contenant ordinairement une vacuole incolore et une ou plusieurs vacuoles bleu clair, les quelles vacuoles occupent de $\frac{1}{3}$ à $\frac{1}{2}$ de la cavité cellulaire. Les parties foncées, au contraire, possèdent une vacuole incolore ou bleu clair et, en outre, un grand nombre de vacuoles plus petites, d'une couleur si foncée que souvent la matière colorante s'isole en groupes de cristaux, dont la forme ressemble à celle des cristaux en forme de croissant de l'hypochlorine.

Entre ces deux extrêmes on trouve tous les passages possibles, de sorte que certaines cellules peuvent présenter trois sortes de vacuoles; de même, on peut former avec les différentes vacuoles une série continue, commençant par des vacuoles incolores et se terminant par des vacuoles d'un bleu foncé. Il est possible que ces vacuoles aient la faculté de changer de dimensions durant la vie, et qu'ainsi une petite vacuole bleu foncé puisse s'agrandir suffisamment pour que sa teinte passe au bleu clair. La couleur des fleurs serait-elle peut-être réglée de cette manière?

On trouve donc dans la même cellule des vacuoles à con-

tenu différent. Or, les matières contenues sont apportées par le protoplasma circulant, et celui-ci possède sans doute, en tous les points de la cellule, des propriétés identiques; supposé, en effet, que cette identité n'existe pas, le protoplasma devrait, dans le *Camellia*, contenir du tannin là où il touche à la grande vacuole, mais avoir une autre composition aux endroits où se trouvent les vacuoles adventives. Si ces dernières étaient toutes situées du même côté de la cellule, l'hypothèse d'une pareille inégalité du protoplasma pourrait encore, malgré son invraisemblance, être acceptée jusqu'à un certain point; maintenant que les vacuoles adventives sont dispersées dans toute la cellule, elle est évidemment insoutenable. La cause de la différence entre le contenu des vacuoles ordinaires et celui des vacuoles adventives doit donc très probablement être cherchée dans la paroi de la vacuole; on pourra admettre, en général, que la composition du contenu d'une cellule est déterminée par les proriétés du tonoplaste. Cela vient donc à l'appui de l'idée que la paroi de la vacuole est un organe vivant du protoplasma.

Le suc cellulaire des vacuoles adventives doit naturellement, abstraction faite de la tension des parois, être isotone avec celui de la grande vacuole colorée; car, s'il n'en était pas ainsi, mais que l'un de ces sucs attirât l'eau avec plus de force que l'autre, le premier enlèverait de l'eau au second, jusqu'au moment précis où les deux solutions seraient devenues rigoureusement isotones. Les deux liquides doivent se faire exactement équilibre; lorsque cet équilibre est rompu, parce que le contenu d'une des vacuoles reçoit une nouvelle quantité de matières, il doit se rétablir immédiatement après; selon toute probabilité, c'est un équilibre continuellement oscillant. Si l'on suppose maintenant que la grande vacuole perde des matières hygrométriques, les vacuoles adventives devront s'agrandir. Ce phénomène, je l'ai fréquemment observé quand les tonoplastes subissent une mort lente; le meilleur moyen de provoquer celle-ci consiste simplement à déposer

les cellules dans l'eau. On voit alors que le tonoplaste de la grande vacuole meurt en général plus rapidement que les tonoplastes adventifs. Quelquefois, pourtant, la relation est intervertie par la suite, le dépérissement de la paroi des vacuoles adventives s'accélère à son tour et la grande vacuole regagne en volume aux dépens des autres. Comme toujours, les tonoplastes deviennent d'abord perméables aux matières facilement diffusibles, et en dernier lieu aux matières colorantes. La turgescence des cellules plongées dans l'eau doit donc diminuer de plus en plus. A titre d'exemple, je rapporterai une couple d'observations. Chez *Impatiens Sultani*, les vacuoles adventives des pétales se dilatent peu à peu lorsque ceux-ci sont placés dans l'eau; la différence peut devenir fort notable, comme le montrent les fig. 2 et 3, Pl. VI. La turgescence n'est pas très facile à mesurer, à cause de l'inégalité d'action des différentes cellules. J'ai pourtant trouvé que des cellules épidermiques venant d'être enlevées de la plante sont isotones avec 0,11—0,12 équivalents de nitre, tandis que, après être restées 7 jours dans l'eau, ces cellules n'exerçaient plus sur ce liquide qu'une attraction égale à celle de 0,07—0,08 éq. KNO^3. Les vacuoles adventives des cellules des pétales de *Primula sinensis* et de *Campanula Trachelium* s'agrandirent également par l'immersion dans l'eau, mais le phénomène fut surtout très prononcé chez les cellules épidermiques des pétales de *Camellia japonica*. La fig. 9*a*, Pl. VI, représente une cellule d'un pétale qui avoit séjourné 7 jours dans l'eau; au moment de l'observation, la cellule se trouvait dans une solution de sucre à $2\frac{1}{2}$ %, colorée par l'éosine. Cette solution détermina de la plasmolyse; la turgescence de la cellule était donc fortement diminuée, car une cellule normale ne subit pas encore de plasmolyse dans une solution de sucre à 5%. Deux heures plus tard (fig. 9*b*), non-seulement les vacuoles adventives avaient augmenté de volume, mais la plasmolyse aussi était devenue plus forte.

Dans quelques cas, les vacuoles adventives ne sont pas

directement visibles; on est alors obligé d'avoir recours à divers moyens artificiels pour les faire apparaître. D'abord, on peut plonger les cellules dans l'eau, où souvent les vacuoles adventives s'agrandiront de la manière ci-dessus décrite; c'est ce qui arrivait, par exemple, pour les cellules du périanthe d'une jacinthe bleue; à ce cas doit probablement être rapporté aussi le phénomène que M. Schimper a observé chez le *Bilbergia amoena.* Un autre moyen de rendre visibles les vacuoles adventives, est la plasmolyse. Quelques-unes des cellules bleues du périanthe de *Bilbergia Liboniana* montrent directement, portées sous le microscope, des vacuoles adventives distinctes, bien que très petites; dans d'autres cellules, au contraire, on n'en découvre pas trace. Opère-t-on alors la plasmolyse, l'image change, et l'on ne voit plus de différence entre les unes et les autres cellules; toutes montrent distinctement, à côté de la grande vacuole bleu foncé, des vacuoles plus petites, incolores. Nous avons donc ici un très beau passage entre les vacuoles adventives directement visibles et celles dont il est question en ce moment. Les autres cas où j'ai réussi, par la plasmolyse, à rendre visibles des vacuoles adventives, ont rapport aux poils épidermiques des feuilles de *Gynura aurantiaca*, de *Begonia Rex* et de *Coleus*, et aux cellules épidermiques de la face inférieure des feuilles de *Tradescantia discolor*. En cas de plasmolyse prolongée, de lavages à l'eau ou de chauffage sous le microscope, il arrive souvent que ces vacuoles adventives s'agrandissent (voir fig. 10 *a—c*, Pl. VI, et l'explication des figures). Cela tient à ce que la grande vacuole meurt alors peu à peu, souvent même avant la couche protoplasmique membraneuse. Il en résulte que des matières hygrométriques s'introduisent dans l'espace compris entre le tonoplaste et la couche membraneuse; une partie de ces matières pénètrent dans les vacuoles adventives, dont elles provoquent le gonflement. Ce phénomène peut aller si loin que la matière colorante se diffuse à travers la paroi des vacuoles, ou que celles-ci éclatent, tandis que la couche membraneuse du

protoplasma, laquelle entoure alors le suc cellulaire, est encore vivante; quelque temps après, cette couche meurt à son tour. Nous avons donc, en ce cas, précisément l'inverse du phénomène observé par M. de Vries; tandis que, dans cette observation, la mortification atteignit d'abord la couche externe, puis la paroi des vacuoles, nous voyons ici se déchirer le tonoplaste avant la couche externe.

Les résultats du présent § se laissent résumer brièvement de la manière suivante:

Beaucoup de cellules adultes contiennent des vacuoles de plusieurs espèces et dont le contenu peut être différent; néanmoins, ces vacuoles dérivent toutes, par voie de division, d'une vacuole unique.

Qu'il me soit permis, en terminant, d'offrir à M. le professeur de Vries le témoignage de ma gratitude pour la bienveillance avec laquelle il a dirigé ces recherches dans son laboratoire.

Explication des Figures.

Planche V.

Dans toutes les figures, *v* signifie vacuole, *p* protoplasma, *n* noyau, *ep* épiderme. A moins d'indication ultérieures, les figures se rapportent à des cellules étudiées dans une solution de sucre à 3—5 °/₀.

Fig. 1. Gross. 750/1. Cellules les plus jeunes du sommet de la racine de *Phoenix reclinata*; dans ces cellules, on n'a figuré que les vacuoles.

Fig. 2. Gross. 750/1. Cellule terminale de la tige d'une jeune plantule de *Salvinia natans*; le noyau *n* est rendu entièrement invisible par les granules du protoplasma qui l'entourent; du noyau partent de petites bandelettes protoplasmiques, qui se dirigent, à travers la vacuole *v*, vers le protoplasma pariétal.

Fig. 3. Gross. 500/1. Cellule terminale d'une racine aérienne de *Cyathea medullaris*. Cette cellule avait été plasmolysée par une solution de nitre à 8°/₀, puis lavée à l'eau, opérations qui avaient tué le protoplasma; celui-ci, dans la figure, occupe deux des angles de la cellule et est en outre appliqué sur un des côtés de la vacuole. Peu de temps après l'exécution du dessin, la vacuole éclata.

Fig. 4. Gross. 1080/1. Cellule de *Dematium pullulans*, figurée à intervalles successifs d'environ 10 minutes. La cellule était plongée dans une faible décoction de raisins secs. Les petites granulations sont des gouttelettes d'huile.

a. Une seule vacuole est visible, avec deux expansions protoplasmiques α et β.

b. α et β se sont portées peu à peu vers le haut, tandis qu'au bas de la cellule ont apparu deux autres expansions, γ et δ.

c. α et β ont entièrement disparu; γ et δ se sont rapprochées du milieu de la cellule, et ont en même temps pris de de l'extension, de manière que les deux parties de la vacuole ne sont plus unies que par un étroit canal.

d. γ et δ se sont fusionnées, et la vacuole est donc partagée en deux vacuoles plus petites. Dans la vacuole supérieure il s'est formé une expansion η, dans l'inférieure ont apparu, l'une vis-à-vis de l'autre, deux expansions protoplasmiques, ε et ζ.

e. ε et ζ se sont fusionnées, et par suite le vacuole inférieure a été divisée en deux vacuoles plus petites. L'expansion η s'est portée vers le bas de la vacuole supérieure.

Fig. 5. Gross. 500/1. Jeune grain de pollen du *Polygonatum vulgare*, dessiné à intervalles successifs de 1 h. ½.

a. Le grain de pollen contient une seule vacuole, étranglée au milieu.

b. L'expansion protoplasmique s'est fortement développée d'un côté, et le noyau, d'abord invisible, est apparu.

c. Les deux expansions protoplasmiques se sont réunies, ce qui a produit la division de la vacuole en deux vacuoles plus petites.

Fig. 6. Gross. 500/1. Poil d'un bourgeon de *Bryonia dioica.*

a. La cellule de gauche contient une petite vacuole et une plus grande, qui présente une invagination. L'autre cellule est également pourvue de deux vacuoles.

b. 15 minutes plus tard: dans la cellule de gauche, la grande vacuole s'est divisée en deux, puis l'inférieure de ces 2 vacuoles s'est fusionnée avec la vacuole de gauche. Dans l'autre cellule, la grande vacuole a un peu changé de forme, la petite s'est divisée.

Fig. 7. Gross. 500/1. Cellule de l'embryon du *Capsella Bursa Pastoris.*

a. La cellule contient deux vacuoles, entre lesquelles se trouve le noyau; la vacuole de droite montre un étranglement.

b. 1 h. ½ plus tard: la vacuole de droite s'est divisée en deux vacuoles plus petites.

c. 1 h. plus tard: la vacuole indivise a changé de forme; il en est de même pour l'inférieure des deux vacuoles nouvelles, qui, par suite, se recouvrent partiellement.

Fig. 8. Gross. 750/1. Poil du bourgeon d'une plantule de *Cucurbita Pepo.*

a. L'après-midi, à 4 h.: le poil est unicellulaire et contient deux vacuoles, entre lesquelles se trouve le noyau; le matin, à 10 h., la vacuole était encore indivise, mais elle avait subi une bipartition dans le courant de la journée.

b. Le lendemain matin, à 9 h. 30 m.: entre les deux vacuoles il s'est formé une cloison cellulaire; les noyaux sont devenus invisibles.

Planche VI.

Dans toutes les cellules, *v* désigne la grande vacuole, *v. a.* les vacuoles adventives, *p.* le protoplasma, *n.* le noyau, *ep.* l'épiderme.

Fig. 1. Gross. 500/1. Cellule épidermique de la face inférieure d'une feuille de *Passiflora trifasciata*, immergée dans une solution de sucre à 10 °/₀, puis sectionnée.

a. La cellule renferme une grande vacuole rouge; aux deux extrémités on voit le protoplasma, appliqué en couche mince sur la vacuole.

b. Le contenu de la cellule s'est échappé dans le liquide ambiant. D'abord s'est séparée, avec un peu de protoplasma, la vacuole ζ, puis la même chose a eu lieu pour ε; ensuite, tout le reste du cöntenu, entouré de protoplasma, est apparu au dehors de la cellule, pendant que la vacuole se divisait en 4 vacuoles plus petites: α, β, γ et δ.

c. La solution de sucre à 10 °/₀ est remplacée par de l'eau; la vacuole ζ a alors disparu du champ visuel; ε s'est fortement grossie et se décolore peu à peu, tandis que le protoplasma entourant cette vacuole est mort; α, β, γ et δ, encore enveloppées de protoplasma, se sont également agrandies.

d. ε a éclaté; peu après, β, γ et δ se sont dégagées du protoplasma, puis γ et δ ont éclaté; le protoplasma resta appliqué à l'un des côtes de α et mourut. La vacuole α aussi s'est fortement dilatée et en même temps sa couleur s'est beaucöup affaiblie.

e. β a éclaté, le volume de α a continué de s'accroître; bientôt α éclate à son tour, après s'être décolorée presque entièrement.

Fig. 2. Gross. 500/1. Cellule épidermique d'un pétale d'*Impatiens Sultani*, porté directement de la plante dans une solution de sucre à 3 °/₀. La cellule contient, outre la grande vacuole rouge, trois petites vacuoles adventives, incolores.

Fig. 3. Gross. 500/1. Cellule épidermique d'un pétale d'*Impatiens Sultani*, qui avait été maintenu 5 jours dans l'eau. Les 3 vacuoles adventives se sont fortement agrandies.

Fig. 4. Gross. 500/1. Cellule d'une étamine de *Callistemon lanceolatum*, dans une solution de sucre à 5 °/₀; on y voit 6 vacuoles adventives.

Fig, 5. Gross. 500 1. Trois cellules épidermiques d'un jeune pétale de *Camellia japonica* rouge, dans une solution de sucre à 10 °/₀. Les cellules contiennent une grande vacuole tanninifère, fortement réfringente, et plusieurs vacuoles adventives, plus petites et moins réfringentes.

Fig. 6. Gross. 500/1. Trois cellules épidermiques d'un pétale de *Camellia japonica*, un peu plus âgé qui celui de la fig. 5; dans une solution de

sucre à 5 °/₀. Chacune de ces cellules contient une quantité de vacuoles adventives incolores.

Fig. 7. Gross. 180/1. Epiderme d'un pétale adulte de *Camellia japonica*, dans une solution de sucre à 5 °/₀. Aux angles des cellules on voit différentes vacuoles adventives.

Fig. 8. Gross. 500/1. Cellule épidermique d'un pétale de *Camellia japonica*, après plasmolyse dans une solution de nitre à 7 °/₀, colorée par l'éosine. La partie pointillée en rouge représente l'éosine qui a pénétré dans la cellule. Le protoplasma forme en deux endroits une couche un peu plus épaisse sur la grande vacuole. Quatre vacuoles adventives sont visibles.

Fig. 9. Gross. 500/1. Cellule épidermique d'un pétale de *Camellia japonica*, qui était resté 6 jours immergé dans l'eau. Le pointillé rouge représente l'éosine.

a. La cellule est portée dans une solution de sucre à 2½ °/₀, colorée par l'éosine. On voit que le protoplasma est mort; il y a 3 vacuoles adventives, qui se sont fortement agrandies; la cellule est plasmolysée. Ensuite, la cellule est replacée dans l'eau.

b. La même cellule, 2 heures plus tard, examinée de nouveau dans une solution de sucre à 2½ °/₀. La plasmolyse a fait des progrès; la vacuole adventive supérieure a conservé environ la même dimension, la moyenne a pris une forme toute différente, l'inférieure s'est fortement accrue. Une heure plus tard, la cellule entière était morte.

Fig. 10. Gross. 180/1. Cellule épidermique de la face inférieure d'une feuille de *Tradescantia discolor*, après 2 heures d'immersion dans une solution de nitre à 4 °/₀, colorée par l'éosine. Le pointillé rouge indique l'éosine; la vacuole violette est représentée en gris

a. La vacuole s'est divisée en 9 parties, dont l'ensemble est entouré par la couche externe du protoplasma.

b. La cellule est chauffée sous le microscope; toutes les vacuoles, sauf deux petites, se fusionnent; entre la paroi de la vacuole et le protoplasma externe il existe un large espace.

c. Sous l'action continuée de la chaleur, le protoplasma est mort et a, par suite, été coloré en rouge par l'éosine; on constate qu'il existait une vacuole adventive, maintenant mise en liberté. Peu après, les vacuoles violettes et la vacuole incolore se fusionnent, en prenant un volume dont le contour est indiqué par la ligne pointillée noire. Après s'être encore agrandie quelque temps, la vacuole ainsi formée perd peu à peu sa couleur et se ratatine.

MOUVEMENTS DES ÉLÉMENTS

DE LA

RÉTINE SOUS L'INFLUENCE DE LA LUMIÈRE,

PAR

A. G. H. VAN GENDEREN STORT,
Oculiste à Haarlem.

Avant-propos.

Pendant les mois d'été de 1882, au début de mes études ophthalmologiques, j'eus, à l'hôpital ophthalmiatrique d'Utrecht, le plaisir de faire la connaissance de M. Angelucci, ancien élève de Boll, le savant auteur, mort prématurément, de la découverte du rouge rétinien. M. Angelucci me donna, à cette occasion, le Mémoire qu'il venait de publier sous le titre: *De l'action de la lumière et des couleurs sur l'épithélium rétinien* (*Soc. de Méd. de Gand*, t. LX, 1882). La lecture de ce travail et des communications faites sur le même sujet par M. Kühne, dans ses *Untersuchungen aus dem Physiologischen Institute der Universität Heidelberg*, m'inspira l'idée de répéter ces observations et de les étendre à d'autres animaux. Ce ne fut toutefois qu'un an plus tard, au mois d'Octobre 1883, que j'eus le loisir de commencer les recherches projetées. Comme celles-ci ne pouvaient trouver nulle part plus de facilités qu'au Laboratoire physiologique d'Utrecht, j'y demandai l'hospitalité à M. le professeur Donders et priai M. le professeur Engelmann de vouloir bien me guider dans mon travail. L'un et l'autre savant se prêtèrent à mon désir avec une bienveillance dont je tiens à les remercier ici publiquement.

Introduction.

Pour m'orienter provisoirement au sujet des changements que la lumière produit dans la rétine, il convenait d'appliquer une méthode fournissant de la manière la plus simple, et en aussi peu de temps que possible, des coupes parfaitement durcies de cette membrane. M. Engelmann me conseilla d'essayer comme agent durcissant l'acide nitrique à 3,5 % recommandé par M. Altmann [1]), et, au lieu de soumettre les rétines durcies à l'inclusion, à la coloration et au transport dans le baume, opérations longues et sujettes à objections sous quelques rapports, de les déposer simplement, à l'exemple de M. Max Schultze [2]), sur une lame de verre porte-objet dans un peu de liquide, puis de les hacher avec un rasoir bien tranchant. Je ne tardai pas à reconnaître, effectivement, que par cette voie le but était complètement atteint.

Les premières questions que je me proposai de résoudre furent celles-ci: 1° pendant combien de temps, à peu près, une grenouille doit-elle être maintenue dans l'obscurité absolue, pour que le pigment présente la rétraction la plus forte possible, et 2° pendant combien de temps cette grenouille, à rétraction maxima du pigment, doit-elle être exposée de nouveau à la lumière, pour que le pigment y subisse le plus grand abaissement possible?

Abordant l'examen de la première de ces questions, j'eus bientôt la satisfaction, en opérant sur la rétine d'une *Rana esculenta* qui avait séjourné quatre heures dans l'obscurité absolue, d'obtenir une quantité de coupes bien durcies et très propres à l'étude. Voici ce que ces coupes donnaient à voir.

---

1) *Einige Bemerkungen über Histologische Technik, in's besondere mit Rücksicht auf der Embryologie*, dans *Arch. f. Anat. u. Physiol.* (*Anat. Abth.*), 1881, p. 219.

2) Il est à noter que M. Max Schultze, dans ses fécondes recherches sur la rétine, s'était déjà servi de l'acide nitrique dilué, mais qu'à ce réactif, qui m'a donné de si bons résultats, il avait préféré, de beaucoup, l'acide osmique en solution faible.

Le pigment brun était retiré, au degré maximum, dans la base des cellules épithéliales pigmentées et autour des sommets des bâtonnets. Mais, ce qui me frappa surtout, c'est que *les cônes ne s'appliquaient pas par une large base sur la membrane limitante externe, mais étaient situés beaucoup plus haut, savoir, entre les segments externes des bâtonnets;* en outre, le segment ellipsoïdal interne de chaque cône se prolongeait vers l'intérieur en un filament plus mince, qui examiné de plus près, fut reconnu être en connexion avec un grain de la couche granuleuse externe. Les segments externes des bâtonnets étaient colorés en jaune de chrome (transformation du rouge rétinien en jaune rétinien, sous l'influence de l'acide nitrique).

Ces derniers faits étaient en contradiction avec toutes les données antérieures concernant la forme des cônes et leur situation dans la rétine.

H. Müller [1]), décrivant la rétine de la grenouille, avait déjà dit, il y a longtemps: „la situation des cônes, relativement „aux autres éléments, est telle, en effet, qu'ils occupent les „intervalles entre les appendices des bâtonnets. Vers l'extérieur, „leur sommet s'avance entre les origines des bâtonnets; la „partie qui plus tard sera arrondie se trouve encore à quelque „distance de la limite externe de la couche granuleuse, couche „à laquelle elle est reliée par un prolongement plus pâle".

Par „appendices des bâtonnets" (*Stäbchen-Anhänge*), Müller entendait les segments internes des bâtonnets.

La figure, dont il accompagne cette description, montre aussi: les cônes en bas, le pigment autour des sommets des bâtonnets et dans la base des cellules épithéliales.

Les auteurs postérieurs (voir, surtout, K. Hoffmann, dans Bronn *Klassen und Ordnungen des Thierreichs*, Bd. VI. 2, *Amphibien*) sont, sur ce point, d'accord avec Müller. Tel est le

---

1) *Ges, u. hinterl. schriften z. Anatomie u. Physiologie d. Auges.* 1 Bd. Hrsg. v. Recker, 1872.

cas, en particulier, pour MM. Ewald et Kühne [1]), qui, en 1878, soumirent à une étude spéciale l'abaissement et la rétrogradation du pigment sous l'influence respective de la lumière et de l'obscurité; tel est le cas aussi pour M. Angelucci [2]). Ni de leurs descriptions, ni de leurs figures, il ne ressort que ces auteurs aient observé, chez les cônes, des changements de lieu et de forme.

Le résultat différent, que nous avions obtenu, devait donc exciter au plus haut degré notre attention. Tout d'abord se présentait cette question capitale: l'image observée répondait-elle à un état physiologique, en d'autres termes, les cônes peuvent-ils durant la vie changer de forme et par là se déplacer le long des bâtonnets? ou bien, avions-nous affaire, dans nos préparations, à des produits artificiels?

En elle-même déjà, la seconde de ces hypothèses n'offrait guère de vraisemblance. Comment se figurer, en effet, que, dans le mode de préparation suivi, les corps de tous les cônes auraient été éloignés de la membrane limitante externe et reportés plus haut, entre les segments externes des bâtonnets? Ce n'est certes pas l'influence mécanique des incisions et des hachures qui a pu amener ce résultat. S'il en avait été ainsi, le déplacement n'aurait dû s'opérer qu'à la surface des petites sections, et non dans toute leur profondeur, en des points que le couteau n'avait pas touchés. D'ailleurs, en hachant, on coupe tantôt de dehors en dedans, tantôt de dedans en dehors, de sorte qu'il y aurait eu lieu de s'attendre à ce que quelques-uns des cônes situés à la surface fussent déplacés dans le sens opposé à celui où, en fait, s'était opéré le transport général. Les bâtonnets, en outre, auraient difficilement pu rester aussi

---

1) *Untersuchungen aus dem Physiol. Institute der Universität Heidelberg*, Bd. I, S. 139.

2) A. Angelucci, *Histiologische Untersuchungen über das retinale Pigmentepithel der Wirbelthiere*, dans *Arch. f. Anat. u. Physiol.* (*Physiol. Abth.*) 1878.

régulièrement en place et conserver aussi exactement leur forme normale, que cela était évidemment le cas.

Cette dernière circonstance empêchait aussi de songer à un déplacement passif des cônes, dû à des changements que les bâtonnets auraient éprouvés par l'imbibition de l'acide nitrique. Il n'était pas probable, non plus, que l'acide nitrique eût directement modifié la forme des cônes au point de convertir la large partie basale de leur segment interne en un filament long et mince. L'acide nitrique, en effet, au degré de concentration où nous l'avons employé, se distingue précisément par la propriété de ne déterminer aucun changement sensible, ou du moins notable, dans la forme et les dimensions des cellules et des noyaux. Les segments internes des cônes feraient-ils exception à cet égard? Pour s'en assurer, il fallait chercher comment agissent, sur la rétine de grenouilles à l'obscurité [1]), les agents autres que l'acide nitrique. Nous répétâmes donc itérativement l'expérience, avec cette seule modification que, au lieu d'acide nitrique, nous employions, pour durcir les yeux, l'acide sulfurique à 2 %, l'acide osmique à 0,25—2 %, (Pl. VII, Fig. M), le liquide de Müller, ou le chauffage pendant $\frac{1}{2}$ — 1 minute, à la température de 70—80° C, dans une solution de sel marin à $\frac{1}{2}$ %.

Le résultat fut, sous les rapports essentiels, le même dans tous les cas. Néanmoins, des différences assez importantes se rencontrèrent. Dans les rétines durcies par le liquide de Mülfer, les corps des cônes étaient ordinairement moins éloignés de la limitante que dans les préparations à l'acide nitrique. Tel était aussi le cas, en général, après durcissement dans l'acide osmique. La cause de ce fait doit être cherchée, comme nous l'apprirent des expériences postérieures, dans la *rapidité*

---

[1]) En vue d'abréger, nous parlerons, à l'exemple des auteurs allemands, de *grenouilles à l'obscurité* (*Dunkelfrösche*), et entendrons par là soit des *R. esculenta*, soit des *R. temporaria* (car nous avons expérimenté sur les deux espèces), qui ont été conservées pendant au moins quelques heures à l'obscurité absolue.

moindre du durcissement produit par les agents sus-nommés. Les segments internes des cônes, soustraits à la circulation dans l'œil extirpé, se raccourcissent peu à peu et viennent finalement, dans la proportion connue, s'appliquer directement sur la limitante. Le phénomène est analogue au raccourcissement des fibres musculaires lors de la mort. Plus le durcissement s'effectue vite, moins les cônes peuvent se raccourcir. Dans la rapidité relativement très grande du durcissement par l'acide nitrique réside justement l'un des principaux avantages de ce réactif. En outre, aucune des autres substances essayées ne nous donna un durcissement aussi beau, aussi uniforme, de toutes les parties de la rétine et, plus particulièrement, de la couche en mosaïque. Aussi, dans la suite de nos expériences, est-ce presque exclusivement à ce réactif que nous avons eu recours.

Chez les *grenouilles à la lumière*, c'est-à-dire chez les grenouilles qui avant l'extirpation des yeux étaient restées exposées assez longtemps à la clarté ordinaire du jour ou aux rayons solaires directs, nous trouvâmes constamment, n'importe la manière dont les rétines avaient été durcies, les cônes entièrement compris par leurs segments internes entre les segments internes des bâtonnets, et enveloppés de masses de pigment; celui-ci s'était en outre abaissé uniformément, d'ordinaire jusque tout près de la membrane limitante.

De tous ces faits il résultait *que la déformation et le déplacement des cônes n'étaient pas un phénomène accidentel, mais une réaction normale provoquée par la lumière durant la vie, réaction de la partie protoplasmique du segment interne, située entre le grain du cône et l'ellipsoïde optique.*

Des recherches préliminaires sur des poissons et des oiseaux fournirent d'ailleurs bientôt la preuve que, chez ces vertébrés aussi, les cônes rétiniens subissaient, sous l'influence de la lumière et de l'obscurité, des changements analogues à ceux offerts par la grenouille.

A un double égard les réactions découvertes présentaient

le plus vif intérêt. D'abord, au point de vue de la physiologie générale, comme nouvel exemple d'actions photomécaniques dans le protoplasma, sorte d'actions dont très peu de cas ont été observés jusqu'ici [1]); en second lieu, au point de vue de la physiologie de la vision. Tout progrès dans la connaissance des changements objectifs que la lumière détermine dans la rétine vivante doit évidemment conduire à des notions plus exactes et plus approfondies sur les fonctions de l'œil. Une théorie complète, notamment, de la perception lumineuse (même de sa forme la plus simple) suppose la connaissance des modifications objectives produites par la lumière dans les organes percevants extérieurs. Jusqu'à présent, on ne sait que très peu de chose de ces modifications. Tout ce qui est établi sûrement, c'est la décoloration du rouge rétinien (Boll), la migration du pigment solide dans l'épithélium de la rétine (Boll) et certains phénomènes de mouvement électriques (Holmgren). Aucun changement fonctionnel n'avait encore été remarqué dans les cônes. La circonstance que ceux-ci, justement, peuvent être considérés comme les éléments les plus essentiels pour la vision, est de nature à accroître l'importance des nouveaux phénomènes d'action lumineuse que nous avons constatés.

Un large champ de recherches s'ouvrait donc devant nous. Le temps et les circonstances ne m'ont pas permis de l'exploiter dans tous les sens. Beaucoup d'autres observateurs pourront encore y faire d'abondantes récoltes.

Suivant le conseil de M. Engelmann, je me bornerai ici essentiellement à la description exacte du phénomène fondamental, tel qu'il se manifeste chez les différentes classes des Vertébrés [2]).

---

[1]) Voir, à ce sujet: Th. W. Engelmann, article *Protoplasma-Bewegung*, dans Hermann, *Handbuch der Physiologie*, I. 1, 1879, p. 343.

[2]) Les principaux résultats de ce travail ont déjà été communiqués par M. Engelmann et M. Donders à l'Académie royale des sciences d'Amsterdam et plus tard, en août 1884, au Congrès médical international de

Dans chaque cas particulier, je traiterai successivement de l'état de la rétine après un long séjour de l'animal à l'obscurité et après l'action prolongée de la lumière ordinaire du jour ou de la lumière solaire directe.

Mes observations n'ayant rapport qu'à la couche des cônes et bâtonnets et aux cellules pigmentées, je m'occuperai exclusivement de ces éléments et ne dirai rien du reste de la rétine.

Etude expérimentale.

I. Rana.

Nos expériences ont porté sur les *R. esculenta* et *temporaria*. Toutes les deux sont également propres à la constatation des faits qui vont être exposés. Par des circonstances fortuites nous nous sommes servis plus fréquemment de la *R. esculenta* que de la *R. temporaria*. Pour faciliter le contrôle de nos résultats, je commence par décrire en détail la disposition de nos expériences.

A. Rétines de grenouilles à l'obscurité. Voir Pl. VII. Fig. A.

Une ou plusieurs des grenouilles destinées à l'examen, introduites avec un peu d'eau dans un flacon ouvert, étaient conservées à l'obscurité absolue, savoir, dans une grande boîte cylindrique, haute et large d'un demi-mètre, tapissée intérieurement d'un papier noir terne, et qui elle-même se trouvait dans un placard obscur. Elles y restaient de 4 à 24 heures, ou plus longtemps encore, et étaient alors traitées, à la lu-

---

Copenhague. En août 1886, ils ont été exposés par M. van Genderen Stort à Heidelberg. (Voir les Procès-verbaux des séances de l'Académie du 29 mars, du 28 juin 1884 et du 28 mars 1885. Voir aussi: *Onderzoekingen gedaan in het Physiol. Lab. enz.*, (3), t. IX, p. 143 et 145, et Pflüger, *Archiv*, t. XXXV, 1885, p. 453—463, pl, II. Voir enfin: *Bericht über die achtzehnte Versammlung der Ophthalmologischen Gesellschaft*, Heidelberg, 1886. t. 2, p. 43—49 et p. 105.

mière d'une flamme de Na [1]), de la manière suivante: Pour extirper les bulbes le plus rapidement possible à cette faible lumière, on enveloppe la grenouille dans un essuie-mains, de sorte que la tête seule reste à découvert. On prend alors de forts ciseaux droits, dont on introduit une des lames dans la bouche de l'animal, et d'un seul coup, par une section passant entre les narines et entre les yeux, on fend le crâne en deux moitiés. De chacune de celles-ci on énuclée rapidement, au moyen de quatre sections circonscrivantes, le bulbe oculaire; on débarrasse autant que possible la sclérotique des muscles et autres tissus, et on porte immédiatement les bulbes dans une certaine quantité (50 cc sont plus que suffisants pour chaque bulbe) d'une solution d'acide nitrique à 3,5°/₀. Dans cette solution ils restent, conservés à l'obscurité, pendant au moins 6 heures, temps au bout duquel le durcissement a atteint le degré convenable pour l'opération des coupes. On lave alors le bulbe, à la lumière ordinaire du jour ou d'une lampe, dans l'eau distillée, on l'ouvre par une section équatoriale pratiquée au moyen de ciseaux ou d'un rasoir, sous une solution contenant environ 0,5°/₀ de sel marin, et on éloigne l'humeur vitrée de la moitié postérieure. Cette moitié est ensuite replacée dans la solution de sel marin dont il vient d'être question. Pour enlever, en son entier, la rétine, devenue maintenant d'un blanc légèrement bleuâtre, on peut la séparer de ses connexions avec le nerf optique en glissant derrière la rétine des ciseaux courbés sur le plat, ou bien, à l'exemple de M.

---

1) C'était une flamme ordinaire d'alcool mêlé de sel marin. Quand il s'agissait de préparations très fines, pour lesquelles cette flamme n'aurait pas convenu, nous faisions usage d'un brûleur de Bunsen, dans la flamme duquel étaient introduites deux perles sodiques, fixées à des fils de platine. Par des expériences directes, nous nous sommes assurés que les résultats obtenus en opérant à la lumière d'une flamme de sodium ne différaient pas de ceux auxquels on parvenait en extirpant et durcissant les yeux des animaux dans une obscurité presque absolue. Pour ce qui concerne le rouge rétinien et le pigment épithélial, M. Kühne avait déjà démontré l'innocuité de cette lumière.

Kühne, en circoncisant l'entrée du nerf avec un emporte-pièce (fin perce-bouchon). Mais cette opération n'est pas nécessaire. De bons segments de rétine s'obtiennent en divisant du même coup, avec des ciseaux tranchants, l'ensemble de la rétine, de la choroïde et de la sclérotique; le segment de rétine est alors facile à isoler. Après qu'on s'est assuré si la couche à pigment adhère à la rétine, un segment d'environ 2 mm de long et 1 mm de large est déposé, dans une minime quantité de la solution de Na Cl, sur le verre porte-objet, de manière que la couche pigmentée soit tournée vers le haut. Il importe surtout de ne pas mettre trop de liquide; le petit segment de rétine doit légèrement coller à la lame de verre. En cet état, on le hache verticalement avec un rasoir bien affilé, pour tâcher d'obtenir des coupes en profil, ce qui, moyennant quelque adresse, réussit très facilement. Il n'y a plus qu'à ajouter un peu de glycérine pure et à recouvrir d'une lame de verre: la préparation est alors prête pour l'examen microscopique.

Traitées de cette manière, les préparations restent longtemps bonnes; j'en possède quelques-unes qui datent de plus de trois ans et qui sont encore parfaitement conservées. Un point essentiel, c'est que l'acide ait été bien enlevé par les lavages.

On commence maintenant par examiner les préparations à un grossissement faible, d'environ 50 diamètres. Cet examen fait bientôt découvrir celles des petites coupes qui promettent les meilleurs résultats à l'étude ultérieure sous des grossissements plus forts. J'ai employé les objectifs *AA*, *CC* et *F* de Zeiss en revolver avec l'oculaire 2 (grossissements d'environ 60, 160 et 600 diamètres), qui se prêtent admirablement à une pareille étude. Des grossissements supérieurs à ceux donnés par *F* ne sont pas nécessaires pour la grenouille. Les détails principaux s'y voient même déjà parfaitement avec des pouvoirs amplifiants de 2 à 300 fois.

A-t-on obtenu une *bonne image de profil* d'une coupe pas trop épaisse de la rétine d'une grenouille à l'obscurité, on est,

que le grossissement soit faible ou fort, frappé en premier lieu par la couche foncée du pigment brun, qui se trouve tout entier dans la base des cellules épithéliales et autour du tiers extérieur des bâtonnets; en second lieu, du moins si la préparation n'a pas déjà été exposée trop longtemps à la lumière, par une coloration jaune vif, qui s'arrête, en une ligne bien tranchée, à la limite des segments internes et externes des bâtonnets, *coloration qu'on observe aussi sur le protoplasma des cellules épithéliales pigmentées*, à côté de la teinte, plutôt jaune de chrome, des boules de lipochrine ou de graisse. Ce dernier fait présente un intérêt spécial, en ce que la couleur en question est le jaune rétinien (*Sehgelb*) de Kühne, c'est-à-dire, le rouge rétinien transformé par HNO_3. On doit donc admettre que la matière colorante rouge n'est pas bornée aux segments externes des bâtonnets, mais se trouve aussi dans le protoplasma des cellules de l'épithélium pigmenté. Il me paraît même qu'elle est excrétée par le pigment. Du moins, à un fort grossissement et avec le condensateur ouvert (méthode de Koch pour l'observation des micro-organismes colorés), on voit, dans des fragments isolés de cellules épithéliales, le protoplasma, contenant encore des éléments pigmentaires, distinctement coloré en jaune. Les petites aiguilles du pigment sont comme enveloppées d'un nuage de couleur jaune.

Les *cônes* et les bâtonnets courts (verts) ne deviennent bien distincts *qu'à un grossissement plus fort*, surtout les cônes à boule très réfringente, qui sont les plus nombreux. Pourtant, même à des grossissements faibles, on remarque déjà facilement que les boules des cônes, par conséquent les limites des segments internes et externes de ces cônes, sont placées *assez haut entre les segments externes des bâtonnets*, donc plus loin de la limitante externe que ne le montrent les figures publiées jusqu'ici.

Avant de passer à la description détaillée de ces phénomènes, il convient de remarquer que les communications faites

par les auteurs sont incomplètes aussi quant au nombre des espèces des cônes qui existent dans la rétine de la grenouille. Au lieu de deux, on peut, en effet, distinguer dans cette rétine au moins trois espèces de cônes, différents par la structure, les dimensions, la situation et la contractilité, savoir:

1. *cônes à boule, mobiles;*
2. *petits cônes dépourvus de boule et mobiles;*
3. *cônes dépourvus de boule et immobiles,* généralement placés à côté d'un cône ordinaire à boule et mobile, et formant avec lui ce qu'on a appelé des *cônes jumeaux.*

1. *Cônes à boule.* Ils sont composés d'un *segment externe,* de la forme connue, en cône allongé, et d'un *segment interne,* auquel on distingue aisément au moins trois parties: *a.* la partie protoplasmique, contractile, assez faiblement réfringente, formant le prolongement direct de l'enveloppe protoplasmique du grain qui correspond au cône dans la couche granuleuse externe, et se continuant vers la périphérie, en une couche excessivement mince, sur : *b.* le gros corps ellipsoïdal-oblong, assez fortement réfringent, qui est connu sous le nom d'ellipsoïde optique; enfin, dans cet ellipsoïde, à la limite du segment externe: *c.* la gouttelette graisseuse connue, fortement réfringente, en forme de boule, à laquelle est emprunté le nom de cette espèce de cônes.

A l'égard de la forme et de la structure du segment externe, ainsi qu'à l'égard de l'ellipsoïde optique et de sa boule de graisse, nous pouvons renvoyer, sur tous les points essentiels, aux descriptions des observateurs antérieurs; mais la partie du segment interne qui a été nommée en premier lieu, la partie protoplasmique, demande une étude soignée. Pour abréger, cet élément protoplasmique sera désigné dans la suite, à raison de sa propriété principale, la contractilité, sous le nom, suggéré par M. Engelmann, de *cono-myoïde.*

Les cono-myoïdes de la rétine de grenouilles à l'obscurité sont en général des cordons minces et assez longs, qui s'étendent en ligne droite, du dedans au dehors, entre les segments

internes et externes des bâtonnets, se continuent à leur extrémité extérieure par une expansion conique sur l'ellipsoïde optique, et se fixent à l'intérieur sur le grain à cône, situé sous la limitante externe. Dans une même rétine, en des points voisins, la forme de ces cordons n'est pas toujours identique; quelques-uns sont un peu plus longs et plus minces, d'autres plus courts et plus épais. On n'a pu y constater toutefois des différences de volume dépendant de la longueur, lorsque les autres dimensions des cônes étaient les mêmes. Souvent, et surtout chez les myoïdes modérément allongés, la partie qui confine à l'ellipsoïde est, sur une étendue variable, plus mince que le reste. Mesurés à partir de la membrane limitante externe, les myoïdes peuvent acquérir une longueur maximum de plus de 0,050 mm. En pareil cas, les segments externes des cônes font ordinairement saillie au-dessus des sommets des bâtonnets et touchent la face inférieure des cellules pigmentées. En général, toutefois, les cônes ne sont pas déplacés si loin vers l'extérieur, et la limite des segments internes et externes, aisément reconnaissable au globule fortement réfringent de l'ellipsoïde, se trouve environ au niveau du second tiers de la longueur des bâtonnets. Quelle que soit la longueur des myoïdes, les formes et les dimensions des ellipsoïdes et des segments externes des cônes n'éprouvent pas de modifications correspondantes, au moins pas de modifications qui puissent être constatées à simple vue, sans mesures micrométriques exactes.

Les tableaux suivants donnent un aperçu des dimensions des différentes parties de cônes à boule pris, les uns dans les portions centrales, les autres dans les portions périphériques de quelques rétines:

Cônes à boule d'une *Rana esculenta* ayant séjourné 48 heures dans l'obscurité et tuée à une température de 13° C. Longueur du tronc: 8 cm.

Zeiss F. Oc. 2. Unité du micromètre oculaire: 1,65 μ.	Partie centrale de la rétine.			Partie périphérique de la rétine.		
	Moyenne	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.	Moyenne	Nombre des cônes mesurés	Ecart moyen.
Segment externe, longueur:	8,91 μ	7	0,99 μ	10,72 μ	8	1,15 μ
Segment interne:						
Ellipsoïde optique long.:	10,89 μ	9	0,66 μ	10,72 μ	7	1,15 μ
Ellipsoïde optique larg.:	4,62 μ	9	0,33 μ	4,62 μ	7	0,49 μ
Distance de la limite des segments externe et interne à la membrane limitante externe, longueur:	42,07 μ	8	6,27 μ	32,34 μ	6	3,79 μ

Cônes à boule d'une *Rana esculenta* ayant séjournée 24 heures dans l'obscurité et tuée à une température de 13° C. Longueur du tronc: 8 cm.

Zeiss F. Oc. 2. Unité du micromètre oculaire: 1,65 μ.	Partie centrale.			Partie périphérique.		
	Moyenne	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.	Moyenne	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.
Segment externe, longueur:	10,72 μ	10	1,32 μ	12,04 μ	10	2,31 μ
Segment interne:						
Ellipsoïde optique long.:	12,04 μ	10	0,82 μ	10,89 μ	10	1,32 μ
Ellipsoïde optique larg.:	4,12 μ	10	0,49 μ	3,96 μ	10	0,66 μ
Distance de la limite des segments externe et interne à la membrane limitante externe, longueur:	33,49 μ	11	4,9 μ	33,49 μ	12	5,94 μ

2. *Les petits cônes dépourvus de boule et mobiles* (*conules*), qui, comparés aux cônes de l'espèce précédente, sont en nombre très restreint, se trouvent *aussi bien dans les parties périphériques que dans les parties centrales de la rétine.*

On ne peut pas les observer aussi facilement *in situ*, dans les coupes en profil, que les cônes à boule, et cela parce qu'ils

sont notablement plus petits, surtout plus minces, que leur pouvoir réfringent diffère relativement peu de celui des éléments voisins, et que la boule de graisse, à réfraction énergique, leur fait défaut [1]).

A cela près, leur structure et leurs propriétés paraissent être les mêmes que celles des cônes à boule. Les segments externes et la partie ellipsoïdale des segments internes sont situés entre les segments externes des bâtonnets, mais un peu moins loin de la limitante externe que les parties correspondantes des cônes à boule. Ce qui a été dit de la forme des myoïdes chez ces derniers s'applique également anx cônes actuels.

En ce qui concerne les dimensions absolues et relatives, on trouvera dans le tableau suivant quelques données numériques.

Petits cônes sans boule de deux *Ranae esculentae* conservées 24 heures dans l'obscurité. Longueurs du tronc, resp. 8 et 9 cm.

Zeiss F. Oc. 2. Unité du micromètre oculaire: 1,65 μ.	Partie centrale.			Partie périphérique.		
	Moyenne	Nombre des cônes mesurés	Ecart moyen.	Moyenne	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.
Segment externe, longueur:	9,57 μ	7	1,65 μ	9,73 μ	7	1,98 μ
Segment interne:						
Ellipsoïde optique long.:	7,75 μ	8	0,66 μ	6,93 μ	7	0,49 μ
Ellipsoïde optique larg.:	2,64 μ	8	0,49 μ	3,13 μ	7	0,49 μ
La longueur du *cono-myoïde* peut dépasser.....	25 μ					

[1]) Dans les parties périphériques de la rétine j'ai parfois rencontré, à côté des eléments qui viennent d'être décrits, et contigus entre eux, des cônes qui me rappelaient ces *petits* cônes par leur ténuité et par les faibles dimensions, surtout en largeur, de l'ellipsoïde optique.

La présence d'une boule de graisse très menue m'a toutefois décidé à les rapporter aux cônes à boule ordinaires Seraient-ce, peut-être, des formes de transition?

3. *Cônes dépourvus de boule et immobiles* (*cônes secondaires*). *Cônes jumeaux.*

Les cônes dits jumeaux, qu'on trouve dispersés en grand nombre dans la rétine, sont composés de deux cônes très dissemblables par leur structure et leurs autres caractères [1]), et dont les segments internes adhèrent intimement l'un à l'autre. Les deux éléments qui les constituent peuvent être distingués comme cône *principal* et cône *secondaire.* Le cône principal est notre cône ordinaire à boule. Du moins il se comporte, sous tous les rapports, comme le cône à boule indépendant. Son ellipsoïde optique et son segment interne sont situés entre les segments externes des bâtonnets. Le myoïde forme un long cordon, plus ou moins épais. Au bas de ce cordon, immédiatement sur la limitante, et uni par un pédicule court et relativement gros à un grain de cône (le cône principal a son grain propre) [2]), se trouve le *cône secondaire,* également composé d'un segment externe et d'un segment interne. La limite de ces deux segments ne se reconnaît pas, chez lui, aussi facilement que chez le cône à boule. Elle n'était indiquée, dans les préparations à l'acide nitrique, que par une petite raie foncée. Le segment externe est conique, long et étroit. Le segment interne est un peu plus large que celui du cône principal; il ne contient ni ellipsoïde optique, ni boule de graisse, mais bien un corps ayant à peu près la forme d'une lentille plan-convexe. Pour la distance du côté plan de ce corps lenticulaire à la limitante externe, de nombreuses mesures ont donné, tant dans les parties périphériques que dans les parties centrales de la rétine, la valeur presque constante de 10 à 11,5 μ; pour la largeur du segment interne,

---

1) Sous ce rapport, il y a une remarquable différence entre les cônes jumeaux des grenouilles et les cônes doubles des poissons (voir plus loin).

2) Il est malaisé d'isoler les deux cônes en leur entier, chacun avec le grain qui lui appartient. L'union du cône secondaire avec son grain est plus solide que celle du cône principal, dont le grain m'a paru facile à arracher.

j'ai trouvé 6,6 μ. La longueur de segment interne des bâtonnets ordinaires varie entre 13 et 16 μ.

B. Rétines de grenouilles à la lumière. Voir Pl. VII fig. B.

Lorsque la lumière du jour a agi plus ou moins longtemps (par un ciel serein 10 à 15 min. suffisent parfois), on obtient une image toute différente. Le pigment, qui se trouvait accumulé autour des sommets des bâtonnets et dans les bases des cellules épithéliales pigmentées, a alors pénétré, le long des filaments protoplasmiques de ces cellules, entre les bâtonnets et les cônes, et s'est condensé surtout au niveau de la moitié inférieure des bâtonnets, jusque près de la membrane limitante externe. Il n'est resté que peu de pigment, surtout du pigment granuleux, dans les cellules.

A la lumière diffuse ordinaire du jour, le pigment n'atteint presque jamais la limitante externe; mais je l'y ai vu arriver sous l'influence des rayons verts. Ordinairement il dépasse les corps lenticulaires fortement réfringents des segments internes des bâtonnets, et reste alors accumulé à environ 5—10 μ de distance de la membrane limitante.

La couleur jaune des segments externes des bâtonnets et des cellules épithéliales a disparu. Seules, les boules de lipochrine sont restées colorées. Cela n'est pas constant toutefois. Les gros noyaux des cellules apparaissent maintenant de la manière la plus nette. Entre les segments externes des bâtonnets on cherche en vain l'ellipsoïde des cônes à boule, si aisément reconnaissable à sa boule de graisse; le long filament auquel il était attaché a disparu.

Abondamment recouverts par le pigment qui s'est avancé en direction centripète, et à cause de cela difficiles à observer, les cônes se trouvent entre les segments internes des bâtonnets et tels que les ont toujours figurés et décrits les auteurs antérieurs (H. Müller, Max Schultze, Hoffmann, Ewald-Kühne et Angelucci).

Les bâtonnets courts sont faciles à voir sur des coupes perpendiculaires minces.

Cônes à boule.

Aussi bien dans la partie périphérique que dans la partie centrale de la rétine, les cônes à boule reposent par une large base sur la membrane limitante externe. Leur segment interne a la forme d'une bouteille (H. Müller), ou d'une bouteille ventrue (Hoffmann), et est engagé entre les segments internes des bâtonnets, de telle sorte que la boule de graisse de l'ellipsoïde optique se trouve ordinairement un peu au-dessous de la limite des segments internes et externes dss bâtonnets. A cette limite commence aussi, d'ordinaire, le segment externe du cône à boule, segment qui s'étend librement, mais enveloppé d'une épaisse couche de pigment, entre les segments externes des bâtonnets. L'ellipsoïde optique est devenu, comme il résulte du tableau ci-dessous, un peu plus large et plus court que chez les grenouilles à l'obscurité, — changement de forme selon toute vraisemblance purement passif et occasionné par le raccourcissement et l'épaississement du myoïde enveloppant. Le myoïde lui-même a pris une tout autre apparence : c'est maintenant un cordon épais, qui s'insère par une large base d'une part sur l'ellipsoïde optique et d'autre part sur le grain du cône.

Cônes à boule de deux *Ranae esculentae* ayant passé un jour à la lumière diffuse ordinaire et tuées à la temp. de 15° C. Longueur du tronc : 9 cm.

Zeiss F. Oc. 2. Unité du micromètre oculaire : 1,65 μ.	Partie centrale.			Partie périphépique.		
	Moyenne	Nombre des cônes mesurés	Ecart moyen.	Moyenne	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.
Segment externe, longueur:	8,91 μ	10	0,99 μ	8,58 μ	7	0,66 μ
Segment interne:						
Ellipsoide optique long.:	9,40 μ	9	0,49 μ	9,57 μ	6	0,33 μ
Ellipsoide optique larg.:	5,28 μ	11	0,49 μ	5,44 μ	7	0,33 μ
Distance de la limite des segments externes et interne à la membrane limitante externe	15,89 μ	8	1,32 μ	14,35 μ	13	1,15 μ

Les chiffres ainsi trouvés pour la longueur des cônes chez les grenouilles à la lumière concordent bien avec les déterminations faites par M. Hoffmann [1]) et M. Schwalbe [2]). M. Kühne [3]) et M. Anglucci [4]) placent, aussi bien pour les grenouilles à l'obscurité que pour les grenouilles à la lumière, les segments internes des cônes à boule entre les segments internes des bâtonnets, ainsi que l'avait décrit H. Müller. On voit donc que toutes ces descriptions et toutes les indications données par le dessin ou par des mesures ont rapport à des cônes à boule contractés.

Petits cônes dépourvus de boule et mobiles (*conules*).

Ceux-ci, chez les grenouilles à la lumière, se trouvent, de même que les cônes à boule, dans le voisinage de la membrane limitante externe. Le pigment dont ils sont enveloppés les rend toutefois moins faciles à reconnaître que chez les grenouilles à l'obscurité. La largeur du myoïde s'y rapproche plus de la largeur de l'ellipsoïde optique, et leur segment externe fait librement saillie entre les origines des segments externes des bâtonnets.

Cônes jumeaux.

Le myoïde du cône principal s'est contracté au point que l'ellipsoïde est descendu jusqu'à proximité du segment interne du cône secondaire et que les segments internes des deux cônes sont placés presque à la même hauteur. Néanmoins, le cône principal dépasse encore le cône secondaire, et sa boule de graisse se trouve au-dessus de la limite des segments internes et externes des bâtonnets. Différentes mesures,

---

1) Dans: Bronn, *Klassen und Ordnungen des Thierreichs.* Bd. VI. 2, *Amphibiën.*

2) Dans: Graefe-Saemisch, *Handbuch der gesammten Augenheilkunde.* Bd. I, Theil I, S. 410.

3) A. Ewald und W. Kühne, *Untersuchungen aus dem Physiol. Institute der Universität Heidelberg.* Bd. I, S. 420 et Taf. 6, Fig. 2 et 7.

4) *Arch. f. Anat. und Physiol.* (*Physiol. Abth.*), 1873, S. 385 et Taf. VI, Fig. 7, 8, 9 et 10.

prises sur des coupes en profil des parties périphériques et des parties centrales de la rétine, firent voir que la longueur et la largeur moyennes du cône secondaire étaient exactement les mêmes que chez les grenouilles à l'obscurité. C'est là une preuve évidente que le pédicule du cône secondaire ne se contracte pas sous l'influence de la lumière.

Remarques sur le pigment et sa distribution relativement aux cônes, chez la grenouille.

Le pigment brun foncé de la grenouille consiste principalement en petites aiguilles déliées (cristaux), auxquelles est associé un peu de pigment granuleux. Ce sont surtout les petites aiguilles pigmentaires qui, sous l'influence de la lumière, s'avancent en direction centripète dans les filaments protoplasmiques ; le pigment granuleux paraît rester en majeure partie dans les cellules de l'épithélium. Lors du retrait maximum, après un séjonr de 4 heures ou plus à l'obscurité, le pigment n'entoure que le tiers supérieur des bâtonnets, tandis que, lorsque les cônes ont subi leur allongement (déplacement) maximum, les segments externes de ces cônes, et parfois l'ellipsoïde optique tout entier, sont enveloppés par le pigment.

Dans la plupart des cas, toutefois, il n'y a pas déplacement maximum des cônes. J'ignore encore quelles sont les influences qui agissent favorablement sur ce phénomène. D'ordinaire, l'allongement du myoïde est modéré et présente en outre, comme nous l'avons vu par le tableau des cônes à boule chez le grenouille à l'obscurité, un écart moyen considérable.

En contraste avec ce déplacement inégal des cônes est la rétrogradation centrifuge du pigment. Celle-ci s'opère lentement, mais d'une manière très régulière et toujourt suivant un plan parallèle à la membrane limitante. (Pl. VII, Fig. L. 1, 2 et 3).

Lorsqu'il n'y a pas eu déplacement maximum des cônes, mais bien retrait maximum du pigment, les segments externes de la plupart des cônes ne touchent plus, par leur sommet, à la couche pigmentaire.

L'avancement centripète du pigment s'effectue tout autrement que son retrait, jamais sur une même ligne. Après 5 minutes d'exposition à la lumière du jour, diffuse mais assez intense (Pl. VII, Fig. K. 1), le pigment s'est déjà notablement poussé en avant sous forme de stries, dans l'un des filaments protoplasmiques plus que dans l'autre ; parfois même il dépasse dès lors l'ellipsoïde optique. Au bout de 10 à 15 minutes si la lumière du jour est intense, ou au bout d'une demi-heure quand elle faible, le pigment est parvenu jusque près de la membrane limitante, (Pl. VII, Fig. K. 2), où, à mesure que l'action lumineuse se prolonge, il s'accumule de plus en plus (Pl. VII, Fig. K. 3), enveloppant tous les cônes de façon à en rendre l'observation difficile.

Sous l'influence des rayons verts, le pigment pénètre fortement jusqu'au contact de la membrane limitante, de sorte que le myoïde lui-même, et par conséquent le cône tout entier, en est recouvert.

II. Perca fluviatilis.

Parmi les poissons sur la rétine desquels s'est portée mon attention, je citerai la perche (*Perca fluviatilis*) et la brême (*Abramis Brama*).

Comme on le sait, ces espèces possèdent des cônes volumineux, surtout la perche, dont la rétine contient une multitude de grands cônes doubles, à côté d'un nombre beaucoup moindre de cônes simples.

Les cônes doubles étaient déjà connus de Max Schultze. Ce savant les a représentés partiellement (c'est-à-dire en se bornant au double ellipsoïde optique et au double segment externe) dans son *Archiv für mikroskopische Anatomie*, Bd. III ; il a figuré en outre des bâtonnets, dont la forme ressemble à celle des bâtonnets courts, ou verts, des grenouilles.

La rétine de la brême convenait médiocrement pour les recherches que j'avais en vue. Dans ses deux tiers supérieurs, en effet,

on trouve à côté du pigment, dans les fils protoplasmiques des cellules épithéliales et dans ces cellules elles-mêmes, une masse amorphe blanche (guanine). D'après M. Kühne [1]), cette masse avait été remarquée, dès l'an 1845, par Brücke, qui l'appela *pseudo-tapis*. M. Kühne lui-même la considère comme un *tapis rétinien*.

Dans les préparations traitées par l'acide nitrique, cette masse amorphe, blanche et opaque, entrave considérablemeut l'étude des cônes sur les coupes transversales; cette étude est plus facile dans le tiers supérieur du *fundus oculi*, qui est dépourvu de guanine.

A. Rétine de la perche à l'obscurité.

(Voir Pl. VII, Fig. C.)

On sait que les poissons restent le mieux en vie dans une eau courante. Pour remplir autant que possible cette condition, je conservais les individus destinés aux recherches, et choisis parmi les plus vigoureux, dans une baignoire où l'eau se renouvelait lentement par afflux et écoulement continus. Le moment venu, le poisson était retiré du reservoir, mis dans un petit seau et porté dans une armoire obscure, à l'intérieur d'une chambre non éclairée. Les expériences s'exécutaient le soir. Après un séjour d'au moins 4 heures dans l'obscurité, l'animal était rapidement décapité à la lumière du sodium, le crâne était fendu longitudinalement, puis, de même que chez la grenouille, les bulbes étaient enlevés à l'aide de ciseaux et plongés dans la solution connue de HNO_3. Ils y demeuraient pendant 12 heures, ou même plus longtemps. Ce durcissement avait également lieu dans l'obscurité absolue.

Le bulbe durci, il n'y a plus qu'à y pratiquer une section équatoriale et à retirer de sa moitié postérieure l'humeur vitrée, pour que la rétine se montre à découvert.

---

1) *Zur Physiologie des Sehepithels, insbesondere der Fische; von W. Kühne und H. Sewall* (*Untersuchungen aus dem physiologischen Institute, Heidelberg*, Bd. III, 1880.)

La rétine présente une *coloration rouge*, et une fente qui, partant du point d'entrée du nerf optique, s'étend vers le bas et un peu en avant, jusqu'à la périphérie (*ora serrata*). Je crois devoir regarder cette fente comme un *reste fœtal*.

Dans l'état fœtal, en effet, alors que le cristallin, se développant aux dépens de l'épithélium du feuillet blastodermique externe, invagine la vésicule oculaire primaire et la transforme en vésicule oculaire secondaire, l'humeur vitrée s'introduit par dessous entre cette vésicule et le cristallin; elle contribue ainsi à donner a la vésicule oculaire secondaire la forme d'un gobelet, dont la paroi inférieure, depuis la tige à laquelle ce gobelet est fixé (le nerf optique) jusqu'à son bord, reste provisoirement ouverte, en fente oculaire fœtale, pour se fermer plus tard [1]).

Or, chez la perche, cette occlusion paraît ne pas avoir lieu.

Aucun des autres vertébrés dont j'ai examiné la rétine ne m'a présenté la fente en question.

Quand les préparations à l'acide nitrique sont fraîches, les coupes transversales de la rétine laissent voir dans la couche des cônes et bâtonnets, là où ses éléments ont été mis à découvert par le retrait du pigment, úne coloration rouge, qui disparaît très rapidement à la lumière. Cette coloration ne fait défaut que dans une zone étroite, parallèle et contiguë à la membrane limitante externe. On peut mesurer la largeur de cette zone, et déterminer ainsi à quelle distance de la membrane limitante est venue se placer la limite des segments externes et internes des bâtonnets. La coloration correspond, en effet, au rouge rétinien contenu dans les segments externes de ces éléments.

Chez la perche dont la rétine a fourni la matière de mon dessin, et qui était restée pendant 5 heures dans l'obscurité, la zone en question avait une largeur de 16,5 μ.

---

[1]) Voir: G. Schwalbe, *Lehrbuch der Anatomie der Sinnesorgane*, p. 80 (dans: Hoffman, *Lehrbuch der Anatomie des Menschen*, IIer Bd., IIIte Abth., 1885).

Il est à remarquer que le rouge rétinien ne s'était pas, comme chez la grenouille et d'autres animaux, transformé en jaune sous l'action de l'acide nitrique. Le même phénomène s'observe chez la brême maintenue à l'obscurité.

Si l'on divise équatorialement l'œil d'une brême conservée dans l'obscurité et l'œil d'une brême laissée exposée à la lumière, et qu'on débarrasse leurs moitiés postérieures de l'humeur vitrée, qui chez ces poissons s'en détache très facilement en entier, la rétine de la brême à l'obscurité offre une couleur rouge, celle de la brême à la lumière une couleur bleue. A une différence de saturation dans cette couleur rouge et dans cette couleur bleue, on distingue nettement la ligne où s'arrête le tapis rétinien.

Reprenant l'examen de nos coupes transversales, nous voyons le pigment fortement accumulé en direction centrifuge; il remplit les bases des cellules épithéliales pigmentées, ainsi que les racines des fils protoplasmiques auxquels ces cellules donnent naissance, et il enveloppe donc non seulement les sommets des bâtonnets, mais aussi les segments externes des cônes doubles et une partie de l'ellipsoïde optique. Les segments externes et les ellipsoïdes des cônes simples sont, à cause de la situation plus périphérique de ces parties, enveloppés presque en entier et par suite très difficiles à distinguer. On ne les découvre çà et là, dans le pigment, que sur des coupes transversales très minces.

Les myoïdes de tous les cônes ont l'aspect de longs et gros cordons, dirigés vers la membrane limitante. Relativement minces au milieu, ils sont beaucoup plus larges au niveau de leur insertion sur l'ellipsoïde optique et sur le grain du cône.

Les segments externes des bâtonnets, écartés et refoulés par les ellipsoïdes optiques des cônes, apparaissent comme incurvés.

Un grossissement de 600 diamètres nous fait suffisamment connaître, en particulier, chacun des éléments. Ceux qui frappent les premiers le regard, à cause de leurs grandes dimensions, sont les *cônes doubles.*

Ces cônes sont formés de deux segments externes et d'un segment interne; celui-ci est constitué par un double ellipsoïde optique et un myoïde. Les segments externes et les ellipsoïdes optiques s'étudient le mieux sur des exemplaires isolés; les myoïdes, sur des coupes en profil.

Les deux segments externes d'un cône double, égaux et semblables, sont de forme conique, à sommet arrondi, et intimement unis l'un à l'autre.

En cas de déplacement maximum, les sommets de ces segments externes dépassent généralement les sommets des bâtonnets. On peut en faire l'observation après avoir enlevé (à l'aide d'un pinceau mouillé) les cellules épithéliales pigmentées.

L'image qu'on obtient de cette manière permet, en outre, de se faire une idée de la situation respective des cônes. En premier lieu, on y remarque le nombre considérable, prédominant, des cônes doubles; en second lieu, elle donne un aperçu des rapports topographiques de ces cônes. C'est ainsi que, sur mon dessin de la perche à l'obscurité, dans la moitié à droite, deux cônes doubles se voient de face et, à côté, un cône double est vu de profil; les sections optiques se croisent sous un angle de 90°.

La limite entre le segment externe et le segment interne est facile à reconnaître. Les ellipsoïdes optiques des cônes doubles contiennent deux grand corps ovoïdes, aplatis suivant leur face de contact, et entourés d'une capsule à laquelle le myoïde adhère largement. Le protoplasma de l'ellipsoïde optique est, dans mes préparations à l'acide nitrique, coagulé en fines granulations.

Ainsi que je l'ai déjà dit, les myoïdes ont la forme de gros cordons, qui du côté central se portent vers la membrane limitante et sont en connexion avec un grain de la couche granuleuse externe.

Les *cônes simples*, cachés dans le pigment, sont également composés d'un segment externe et d'un segment interne.

Le segment externe a encore la forme d'un cône à sommet arrondi, et est nettement séparé du segment interne, auquel on distingue de nouveau deux parties: un ellipsoïde optique, de forme ovoïde, et un myoïde, plus mince et plus long que celui des cônes doubles. Les dimensions de toutes les parties de ce cône simple, à l'exception de la longueur du myoïde, sont beaucoup moindres que celles du cône double. Cela ressort du tableau qu'on trouvera plus loin et aussi de l'inspection de notre dessin.

Ainsi qu'il a été dit dans les considérations générales sur nos coupes en profil, les cônes et surtout les ellipsoïdes optiques, par leur déplacement centrifuge entre les *bâtonnets*, notamment entre leurs segments externes, incurvent ceux-ci. Les cônes simples ayant, par suite de leurs dimensions plus faibles, moins de résistance à vaincre, ils devront en quelque sorte devancer les gros cônes doubles, et telle est peut-être la raison pour laquelle leur déplacement est beaucoup plus considérable que celui de ces cônes doubles (voir le Tableau).

Quant à la manière dont se comportent les segments internes des bâtonnets, c'est un point que je n'ai pu éclaircir jusqu'ici. Les bâtonnets de la perche exposée à la lumière ressemblent aux bâtonnets verts des grenouilles. Mais, chez la perche à l'obscurité, on ne voit rien du segment interne filiforme de ces bâtonnets. Dans mes préparations, l'observation distincte de ce segment était empêchée par la liaison des différentes parties et par l'aspect strié de la zone incolore dont il a été question plus haut. Cet aspect strié est dû aux poils qui s'élèvent de la membrane limitante externe, dont ils sont regardés comme des prolongements. Selon toute probabilité, les segments internes filiformes se renflent, à l'obscurité, en cordons protoplasmiques plus gros, mais plus courts. Les segments externes des bâtonnets seraient alors déplacés, en masse, dans la direction centripète. Pour trancher la question, un examen ultérieur est nécessaire.

Rétine d'une perche conservée pendant 5 heures dans l'obscurité absolue.

(Longueur de l'animal: 25 cm.).

Zeiss F. Oc. 2.	Partie centrale de la rétine.					
	Cônes doubles.			Cônes simples.		
	Moyenne	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.	Moyenne	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.
Segment interne: *Ellipsoïde optique* Longueur:	38,1 μ	6	1,9 μ	21,6 μ	8	2,3 μ
Segment interne: *Ellipsoïde optique* Largeur (maximum):	18,3	7	1,1	10	6	0,8
Segment interne: *Myoïde*. . Longueur:	45,2	13	4,1	73	4	4,6
Segment externe, Longueur:	24,9	7	2,4	19,8	6	1,6

B. Rétine de la perche à la lumière.

(Voir Pl. VII, Fig. D).

Les sujets que j'ai examinés avaient passé un jour à la lumière diffuse d'un ciel clair.

Dans ces conditions, la rétine a entièrement perdu sa coloration rouge. On n'en découvre pas trace non plus dans une coupe transversale, où l'on voit transparaître les gros segments externes des bâtonnets. Le pigment s'est avancé dans la direction de la membrane limitante externe et se trouve fortement accumulé, non loin d'elle, autour des parties supérieures des cônes contractés. Ceux-ci, en contact immédiat les uns avec les autres, sont assis par une large base sur la membrane limitante. Leur myoïde est fortement rétracté, très gros et très court. Entre eux s'étendent les segments internes filiformes des bâtonnets, dont les segments externes, incurvés chez la perche à l'obscurité par les grands ellipsoïdes des cônes, se dressent maintenant, comme des palissades droites, les uns près des autres, séparés seulement par les fils protoplasmiques, remplis de pigment, des cellules de l'épithélium pigmenté.

Ces cellules épithéliales elles-mêmes renferment encore une

notable quantité de pigment, mais leurs bases reposent maintenant mieux sur les sommets des bâtonnets.

Chez la perche à l'obscurité, je pense que l'épithélium pigmenté est éloigné de ces sommets par le retrait de la grande masse du pigment. Cela s'explique d'ailleurs aisément, quand on songe qu'il n'existe qu'une union lâche entre les deux lames de la vésicule oculaire secondaire.

Passant à l'examen de chacun des éléments en particulier, nous avons de nouveau à considérer en premier lieu les *cônes doubles*. Leur segment externe et leur ellipsoïde optique ne diffèrent presque en rien, quant à la forme et aux dimensions, de ce qu'ils sont chez la perche à l'obscurité. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à consulter les figures et les tableaux.

Mais les myoïdes, très faciles à étudier sur des coupes transversales, se sont élargis en cordons, dont l'épaisseur approche du diamètre des ellipsoïdes. Leur longueur est très petite, comparée à celle du myoïde du cône à l'obscurité.

Entre les cônes doubles apparaît çà et là, également avec un myoïde large et court, le *cône simple*, dont nous avons appris à connaître le segment externe et l'ellipsoïde optique en parlant de la perche à l'obscurité; chez celle-ci, ce petit cône se laissait observer moins facilement que dans le cas actuel, parce qu'il était plus engagé dans le pigment. Au total, le cône simple se trouve, chez la perche à la lumière, plus près de la membrane limitante que le cône double.

Grâce à ses dimensions moindres, cet élément se meut, comme nous l'avons vu, avec plus de facilité, la résistance à vaincre étant plus faible.

Tous ces cônes, serrés les uns contre les autres à la surface de la limitante externe, ont refoulé latéralement les longs poils qui recouvrent cette membrane. On voit ces poils ramassés en petites touffes entre les myoïdes des éléments coniques, où ils entourent le segment interne filiforme des *bâtonnets*, lesquels ressemblent par leur forme aux bâtonnets verts ou courts des grenouilles. Sur des préparation dont se

sont détachés çà et là quelques ellipsoïdes, on reconnaît distinctement ce segment interne du bâtonnet, et l'on remarque alors, en outre, que la limite des segments externe et interne est située beaucoup plus haut que chez la perche à l'obscurité.

Rétine d'une perche exposée tout un jour à la lumière diffuse d'un ciel serein.
(Longueur de l'animal: 21 cm.).

		Partie centrale de la rétine.					
		Cônes doubles.			Cônes simples.		
		Moyenne	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.	Moyenne	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.
Segment interne	*Ellipsoïde optique* Longueur:	37,9 μ	5	2,6 μ	21,8 μ	8	1,6 μ
	Ellipsoïde optique Largeur (maximum):	18,4	6	1,3	9,4	8	0,4
	Myoïde . . Longueur:	6,7	10	0,8	6,9	5	0,4
Segment externe, Longueur:		24,4	8	1,1	17,3	7	0,9

III. Triton cristatus.

Les Amphibiens urodèles m'offraient, dans la famille des Tritonidés, d'excellents sujets d'étude. Bien qu'en Hollande la petite salamandre aquatique (*Triton taeniatus*) soit facile à obtenir et se rencontre en général beaucoup plus fréquemment que la salamandre aquatique ordinaire (*Triton cristatus*), c'est exclusivement de cette dernière que je me suis servi, à cause de la grosseur de son bulbe oculaire, qui rendait facile l'extraction de lambeaux de rétine.

De même que les grenouilles, les tritons furent exposés, dans un flacon ouvert et contenant un peu d'eau, aux influences de la lumière et de l'obscurité.

Mon attention s'est portée principalement sur la partie épithéliale du feuillet interne de la vésicule oculaire secondaire, partie comprenant la couche granuleuse externe, la membrane limitante externe et la couche des cônes et bâtonnets.

Même dans les rétines qui ont été soumises longtemps à la vive clarté du jour, l'épithélium pigmenté adhère trop faiblement pour qu'il soit possible d'obtenir de bonnes coupes transversales de l'ensemble, telles que je les aurais désirées.

Pendant qu'on hache avec le rasoir, les fils protoplasmiques rompent aisément à la base des cellules pigmentées. Dans ces fils rompus, engagés entre les cônes et les bâtonnets, il reste, quand on a opéré sur la rétine d'un triton exposé à la lumière, de petites aiguilles de pigment; mais jamais, même sous l'action prolongée de la lumière diffuse la plus vive, je n'ai vu le pigment atteindre la membrane limitante externe.

Mes figures représentent donc des coupes en profil de la couche épithéliale sans l'épithélium pigmenté. De celui-ci, il ne sera pas question dans ce qui va suivre.

A. Rétine du triton à l'obscurité.

(Voir: Pl. VII, Fig. E.)

Après que les animaux ont été conservés, comme les grenouilles, pendant au moins 4 heures dans l'obscurité absolue, les bulbes sont rapidement enlevés de la manière ordinaire à la flamme du sodium, puis déposés dans la solution de HNO_3, où ils restent environ un jour. Une section équatoriale ayant alors été pratiquée sous la solution physiologique de sel marin, on détache de la moitié postérieure du bulbe, au moyen de ciseaux, de petits segments de rétine. La couche épithéliale, vue du côté choroïdien, apparaît *totalement dépourvue de pigment* et colorée en jaune citron (jaune rétinien). En tailladant avec le rasoir, on obtient quantité de bonnes coupes transversales et d'éléments isolés en tout ou en partie, qui, conservés dans la glycérine, conviennent parfaitement pour l'examen microscopique, à grossissement faible ou fort.

Ces éléments ont été fréquemment étudiés, mais toujours chez l'animal resté exposé à la lumière.

M. Ranvier [1]) donne la figure d'une coupe transversale obtenue après durcissement très laborieux par l'acide osmique et l'alcool étendu et coloration par le picrocarmin. Il me semble que, ainsi traités, les segments internes des cônes se gonflent trop fortement. Mes préparations à l'acide nitrique fournirent des images toutes différentes.

Une coupe transversale de la rétine d'un triton maintenu dans l'obscurité fait voir une distribution assez uniforme des éléments. Dans la couche des cônes et bâtonnets, on distingue sans peine, même à un grossissement médiocre:

1° les cônes mobiles simples;

2° les cônes jumeaux, à cône principal mobile;

3° les bâtonnets.

Après que j'eus découvert, chez le pigeon, les changements de forme subis par les bâtonnets, mon attention se porta plus spécialement sur ces éléments. Or, la rétine du triton était éminemment propre aux recherches que j'avais en vue. M. Ranvier, entre autres, dit à ce sujet [2]): „Pour acquérir les premières notions sur la structure de la rétine, il convient de l'étudier d'abord chez le triton crêté, où la couche des cellules visuelles et certains autres détails se montrent avec une grande évidence." Cela est parfaitement exact. Les bâtonnets, courts et gros, avec leur segment externe à structure complexe; les cônes simples mobiles; les cônes jumeaux, avec leur cône principal mobile et leur cône secondaire immobile, — tous apparaissent avec tant de netteté, même à un grossissement assez faible, qu'ils se prêtent admirablement à l'étude des changements de forme. Je ne suis en désaccord avec M. Ranvier que pour la membrane limitante, que je n'ai pas trouvée aussi distincte que lui, comme il ressort le mieux de la comparaison de nos figures.

---

1) Ranvier, *Traité technique d'histologie*, Paris, F. Savy, 1875—1882, p. 956.

2) *l. c.*, p. 954.

Ce qui m'a toutefois le plus frappé sur mes coupes transversales de la rétine du triton à l'obscurité, c'est que dans la couche granuleuse externe, dont les grains formeraient, pensait-on, une rangée unique, les *grains des bâtonnets ne se trouvaient pas tout entiers dans le rang, mais le dépassaient par le haut, en faisant même assez fortement saillie au-dessus de la membrane limitante externe.* Nous reviendrons tout à l'heure sur ce fait, en parlant du segment interne des bâtonnets.

Passant maintenant à l'examen successif des divers éléments de la couche des cônes et bâtonnets, chez le triton à l'obscurité, nous commencerons par:

1. Les *cônes simples, mobiles.* Ces éléments rappellent les petits cônes mobiles, sans boule, des grenouilles. Ils sont composés d'un segment externe conique et assez long, presque deux fois aussi long que celui de la *Rana esculenta*, et d'un segment interne, où l'on distingue aisément deux parties: un *ellipsoïde optique de forme ovoïde*, qui à l'une de ses extrémités, là où s'attache le segment externe, est comme déprimé; et une *partie protoplasmique contractile*, le myoïde du cône.

Le myoïde, dont la longueur n'est pas constante et qui a l'aspect d'une corde, mince au milieu, assez large à ses insertions, unit l'ellipsoïde optique au grain du cône. Ce grain, gros et ovale, touche par un de ses bouts à la membrane limitante externe, qui, bien que peu distincte, est reconnaissable aux petits cils, courts et fins, qui se dressent à sa surface. Jamais je n'ai vu le myoïde des cônes aussi long, ou plutôt aussi fortement étiré, que celui des grenouilles; ordinairement l'ellipsoïde optique s'élève au-dessus de la limite des segments internes et externes des bâtonnets, limite qui, nous le verrons plus loin, est située assez haut, plus haut que dans le bâtonnet exposé à la lumière. Tandis que chez la *Rana esculenta* j'ai rencontré des myoïdes de cônes qui mesuraient jusqu'à $0^{mm},050$, le *Triton cristatus* ne m'en a pas offert qui eussent plus de $0^{mm},016$ de longueur.

L'ellipsoïde optique reste de forme sensiblement constante.

Dans le tableau suivant, on trouvera les dimensions des différentes parties des cônes mobiles simples.

Cônes mobiles simples d'un *Triton cristatus* qui avait séjourné 5 heures dans l'obscurité absolue.

Zeiss F, Oc. 2. — Unité du microm. ocul. = 1,65 μ.

			Moyenne.	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.
Segment externe,		longueur	16,99 μ	6	2,14 μ
Segm. interne	ellipsoïde optique	longueur	6,93 μ	7	0.49 μ
		largeur	4,78 μ	6	0,28 μ
	myoïde,	longueur	12,37 μ	7	2,14 μ

2. *Cônes jumeaux, à cône principal mobile.*

Ces formations se rencontrent abondamment dans toutes les parties de la rétine. De même que chez les grenouilles, elles consistent en deux cônes très différents de structure et de propriétés. Je crois que le nom de cônes jumeaux est ici préférable à celui de cônes doubles; ce dernier s'applique bien chez les poissons, mais chez les grenouilles et les tritons il vaut mieux parler de cônes jumeaux.

Le *cône principal* du cône jumeau est pareil, par sa forme et ses propriétés, au cône mobile simple, ci-dessus décrit; il a son segment externe, son ellipsoïde optique, son myoïde et son grain propre. Au myoïde du cône principal est partiellement uni, par son segment interne, le cône secondaire.

Ce *cône secondaire* présente, en effet, un segment interne et un segment externe. Le segment externe ressemble assez bien à celui du cône principal. Dans le segment interne, de dimensions beaucoup plus grandes que celui du cône principal, on trouve un corps ovoïde, qui du côté central s'étend jusqu'à la membrane limitante externe, du côté périphérique jusque près de la limite du segment externe. Cette limite est facile

à reconnaître. Un court et large protoplasma, qui ne subit aucun changement de forme, relie le cône secondaire à son grain propre.

3. *Bâtonnets.* Plus courts que ceux de la grenouille, mais par contre plus gros, ils sont faciles à étudier sous un grossissement médiocre. Leur segment externe, d'un jaune citron (coloration due à la présence du rouge rétinien transformé par HNO_3), est un cylindre à sommet arrondi.

Plus complexe est le segment interne. On y voit un corps plan ou biconcave, qui réfracte très fortement la lumière et est morphologiquement homologue au corps lenticulaire contenu dans le segment interne des bâtonnets de la grenouille; en dedans, ce corps très réfringent est limité par un corps plus ou moins arrondi, occupant toute la largeur du segment interne, et d'une réfringence beaucoup plus faible. M. Ranvier désigne celui-ci sous le nom de „corps accessoire".

Presque contigu à ce corps, auquel il est uni par du protoplasma, se trouve le grain du bâtonnet, dont la forme diffère un peu de celle des grains de cônes. C'est, en effet, un ovoïde aminci en pointe vers le bas. La base de cet ovoïde *s'élève de plusieurs microns au-dessus de la membrane limitante externe,* ce qui n'est pas le cas dans la rétine du triton exposé à la lumière. Il en résulte que la limite des deux segments du bâtonnet est déplacée en direction centrifuge. Il en résulte aussi que les grains des bâtonnets ne sont plus situés au même niveau que ceux des cônes, mais plus haut; *il doit donc se produire un glissement de ces grains dans la couche granuleuse externe.*

B. Rétine du triton à la lumière.

(Voir: Pl. VII Fig. F.)

Quelques-uns de mes tritons furent exposés pendant plus de 12 heures à l'action de la lumière diffuse, mais vive, d'un jour d'été, puis les bulbes oculaires furent extirpés, durcis et ouverts de la manière connue. La moitié postérieure des bulbes

ayant alors été découpée en segments, sous la solution physiologique de sel marin, de petits lambeaux de rétine s'en détachèrent.

La couche des cônes et bâtonnets était *teinte en brun noirâtre par l'abondant pigment* répandu dans les fils protoplasmiques des cellules pigmentées, fils qui eux-mêmes avaient été arrachés mécaniquement de la base des cellules. Ainsi qu'il a été dit plus haut, je n'ai jamais vu le pigment, sous l'influence de la lumière diffuse vive du jour, atteindre la membrane limitante externe.

Les coupes transversales de la rétine montrent maintenant les grains des bâtonnets dans une position très différente de celle où nous les avons vus plus haut; *nulle part ils ne font saillie au-dessus de la membrane limitante externe;* les gros noyaux, qui remplissent la cellule presque tout entière, sont disposés à peu près dans le même plan que ceux des grains des cônes; parfois, ces derniers sont situés un peu plus bas, comme l'a déjà remarqué M. Ranvier, mais telle n'est pas la règle générale chez les sujets qui ont été exposés longtemps à une lumière diffuse vive.

Les *cônes simples, mobiles,* sont implantés, par un myoïde contracté, court et gros, sur la membrane limitante externe. Leur segment externe et leur ellipsoïde optique sont de la même forme et ont à peu près les mêmes dimensions que ceux des cônes du triton maintenu dans l'obscurité.

Le tableau suivant fait connaître la longueur des myoïdes des cônes, c'est-à-dire la distance depuis l'ellipsoïde optique jusqu'à la membrane limitante externe; il met en lumière la grande différence qui existe, sous ce rapport, entre le myoïde contracté et le myoïde non contracté.

Cônes mobiles simples d'un *Triton cristatus* exposé pendant plus de 12 heures (un jour) à la lumière diffuse d'un ciel serein.
Zeiss F, Oc. 2. — Unité = 1,65 μ.

		Moyenne.	Nombre des cônes mésures.	Ecart moyen.
Segment externe,	longueur	15,08 μ	7	0,72 μ
Segm. interne, ellipsoïde optique	longueur	6,79 μ	8	0,3 μ
	largeur	4,12 μ	7	0 μ
myoïde,	longueur	3,30 μ	9	0,11 μ

En comparant ce tableau avec le précédent, on voit que chez le triton à l'obscurité le myoïde est environ 4 fois plus long que chez le triton exposé à la lumière. L'écart moyen a également, chez le premier, une valeur plus grande, ce qui porte à croire que la limite où s'arrête la contraction du myoïde est plus constante que celle atteinte par son allongement.

Les nombres qui indiquent la longueur et la largeur moyennes de l'ellipsoïde optique se rapprochent beaucoup de ceux du tableau précédent. En ce qui concerne le segment externe, on remarque entre les deux tableaux une assez grande différence; mais, de cet élément délicat, il peut si facilement, par rupture mécanique, se détacher un petit fragment!

2. *Cônes jumeaux, à cône principal mobile.* Le myoïde du cône principal ne se contracte jamais aussi fortement que celui du cône mobile simple; son ellipsoïde optique se voit toujours entre les segments externes des bâtonnets, par conséquent au-dessus de la limite du segment externe et du segment interne de ces éléments. Comme la limite en question, chez le triton exposé à la lumière, s'avance plus vers le centre, se rapproche donc plus de la membrane limitante externe, la position de l'ellipsoïde optique du cône principal, telle que nous venons de l'indiquer, s'explique suffisamment.

Le cône secondaire ne subit ni changement de forme, ni

changement de lieu, et ressemble tout à fait à celui, précédemment décrit, du triton maintenu dans l'obscurité.

3. *Bâtonnets.* Chez les bâtonnets, unis à leurs grains, je n'ai pu constater aucun changement de forme, mais bien un changement de lieu. L'ensemble s'était abaissé en direction centripète, de manière que les grains avaient pris place dans le rang des grains des cônes, c'est-à-dire au-dessous de la membrane limitante externe. Par suite, la limite des segments, internes et externes se trouvait beaucoup plus près de cette membrane.

Jamais je n'ai pu observer de changement spécial, soit au segment interne, soit au segment externe. Seulement, ce dernier était incolore.

IV. Columba livia.

Après avoir constaté chez des animaux à sang froid la contraction des cônes rétiniens sous l'influence de la lumière, j'étais naturellement conduit à chercher dans quelle mesure ce phénomène se produisait aussi chez les animaux à sang chaud.

Pour cette recherche, je choisis les pigeons, et de préférenee les pigeons à iris de couleur claire. Chez ceux-ci, en effet, les cellules de l'épithélium ne contiennent qu'un pigment peu abondant et de coloration peu foncée, cc qui rend plus facile à observer, sur des coupes en profil, la position que ce pigment occupe à la suite de l'action de la lumière ou de l'obscurité. Certaines variétés de pigeons domestiques, appelées *culbutants* par les amateurs, répondent à ces conditions.

A l'instar de ce qui a été fait pour les grenouilles, nous emploierons les expressions „pigeons à la lumière" et „pigeons à l'obscurité", pour désigner des pigeons ayant respectivement séjourné quelques heures à la lumière ou dans l'obscurité absolue.

La boîte qui avait servi à renfermer les grenouilles put être employée au même usage pour les pigeons. Chez le pigeon

à l'obscurité, les bulbes furent de nouveau extirpés à la lumière d'une flamme de Na; chez le pigeon à la lumière, l'opération s'exécutait à la clarté du jour. Le durcissement fut effectué dans une solution d'acide nitrique à 3,5 % (environ 50 cm. c. pour chaque œil); la section équatoriale et le lavage eurent lieu dans une solution de sel marin à 0,45 %. Par deux coups de ciseaux, en avant et en arrière du peigne, la rétine devenait libre, et l'on pouvait alors aisément l'isoler et la faire nager dans la solution de sel. Il importe que le lavage l'ait bien débarrassée de l'acide; la décoloration des boules colorées, ainsi que des gouttelettes pigmentaires contenues dans le segment interne de certains cônes, est alors beaucoup retardée.

Comme la rétine du pigeon présente trois parties qui, surtout en ce qui concerne les éléments de la couche des cônes et bâtonnets, diffèrent considérablement entre elles, il était nécessaire de décrire séparément chacune de ces parties et de chercher comment elles se comportent sous l'influence de la lumière et de l'obscurité.

A cet effet, on prit de petits segments de rétine dans le champ rouge, d'autres dans le champ jaune, en avant et en arrière du peigne, et enfin un petit segment, d'environ 1 mm. carré, qui comprenait la fovea. Ces segments furent étalés (le côté choroïdien en dessus) sur la lame porte-objet, dans quelques gouttes de la solution de sel, puis hachées avec un rasoir bien affilé, après enlèvement complet de l'humeur vitrée.

On obtint ainsi de superbes coupes en profil, surtout du champ rouge; parfois, en effet, le durcissement des cônes, si abondants dans cette partie, ne laissait absolument rien à désirer.

Après addition d'un peu de glycérine pure et recouvrement par une lamelle de verre, les coupes étaient prêtes pour l'examen microscopique. Celui-ci eut lieu avec le système homogène à immersion de Zeiss $\frac{1}{18}$, oculaire 2, et avec le système Zeiss F, oculaire 2.

Avant d'aborder la description des différences d'état de la rétine, suivant que l'oiseau avait été maintenu dans l'obscurité ou était resté exposé à la lumière, j'ai dû, vu l'imperfection de nos connaissances quant à la structure histologique de la rétine du pigeon, me livrer à une étude particulière de celle-ci, en tenant compte de ce qu'en avaient déjà dit les auteurs antérieurs.

La rétine du pigeon mesure, dans son méridien vertical comme dans son méridien horizontal, environ 20 millimètres. Ces deux méridiens partagent la rétine en 4 quadrants. Au point de croisement (pôle postérieur de l'œil) se trouve la fovea. Le quadrant postérieur-supérieur, ou temporal supérieur, est occupé presque en entier par le champ rouge; il n'y a qu'un petit segment de ce champ qui fasse partie du quadrant antérieur-supérieur ou nasal supérieur.

Le champ rouge est de forme à peu près circulaire, ou bien de forme plus ou moins elliptique, à grand axe placé horizontalement; il mesure de 9 à 10 mm. dans le méridien horizontal, de 7,5 à 8,5 mm. dans le méridien vertical.

Dans le quadrant temporal inférieur de la rétine se voit le peigne, plissé en éventail, qui commence un peu au-dessous et en arrière de la fovea, se dirige vers le bas et un peu en avant, et se termine près de la périphérie.

Devant et derrière le peigne s'étend le champ jaune; environ les $\frac{3}{4}$ de la rétine sont donc occupés par ce champ jaune, $\frac{1}{4}$ par le champ rouge.

La fovea, située dans le champ jaune, se présente sous la forme d'une fossette relativement peu profonde, à bord relevé.

Je vais maintenant décrire successivement les éléments de la rétine, tels qu'on les rencontre dans chacun des deux champs et dans la fovea.

Le champ jaune (voir Pl. VIII Fig. B et E), vu, après enlèvement de la couche pigmentée, du côté choroïdien, est surtout reconnaissable à sa couleur jaune lorsque la rétine

du pigeon à l'obscurité a été durcie dans l'acide nitrique faible, parce qu'au vert jaunâtre d'un grand nombre de boules de graisse s'ajoute alors le jaune résultant de la transformation, sous l'influence de l'acide, du rouge des segments externes des bâtonnets.

Ce champ contient:

1. Des *cônes simples*, dont on distingue trois espèces, savoir, par ordre de longueur:

a. cônes à boules *petites et vertes* (diamètre des boules = 1,7 μ) (Fig. B.b et E.c);

b. cônes à boules *rouges* (diamètre des boules = 2,9 μ à 3,5 μ) (Fig. B.c et E.d);

c. cônes à boules *oranges* (diamètre des boules = 2,3 μ à 2,9 μ) (Fig. B.d et E.e).

Les segments externes de ces cônes simples sont longs et minces, filiformes; ils se rompent aisément. Leur longueur est considérable et ne le cède pas à celle des segments internes, qui sont beaucoup plus gros et à structure très complexe.

Ces segments internes reposent, en forme de cônes renversés, sur la membrane limitante externe. On y distingue nettement la partie dite ellipsoïde optique, qui à son extrémité périphérique contient la boule de graisse si diversement colorée, et une partie protoplasmique, le myoïde de M. Engelmann. Celui-ci est la partie la plus longue et la plus centrale du segment interne; il se continue, à travers la limitante externe, jusque dans le grain correspondant de la couche granuleuse externe; sous l'influence de la lumière, il se raccourcit et s'épaissit.

L'ellipsoïde optique a la forme d'un cylindre à extrémités arrondies. Il ne subit aucun changement dans sa forme. Sa partie périphérique est entièrement occupée par la boule de graisse; seule, une mince couche de protoplasma, à laquelle est uni le segment externe, enveloppe cette boule, dont le diamètre égale à peu près la largeur du cylindre.

M. Max Schultze a figuré un semblable ellipsoïde chez le faucon et le coq. [1]) Chez le pigeon il ne paraît pas l'avoir trouvé; du moins, il ne l'a ni décrit, ni représenté par le dessin.

Les cônes simples à petites boules vertes sont relativement assez rares dans le champ jaune; ceux à boules oranges ou rouges s'y trouvent en abondance et souvent groupés deux à deux.

Le protoplasma des cônes simples du champ jaune est incolore.

2. *Cônes jumeaux* (Fig. B.a et E.a.b). On ne rencontre, dans le champ jaune, qu'une seule espèce de ces cônes doubles; ils y existent en grand nombre et sont de conformation beaucoup plus robuste que les cônes simples.

On y distingue un cône principal et un cône secondaire.

Les *cônes principaux* ont à peu près la figure des cônes simples déjà décrits, mais ils sont plus longs et plus gros. Dans leur segment interne, composé de protoplasma incolore, on reconnaît encore l'ellipsoïde optique, invariable de forme et contenant une grosse boule graisseuse verte (diamètre 3,5 μ), et le myoïde, qui se contracte sous l'influence de la lumière. Les grosses boules vertes occupent un plan plus rapproché de la périphérie que celui des boules des cônes simples.

Quant au segment externe des cônes principaux, il n'est pas filiforme, mais plutôt conique et, en outre, plus court que celui des cônes simples.

Le *cône secondaire*, qui offre l'aspect d'un long fuseau intimement uni à la partie protoplasmique du cône principal, loge ordinairement, dans l'extrémité périphérique de son segment interne, des gouttelettes pigmentaires brun-rougeatre. Entre ce segment interne et le segment externe, qui a la même forme que celui du cône principal, il est difficile d'observer une séparation nette. Les segments internes des cônes

---

[1]) M. Schultze, *Archiv f. Mikrosk. Anat.*, Bd. V, p. 403, Taf. XXII.

secondaires changent de forme sous l'influence de la lumière et de l'obscurité.

3. *Bâtonnets.* (Fig. Be—Bh et Ef—Eh.)

Ils se rencontrent, dans le champ jaune, en aussi grande abondance que les cônes doubles.

Leur segment externe, cylindrique, arrondi au sommet, pénètre jusqu'entre les bases des cellules pigmentées; à l'obscurité il prend une couleur rouge pourpre (passant au jaune dans les préparations traitées par l'acide nitrique); sa forme reste invariable.

Il en est tout autrement du segment interne. Celui-ci, sous l'action de la lumière et de l'obscurité, subit des changements de forme et d'état intérieur, que nous ferons connaître plus loin, en décrivant les bâtonnets chez le pigeon soumis à l'une ou à l'autre de ces influences.

Dans le champ jaune, au pôle postérieur de l'œil, et séparée du champ rouge par une étroite bande, se trouve:

La fovea. (Voir: Pl. VIII, Fig. C et F.)

Suivant M. Schultze [1]), l'homme et les singes posséderaient seuls une tache jaune et une *fovea centralis* bien apparentes.

Parlant de la fovea du pigeon, il s'exprime en ces termes:

„Quand l'œil du pigeon venait d'être ouvert et était encore „entièrement frais, j'ai plus d'une fois remarqué, assez exacte„ment à sa partie postérieure, l'indication d'une fovea cen„tralis. Je cherchai naturellement à reconnaître lesquels des „divers éléments percevants avaient leur siège en ce point. „Mais, en examinant la membrane du côté choroïdien, il me „fut impossible de retrouver sûrement l'endroit en question, „d'où je conclus que cette partie de la rétine du pigeon ne „se distingue par aucune différence notable dans la mosaïque „des cônes et bâtonnets."

M. Talma, dans sa Dissertation sur la perception de la

---

[1]) M. Schultze, *Archiv. f, Mikrosk. Anat.*, Bd. II, p. 205 et 206.

lumière et de la couleur [1]), n'a pas non plus accordé une attention particulière à cette fovea.

M. Waelchli [2]), par contre, vit distinctement la fovea, y observa une mosaïque différente de celle des autres parties de la rétine et y trouva, à surface égale, le maximum absolu du nombre des boules; parmi celles-ci, les boules vert-jaunâtre fournissaient le contingent de beaucoup le plus important. M. Waelchli a donné de bonnes figures de cette mosaïque des boules.

Mes préparations à l'acide nitrique montraient avec toute évidence une fovea peu profonde, à bord légèrement saillant, et du côté choroïdien, après enlèvement du pigment, un point (petit champ) rouge. A un grossissement faible, on voit que cette coloration résulte d'une forte augmentation du nombre des boules rouges appartenant à des cônes simples; vers la périphérie, toutefois, ce nombre décroît peu à peu, et l'on passe ainsi à la mosaïque du champ jaune, où les boules rouges sont placées à une plus grande distance les unes des autres.

Une coupe sagittale de la fovea fit connaître que chez le pigeon, contrairement à ce que M. Max Schultze avait trouvé chez l'homme, aucune des couches ne disparaît dans cette partie de la rétine. La fovea avait très peu de profondeur. La saillie marginale était due surtout à la multiplication des cellules ganglionnaires et des grains des couches granuleuses interne et externe.

Dans la fovea on rencontre:

1. Des *cônes simples*, de trois espèces, savoir, par ordre de longueur:

a. cônes à boules *petites et vertes* (diamètre des boules = 1,7 μ) (Fig. C b et F b);

---

[1]) Talma, *Over licht- en kleurperceptie*, dans *Onderz. Physiol. Lab. der Utrechtsche Hoogeschool*, 3e sér., II, 1873, p. 259.

[2]) Dr. G. Waelchli, *Zur Topographie der gefärbten Kugeln in der Vogelnetzhaut*, dans *Onderz. Ph. Lab. Utrecht*, T. VIII, 1883, p. 127.

b. cônes à boules *rouges* (diamètre des boules = 2,6 à 2,7 μ) (Fig. C c et F c);

c. Cônes à boules *oranges* (diamètre des boules = 2, 3 à 2,6 μ) (Fig. C. d. et F. a.).

2. Des *cônes jumeaux*, d'une seule espèce; le cône principal renferme une grosse boule verte, d'un diamètre = 2,3 μ. (Fig. C. a et F. a.).

La fovea contient donc les mêmes éléments que le champ jaune, *à l'exception des bâtonnets, qui y manquent totalement.*

Cette absence des bâtonnets est surtout facile à constater sur une coupe menée, chez le pigeon à l'obscurité, à travers la fovea et les parties contiguës (champ jaune), parties dans lesquelles les bâtonnets ont alors subi un énorme changement de forme et semblent, en quelque sorte, avoir été insufflés.

Les cônes simples et les cônes jumeaux sont de même forme, mais de proportions notablement plus fines, que ceux du champ jaune. Ce dernier fait est en rapport avec leur extrême abondance dans la fovea; on les y voit entassés et serrés les uns contre les autres, affectant les mêmes dispositions mutuelles que dans le champ jaune, sauf que les cônes à petites boules vertes frappent par leur grand nombre.

Comme l'a établi M. Waelchi, c'est dans la fovea que, pour une même étendue, les cônes atteignent leur maximum numérique. Ils y sont, contrairement à ce qui a lieu dans la fovea de l'homme (Max Schultze), plus courts et plus grêles que dans toutes les autres parties de la rétine. Le cône secondaire y contient aussi, de même que dans les champs rouge et jaune, du pigment brun-rougeâtre, tandis que dans le segment interne du cône simple à boule rouge, et surtout dans l'ellipsoïde optique, on observe quelques rares gouttelettes pigmentaires rouges. La présence de celles-ci n'est toutefois pas constante. A mesure que, partant du centre de la fovea, on se rapproche de la périphérie, les éléments deviennent plus longs et plus gros, et des bâtonnets commencent à s'y joindre.

Le Champ rouge (Voir: Pl. VIII, Fig. A. et D.). était

déjà connu de Henri Müller. M. Max Schultze et M. Waelchli donnèrent le dessin de sa mosaïque, mais aucune figure de coupe en profil n'avait encore été publiée.

Il est bien reconnaissable à la couleur rouge des cônes — si nombreux dans ce champ — à boules de graisse rouges et oranges, couleur à laquelle s'ajoute celle du pigment rouge et brun-rougeâtre des segments internes des cônes simples et des cônes secondaires.

Le champ rouge est riche en cônes simples, tandis que les bâtonnets et les cônes jumeaux n'y sont représentés que parcimonieusement. Je doute même qu'il existe des bâtonnets dans sa partie centrale: mes nombreuses coupes en profil du milieu du champ rouge d'un pigeon à l'obscurité n'en présentaient pas un seul.

M. Waelchli, opérant sur des préparations parallèles à la surface de la rétine, a déterminé, au moyen du micromètre et de la vis micrométrique, le rapport mutuel des différentes boules colorées du champ rouge. Voici ce qu'il dit de leur distribution en profondeur (*l.c.*, p. 143):

„Dans le champ rouge, la distribution en profondeur varie „notablement. C'est ainsi que chez le pigeon, par exemple, „nous avons, à partir du dehors, une couche de boules oranges; „vient ensuite, plus en dedans, à une distance de 2,6 μ (moyenne „de 6 mesures), la couche des boules rouges; puis, à une „distance de 0,6 μ, une seconde couche de boules oranges; „enfin, à une distance de 0,4 μ, de petites boules verdâtres „forment la couche la plus interne des boules colorées."

Sur mes coupes en profil j'ai retrouvé, superposées l'une à l'autre, ces 4 rangées de boules des cônes simples: d'abord, en commençant du côté choroïdien, une couche de petites boules oranges (diamètre des boules = 2,3 μ), puis, successivement, de grosses boules rouges (diam. = 3,7 μ à 4 μ), de grosses boules oranges (diam. = 3,5 μ) et de petites boules vert-jaunâtre (diam. = 2,3 μ). Pour la distance, toutefois, des grosses boules rouges de la deuxième couche aux grosses boules oranges

de la troisième, j'ai constamment trouvé une valeur plus grande que celle indiquée par M. Waelchli.

Les deux premières rangées sont très rapprochées l'une de l'autre; vient ensuite, entre la seconde et la troisième rangée, un écartement beaucoup plus considérable, enfin, la troisième et la quatrième rangée sont de nouveau voisines, comme la première et la seconde.

Cette différence ressortira, tant pour le pigeon à l'obscurité que pour le pigeon à la lumière, des tableaux qui seront donnés plus loin. M. Waelchli n'a pas non plus distingué suffisamment les deux couches des boules oranges, dont l'extérieure est à boules beaucoup plus petites.

En résumé, nous trouvons dans le champ rouge:

1. Des *cônes simples*, qui sont beaucoup plus grands que les cônes simples du champ jaune et, en outre, plus rapprochés les uns des autres. Par ordre de grandeur, en commençant par les plus longs, on y distingue:

a. cônes à petites boules oranges (Fig. A.a et D.a),

b. cônes à grosses boules rouges (Fig. A.b et D.b),

c. cônes à grosses boules oranges (Fig. A.c et D.c), un peu plus petites toutefois que les grosses boules rouges;

d. cônes à petites boules vert-jaunâtre, relativement peu nombreux (Fig. A.d et D.d).

Sous le rapport de la structure, tant de leur segment interne que de leur segment externe, ces cônes ressemblent aux cônes simples du champ jaune et de la fovea.

Dans le champ rouge, toutefois, les cônes à grosses boules rouges ont ceci de particulier que leur segment interne contient, jusqu'à la membrane limitante, de petites granulations de pigment rouge, accumulées surtout dans la moitié supérieure, l'ellipsoïde optique. Elles existent même dans la mince couche protoplasmique qui enveloppe la boule rouge et qui réalise l'union des segments interne et externe. Dans les autres cônes ce pigment fait entièrement défaut: leur protoplasma est incolore.

On trouve ensuite, dans le champ rouge :

2. Des *cônes jumeaux*, de deux espèces :

a. cônes jumeaux dont le cône principal renferme une boule orange (Fig. A.e, D.e et D.f),

b. cônes jumeaux dont le cône principal renferme une petite boule vert clair ou presque incolore.

L'une de ces espèces, savoir, le cône jumeau à boule orange, est une formation que nous n'avons rencontrée ni dans le champ jaune, ni dans la fovea.

Les deux espèces consistent chacune en un cône principal et un cône secondaire, mais elles sont beaucoup moins développées que les cônes doubles du champ jaune. Elles offrent aussi la particularité que la boule de graisse des cônes principaux se divise aisément en plusieurs boules plus petites, tandis que le pigment brun-rougeâtre du cône secondaire conflue volontiers en une gouttelette pigmentaire. L'espèce *a* surtout se prête bien à l'observation de ce fait.

L'espèce *b*, de formes très déliées, est difficile à étudier.

3. *Bâtonnets.* Nuls ou du moins très clair-semés au centre du champ rouge, ils deviennent de plus en plus nombreux vers la périphérie. Ces bâtonnets sont constitués comme ceux du champ jaune, mais, vers les parties centrales du champ rouge, ils sont développés moins vigoureusement.

Le passage du champ rouge au champ jaune, assez tranché pour l'œil nu, se fait pourtant, comme le montre l'observation microscopique, d'une manière graduelle. Le nombre des bâtonnets augmente de plus en plus. Les cônes à boule rouge et orange s'écartent davantage, se raréfient et deviennent plus courts, tandis que les cônes à boule verdâtre prennent le dessus. Les segments internes des cônes à boule rouge perdent peu à peu leur pigment rouge granuleux.

D'après l'énumération qui vient d'être faite des éléments anatomiques de la rétine du pigeon, il y a, dans cette rétine, deux endroits qui méritent spécialement l'attention du physio-

logiste, par la circonstance qu'on n'y voit, presque exclusivement, que des cônes. Ces endroits sont la fovea et le centre du champ rouge.

A l'inverse de ce que montre la fovea de l'homme, nous trouvons dans la fossette du pigeon les cônes les plus courts, mais, ici encore, ils sont le plus déliés et en nombre relatif le plus grand; dans le champ rouge se rencontrent les cônes les plus longs et les plus gros.

Ce champ rouge, et en particulier son centre, ne pourrait-il être considéré comme un second point de vision distincte, comme une seconde fovea?

La petite fovea proprement dite, située au pôle postérieur de l'œil, se prête admirablement, par ses éléments coniques nombreux et fins, à la vision monoculaire distincte et nette.

Qu'on suive les allures d'un pigeon courant deçà et delà sur le sol, et l'on verra comment, au moindre mouvement du spectateur, l'oiseau tourne un instant la tête et le fixe monoculairement, d'un œil intelligent.

Tout autres sont ses façons quand il cherche à terre sa nourriture, par exemple des graines. Il les picore allègrement et prestement, sans détourner la tête, et il ne lui arrivera guère de prendre un petit caillou pour un grain de blé. A raison de cette manière de quêter, l'image de la graine ne saurait se former au pôle oculaire postérieur (sur la fovea), mais elle doit tomber dans le quadrant temporal supérieur de la rétine; or, là se trouve la majeure partie du champ rouge et notamment son centre, presque exclusivement composé de cônes.

La situation des champs rouges — ainsi s'exprimait M. Donders, le 28 mars 1885, devant l'Académie royale des sciences — montre qu'ils coopèrent pour la vision binoculaire des objets placés à proximité, dans le plan médian, vers le bas et en avant, c'est-à-dire là où l'oiseau ramasse sa nourriture.

Il faut ajouter que les pupilles des pigeons sont toujours déviées excentriquement, en avant et vers le bas. Tous mes

bulbes durcis présentaient cette déviation. Le peigne, par sa situation, est éminemment propre à intercepter la lumière diffuse et à seconder la pupille. Ne serait-ce pas là l'utilité de cet organe?

A. Rétine du pigeon à l'obscurité.

Lorsque la rétine, après durcissement dans l'acide nitrique faible (la solution doit contenir 3,5 % HNO_3), a été isolée de la manière connue, on voit que le pigment, ou bien s'est détaché sur d'assez grandes étendues, ou bien est facile à enlever par lambeaux.

La rétine offre alors dans le champ jaune une coloration jaune foncé, due au „jaune rétinien" des nombreux bâtonnets que ce champ renferme.

D'après les considérations ci-dessus exposées, je crois donc devoir révoquer en doute que le rouge des bâtonnets manquerait chez le pigeon, comme le dit M. Kühne dans le *Handbuch der Physiologie* de Hermann, T. III, 1e partie, p. 263.

Une coupe en profil du *champ jaune* d'un pigeon à l'obscurité (Voir: Pl. VIII, Fig. B.) présente l'image suivante. Les segments internes, renflés, des nombreux bâtonnets sont placés presque au même niveau, tandis que les segments externes, caractérisés par leur couleur jaune, sont profondément enfoncés dans le pigment; celui-ci n'est pas entièrement retiré vers les bases des cellules, mais sa masse principale se trouve encore dans les fils protoplasmiques, accumulée, toutefois, en direction centrifuge.

Ce retrait du pigment a laissé à découvert les segments internes de tous les cônes, tant simples que jumeaux, et l'on remarque que les boules les plus rapprochées de la membrane limitante externe sont les *boules oranges*, à côté desquelles, presque sur le même plan, se voient les boules *rouges*. Viennent ensuite, en dehors, les *boules vertes*, dont les petites appartiennent à des cônes simples, les grosses aux cônes principaux des cônes jumeaux. Ces grosses boules vertes, situées

à peu près au même niveau, sont les plus voisines de la périphérie. Les cônes secondaires, longs et minces, se reconnaissent à leur pigment brun-rougeâtre.

Considère-t-on maintenant, chez le pigeon à l'obscurité, les divers éléments du champ jaune, ceux qui frappent le plus sont les *bâtonnets* (Fig. B e — B h), avec leurs gros segments internes. Ces segments sont comme gonflés. On y trouve une partie moins réfringente, qui peut devenir dure et en forme de barillet. Elle paraît consister en une cavité remplie de liquide et entourée d'une couche de protoplasma faisant fonction de paroi. Maintes fois, en effet, j'ai vu manquer à cette paroi des segments, que je suppose en avoir été enlevés par le tranchant du couteau. (Fig. B. g).

La longueur et la largeur de ce segment interne varient; à mesure que la largeur augmente, la longueur est moindre. Là où le segment interne est plus serré par les éléments qui l'entourent, comme il l'est entre autres dans le champ rouge par les nombreux cônes simples, la forme en baril se rapproche, par l'effet de la compression, de la forme cylindrique, de sorte que la largeur devient alors plus petite, la longueur plus grande.

Les segments externes des bâtonnets sont de longs et minces cylindres homogènes, à extrémités arrondies; sur les coupes fraîches, ils sont colorés en jaune par le „jaune rétinien"; cette coloration ne tarde pas à disparaître, aussi bien à l'obscurité qu'à la lumière.

Les *cônes jumeaux* (Fig. B.a.), aussi nombreux dans le champ jaune que les bâtonnets, sont composés d'un cône principal et d'un cône secondaire.

Le *cône principal* offre les mêmes caractères que le cône simple ordinaire. Son segment interne possède également un ellipsoïde optique, qui renferme une boule verte; cette boule verte est grosse et se trouve placée, relativement aux boules des cônes simples, le plus près de la périphérie. Elle paraît se diviser facilement en boules plus petites. Le myoïde du

cône principal est, chez le pigeon à l'obscurité, long et mince. Le segment externe n'affecte pas la forme cylindrique, mais la forme conique; il est plus court que les segments externes cylindriques des cônes simples.

Le *cône secondaire* est long et en forme de fuseau. A l'une de ses extrémités, ce fuseau, intimement uni au myoïde du cône principal, est implanté par une base étroite sur la membrane limitante externe; de l'autre côté, il se continue avec le segment externe, conique, et près de cette limite il contient, comme nous l'avons déjà vu, une multitude de gouttelettes pigmentaires brun-rougeâtre, grâce auxquelles le cône secondaire est facile à reconnaître dans le champ jaune.

Les *trois sortes de cônes simples* (Fig. B.b.—B.d.), savoir, les cônes à boules rouges, à boules oranges et à petites boules vertes, ont un myoïde long et mince et un ellipsoïde optique incolore, dans lequel est incluse la boule. Leurs segments externes sont longs et filiformes.

Une coupe en profil menée par la *fovea* (Voir Pl. VIII, Fig. C.) nous montre, en cas de retrait maximum du pigment, les nombreuses petites boules, rouges, oranges, mais surtout vertes, des cônes. Dans l'exposé anatomique préliminaire, nous avons déjà dit que la fovea contient les mêmes éléments que le champ jaune, à l'exception des bâtonnets. Actuellement, quand la coupe passe par la zone de passage du champ jaune à la fovea, elle met clairement en évidence, grâce au gonflement des segments internes des bâtonnets, comment ces bâtonnets font peu à peu place à de nombreux et fins éléments coniques, pour disparaître complètement dans la fovea même.

Des nombreuses boules vertes, les plus grosses, qui appartiennent aux cônes principaux des cônes jumeaux, (Fig. C.a.), sont situées, de même que dans le champ jaune, le plus près de la périphérie; viennent ensuite, intérieurement, une multitude de petites boules vertes (Fig. C.e.), qui correspondent aux cônes simples. Les boules rouges et les boules oranges (Fig. C.c. et C.d.) occupent la position la plus centrale et sont

ordinairement accouplées deux à deux. Les segments externes des cônes ne sont visibles que pour une faible part ; la majeure partie est cachée par les filaments protoplasmiques, où le pigment se trouve encore fortement accumulé, tout comme dans le champ jaune. Pour ce qui concerne les éléments particuliers de la fovea, savoir les cônes jumeaux et les cônes simples, ils se comportent à tous égards, chez le pigeon à l'obscurité, comme ceux du champ jaune, déjà décrits ci-dessus.

Dans une coupe en profil traversant le *centre du champ rouge* (Voir Pl. VIII, Fig. A.), l'attention est attirée par les segments internes, pigmentés de rouge, des cônes à boules rouges (Fig. A.b.), lesquels segments sont situés au même niveau, à des distances mutuelles sensiblement égales. On voit nettement surtout que le pigment abonde spécialement dans leur partie supérieure, celle où se trouve l'ellipsoïde optique, et que dans le myoïde les gouttelettes pigmentaires rouges ne s'avancent jamais au-delà de la membrane limitante externe. Le myoïde est en connexion avec le grain du cône, grain plus ou moins profondément caché dans la couche granuleuse externe. C'est ce qu'on peut observer sur des éléments isolés. En comparaison de l'ellipsoïde optique, le myoïde est long et mince, surtout dans sa partie centrale, près de la membrane limitante externe.

La grosse boule rouge foncé, incluse dans la partie périphérique de l'ellipsoïde optique, peut avoir jusqu'à 4 μ en diamètre ; c'est la plus volumineuse des boules de graisse que nous offre la rétine. Viennent ensuite, par ordre de grandeur, les grosses boules oranges, puis les petites boules oranges et vert-jaunâtre (Fig. A.c., A.a. et A.d.) ; ces dernières sont de nuances diverses, quelquefois presque incolores, et elles varient aussi en grandeur.

Sous le rapport de la longueur, les différentes variétés de ces cônes simples, variétés qu'on rencontre constamment dans toute l'étendue du champ rouge, se classent de la manière suivante, en commençant par les plus longs : 1° cônes à

petite boule orange, 2°. c. à grosse boule rouge, 3°. c. à grosse boule orange, 4°. c. à boule vert-jaunâtre.

Les coupes en profil passant par la *périphérie du champ rouge* donnent une image toute différente. Au centre de ce champ les bâtonnets étaient extrêmement rares, à ce point même qu'ils paraissaient y manquer; vers la périphérie, ils deviennent de plus en plus nombreux. Cela est aisément reconnaissable, chez le pigeon maintenu dans l'obscurité, par suite de l'épaisseur du segment interne des bâtonnets, qui est comme gonflé.

Les *cônes jumeaux* (Fig. A.c.) sont répandus dans toute l'étendue du champ rouge, mais assez parcimonieusement. Leur cône principal contient un ellipsoïde optique, qui renferme soit une ou plusieurs boules oranges (c'est le cas pour les cônes jumeaux de la grande espèce), soit une ou plusieurs petites boules vertes ou incolores. Les cônes secondaires sont minces et fusiformes; ils contiennent ordinairement du pigment brun-rougeâtre, qui parfois conflue en une petite boule. (Pl. VIII, Fig. D.e.).

En ce qui concerne les segments externes des cônes simples, ils peuvent être regardés, sous le rapport de la forme, comme de longs et minces cylindres, dont la longueur est difficile à déterminer, vu qu'ils sont très sujets à se rompre. Ils sont enveloppés par les fils protoplasmiques des cellules de l'épithélium, fils qui contiennent encore beaucoup de petites aiguilles pigmentaires. Le pigment, déplacé en direction centrifuge chez le pigeon à l'obscurité, s'est accumulé en partie dans ces fils protoplasmiques, mais surtout dans les bases des cellules épithéliales.

Les segments externes des cônes jumeaux, ceux des cônes principaux aussi bien que ceux des cônes secondaires, sont coniques; les segments internes des cônes secondaires ont l'aspect de longs et minces fuseaux.

Dans le tableau suivant sont consignés les résultats des mesures que j'ai exécutées sur les cônes simples:

24 Avril 1884. Cônes simples, mobiles, d'un pigeon (*Columba livia*) maintenu pendant 24 heures dans l'obscurité absolue.

Longueur du segment interne, prise depuis le centre de la boule de graisse jusqu'à la membrane limitante externe.

Zeiss F, Oc. 2.

Unité du micromètre oculaire = 1,65 μ.

	Cônes à petites boules oranges. (Couche externe).			Cônes à boules rouges.			Cônes à grosses boules oranges.			Cônes à petites boules jaunes.		
	Moyenne.	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.	Moyenne.	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.	Moyenne.	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.	Moyenne.	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.
	39,60 μ	17	1,98 μ							30,03 μ	16	1,43 μ
Champ rouge	.....	.....	.....	36.63 μ	26	2,42 μ	32,34 μ	20	1,76 μ			
Fovea centralis	.....	.....	.....	29,57 μ	11	0.57	29,20 μ	10	0,92 μ			
Champ jaune, en avant du peigne ...	.....	.....	.....	34,48 μ	8	0,79	33,82 μ	8	0,42 μ			
Champ jaune, en arrière du peigne ...	.....	.....	.....	32,17 μ	7	0,34	32,17 μ	7	0,21 μ			

B. Rétine du pigeon à la lumière.

Les pigeons dont nous allons maintenant parler avaient été exposés à la clarté diffuse du jour, ou aux rayons directs du soleil.

Dans ces conditions, la couche pigmentée adhère assez solidement à la rétine, mais pourtant avec beaucoup moins de force que chez les grenouilles ; cela tient à ce que le pigment ne pénètre jamais en masse entre les robustes segments internes des grands cônes simples, mais progresse surtout le long des segments externes, minces et faciles à déchirer.

C'est dans le *champ jaune* (voir Pl. VIII Fig. E) — l'observation s'en fait le mieux sur des coupes en travers — que le pigment s'est abaissé le plus. Il paraît s'y mouvoir facilement le long des bâtonnets et des segments externes coniques des cônes secondaires.

Quittant la base des cellules épithéliales pigmentées, sa masse principale s'est avancée jusqu'aux boules oranges et rouges, au-dessus desquelles elle s'est accumulée en direction centripète.

Les grosses boules vertes des cônes jumeaux et les petites boules vertes des cônes simples sont entièrement enveloppées par le pigment, à travers lequel elles ne transparaissent confusément que sur des coupes minces.

Dans une zone touchant à la membrane limitante externe, on trouve, rapprochés les uns des autres, les segments internes gonflés des cônes secondaires. De même que, chez le pigeon à l'obscurité, dans une coupe en travers, le regard est directement attiré par les segments internes gonflés des bâtonnets, de même il l'est, chez le pigeon à la lumière, par les segments internes des cônes secondaires, entre lesquels s'étendent ceux des cônes ordinaires et des bâtonnets.

Les segments externes des *bâtonnets* (Fig. E.g—E.f) sont incolores, mais présentent la même forme que chez le pigeon

à l'obscurité. Il en est tout autrement des segments internes. Ceux-ci, implantés, sous forme de cônes renversés longs et minces, sur la membrane limitante externe, sont difficiles à distinguer entre les segments internes des cônes simples. Parfois ils montrent, près de la limite du segment externe, une petite tache ovale douée d'un autre pouvoir réfringent ; d'autres fois, on ne la remarque pas. Dans l'obscurité, cette plage ovale paraît grandir par suite d'imbibition et prendre la forme en cœur ou en barillet.

Chez les *cônes jumeaux* (Fig. E.a et E.b), le myoïde du cône principal s'est contracté, d'où il résulte que les grosses boules vertes de matière grasse, qui sont les plus voisines de la périphérie, se sont rapprochées de la membrane limitante externe.

Dans le cône secondaire, le segment interne a changé de forme sous l'influence de la lumière. Tout comme chez le bâtonnet dans l'obscurité, il s'y est développé par imbibition, au voisinage de la membrane limitante externe, un corps ovoïde ; ce corps occupe, par son diamètre le plus court, toute la largeur du segment interne. La forme en fuseau s'est donc perdue, et le cône secondaire s'applique maintenant par une large base sur la membrane limitante.

Les *trois sortes de cônes simples* (Fig. E.c—E.e) ont subi un raccourcissement, dû à ce que leur myoïde est devenu plus court et plus épais.

Plus on s'avance du champ jaune vers la *fovea* (voir Pl. VIII Fig. F), plus les éléments se rapetissent. Les bâtonnets deviennent plus rares, les cônes simples et jumeaux (Fig. F.b—F.d et F.a) deviennent plus nombreux, mais plus ténus et plus courts, — plus courts, contrairement à ce qu'on observe chez l'homme. Le pigment, qui dans la fovea du pigeon à l'obscurité était fortement retiré vers la périphérie, de sorte qu'on voyait très bien les segments internes de tous les éléments avec leurs boules grasses colorées, s'est, chez le pigeon

à la lumière, abaissé en masse jusqu'aux boules rouges et oranges. De même que dans le champ jaune, les coupes minces sont les seules qui laissent plus ou moins transparaître les petites boules vertes des cônes simples et des cônes jumeaux. Les phénomènes que nous avons signalés ci-dessus dans le champ jaune du pigeon exposé à la lumière, se produisent également, et de la même façon, dans la fovea.

Dans le *champ rouge* (voir Pl. VIII Fig. D), les rapports mutuels des éléments, tels que nous avons appris à les connaître à l'occasion de la description anatomique et en traitant du pigeon à l'obscurité, se rencontrent aussi chez le pigeon à la lumière.

Les cônes simples (Fig. D.a—D.d), dont la masse principale se trouve au centre du champ rouge, se contractent dans leur myoïde, qui devient plus court et plus épais.

Les bâtonnets, dont le nombre augmente vers la périphérie, présentent les mêmes changements de forme que ceux du champ jaune. Ces changements sont beaucoup moins prononcés chez les cônes secondaires des cônes jumeaux (Fig. D.e et D.f), relativement assez rares; le phénomène de l'imbibition ne paraît s'y produire qu'à un faible degré, de sorte que je n'y ai jamais vu de corps ovoïde nettement constitué. Dans les formes qui établissent le passage au champ jaune, ce corps devient de plus en plus distinct.

Le pigment, dans le champ rouge, s'accumule surtout au-dessus de la couche des petites boules de graisse oranges, mais il ne la dépasse jamais.

Voici les résultats de mes mesures:

20 avril 1884.

Cônes simples, mobiles, d'un pigeon (*Columba livia*) maintenu en plein soleil pendant $1\frac{1}{2}$ h, puis tué à cette même lumière. Longueur des cônes, prise comme précédemment.

Zeiss F, Oc. 2. Unité = 1,65μ.

	Cônes à petites boules oranges. (Couche externe).			Cônes à boules rouges.			Cônes à grosses boules oranges.			Cônes à petites boules jaunes.		
	Moyenne.	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.	Moyenne.	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.	Moyenne.	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.	Moyenne.	Nombre des cônes mesurés.	Ecart moyen.
Champ rouge . .	29,53 μ	19	1,66 μ	27,06 μ	24	1,88 μ	22,11 μ	19	1,12 μ	20,13 μ	17	0,92 μ
Fovea centralis .	. . . . .	. . .	. . . .	20,62 μ	11	0,74 μ	19,30 μ	10	0,51 μ			
Champ jaune, en avant du peigne .	. . . . .	. . .	. . . .	24,56 μ	11	0,66 μ	24,09 μ	9	0,70 μ			
Champ jaune, en arrière du peigne .	. . . . .	. . .	. . . .	23,43 μ	14	0,74 μ	21,94 μ	14	0,80 μ			

Explication des Figures.

PLANCHE VII.

Fig. A.

Couche des cellules pigmentées et du névro-épithélium de la rétine d'une Rana esculenta qui a séjourné 2 × 24 heures dans l'obscurité absolue.

Préparation à l'acide nitrique. Grossissement linéaire: 600/1.

Dans les trois cellules pigmentées, de coloration jaune clair, on reconnaît les gros noyaux, coagulés en matière granuleuse par l'acide nitrique, et, à côté, les boules jaune foncé de lipochrine et un peu de pigment granuleux. Les petites aiguilles cristallines du pigment se voient accumulées dans les bases de ces cellules, ainsi que dans leurs prolongements autour des sommets des bâtonnets, qui par suite ne sont visibles qu'en partie.

Les segments externes des bâtonnets sont colorés en jaune et nettement distingués des segments internes, incolores, dans lesquels se trouve le corps lenticulaire connu. Un bâtonnet court (vert), à segment filiforme, est figuré à droite.

Deux cônes à boule, l'un à long myoïde filiforme, l'autre à myoïde plus contracté et plus gros, sont reliés à leur grain, situé un peu au-dessous de la membrane limitante externe, Au milieu de la fig. on voit en outre un petit cône dépourvu de boule et à long myoïde, et à gauche un cône jumeau, dont le cône principal, dressé sur son long myoïde, dépasse de beaucoup le cône secondaire; celui-ci est implanté directement, par un court pédicule, sur la membrane limitante externe, tapissée de courts cils, et il est uni à son grain propre, étroitement rapproché du grain du cône principal.

Les deux rangées de grains sous la membrane limitante, avec leurs gros noyaux devenus granuleux par la coagulation, forment la première couche du névro-épithélium de la rétine.

Fig. B.

Couche des cellules pigmentées et du névro-épithélium de la rétine d'une Rana esculenta qui a été exposée quelques heures à la lumière du jour.

Préparation à l'acide nitrique. Grossissement linéaire: 600/1.

Dans les cellules pigmentées on voit du pigment granuleux, qui, là où les sommets arrondis des segments externes des bâtonnets touchent la base de ces cellules, est encore mêlé d'un peu de pigment cristallin; le reste de

celui-ci s'est avancé en direction centripète, dans les prolongements protoplasmiques entourant les bâtonnets, jusque près de la membrane limitante externe, et il s'est accumulé fortement surtout au niveau de la limite entre les segments internes et externes des bâtonnets, enveloppant en même temps la majeure partie des cônes contractés.

Afin de mieux faire connaître ces cônes, implantés par leur gros et court myoïde sur la membrane limitante externe, le pigment qui les enveloppe a été omis dans le dessin. Grâce à cette suppression, on voit en entier deux cônes à boule. A droite est figuré un conule dépourvu de boule, et à gauche un bâtonnet court, ainsi qu'un cône jumeau, à cône principal rétracté.

Fig. C.

Couche des cellules pigmentées, couche des cônes et bâtonnets et membrane limitante externe de la rétine d'une Perca fluviatilis, longue de 24 cm., qui a séjourné 5 heures dans l'obscurité absolue.

Préparation à l'acide nitrique. Grossissement linéaire: 600/1.

Le pigment s'est accumulé dans les 4 cellules pigmentées, surtout dans leurs bases et dans le commencement des prolongements protoplasmiques autour des sommets des bâtonnets, dont les segments externes sont restés colorés en rouge. Les ellipsoïdes optiques des cônes simples et des cônes doubles ont incurvé ces segments externes des bâtonnets. A gauche on voit un cône simple, à long myoïde, faire en partie saillie au-dessus des trois cônes doubles qui l'avoisinent. Le pigment qui enveloppait ce cône simple a été omis, et il en est de même pour le cône double placé à côté. De là vient que ces deux éléments sont visibles en leur entier. Les deux cônes doubles qui se trouvent sur la moitié droite de la figure, et dont les segments externes transparaissent à travers le pigment, sont tournés de telle sorte que le cône double de gauche est vu directement de face, l'autre de profil. Les longs cils, qui couvrent la membrane limitante externe, se reconnaissent distinctement.

Fig. D.

Couche des cellules pigmentées, couche des cônes et bâtonnets et membrane limitante externe de la rétine d'une Perca fluviatilis, longue de 21 cm, qui a été exposée un jour (environ 12 heures) à la lumière diffuse d'un ciel serein.

Préparation à l'acide nitrique. Grossissement linéaire: 600/1.

Beaucoup de pigment se trouvant encore dans les cellules pigmentées, les noyaux de ces cellules ne sont pas devenus visibles. Le reste du pigment s'est déplacé en direction centripète, autour et le long des segments externes des bâtonnets. La plus grande partie entoure en masse compacte les segments externes des cônes et le haut des ellipsoïdes optiques. Les segments externes des bâtonnets s'élèvent maintenant, comme des palissades droites, les uns à côté des autres, séparés seulement par des couches de pigment. A gauche est figuré un bâtonnet isolé, dont le segment interne est long et filiforme. On voit s'étendre ces segments internes des bâtonnets entre les gros myoïdes contractés des deux espèces de cônes; sur la membrane limitante externe ils sont entourés de petites touffes de cils de cette membrane, lesquels cils ont été refoulés latéralement par la contraction des myoïdes. Pour mieux faire ressortir dans leur entier le cône simple et le cône double placés à gauche, le pigment qui les enveloppe a été omis dans le dessin.

Fig. E.

Névro-épithélium de la rétine d'un Triton cristatus qui a séjourné 5 heures dans l'obscurité absolue.

Préparation à l'acide nitrique. Grossissement linéaire: 600/1.

Les segments externes des bâtonnets sont colorés en jaune. Leurs segments internes, de structure compliquée, sont en connexion avec leur grain, dont le gros noyau fait pour une bonne part saillie au-dessus de la membrane limitante externe, couverte de cils courts.

Si l'on considère le cône jumeau placé le plus à gauche dans la figure, on voit que l'ellipsoïde optique de son cône principal, fixé à un assez long myoïde, dépasse le cône secondaire, lequel cône secondaire s'applique par une large base sur la membrane limitante externe. Les cônes simples ont, dans la figure, des myoïdes inégalement longs.

Fig. F.

Névro-épithélium de la rétine d'un Triton cristatus qui a été exposé un jour (environ 12 heures) à la lumière diffuse d'un ciel serein.

Préparation à l'acide nitrique. Grossissement linéaire: 600/1.

Les segments externes des bâtonnets sont incolores. Ces bâtonnets tout entiers ont subi un déplacement centripète, par suite duquel leurs grains sont tous descendus au-dessous de la membrane limitante, en se rangeant sur une même ligne entre les grains des cônes.

Les myoïdes, tant ceux des cônes simples que ceux des cônes principaux des cônes jumeaux, sont contractés. Les cônes secondaires n'ont éprouvé aucun changement.

Fig. G.

Cônes de la rétine d'un cochon (Sus scrofa domestica) adulte, qui avait séjourné 24 heures dans l'obscurité absolue.

Préparation à l'acide nitrique. Grossissement linéaire: 870/1. Figure schématique.

31 juillet 1884. Le cochon fut mis à mort par la saignée (coup de couteau dans la crosse de l'aorte), à la lueur d'une veilleuse. Les bulbes furent rapidement extirpés par circoncision, puis ouverts équatorialement dans la solution connue de sel marin, portés dans une bonne quantité de solution de HNO^3 à $3\frac{1}{2}$ °/₀ et conservés à l'obscurité. Au bout de 24 heures environ, après avoir éloigné l'humeur vitrée, on enleva du *fundus oculi*, à environ 2 mm de la papille du nerf optique, un petit lambeau de rétine, dont une préparation fut faite de la manière ordinaire.

Déjà à un faible grossissement, il ressortait que les ellipsoïdes optiques étaient placés, l'un à côté de l'autre, à une assez grande distance de la membrane limitante externe. Avec un grossissement fort, en faisant usage de Zeiss. Hom. Imm. 1/18 Oc. 2, on observait les segments externes coniques et les ellipsoïdes optiques, de forme ovoïde.

Les myoïdes reliaient les ellipsoïdes optiques aux grains des cônes, situés sous la membrane limitante.

Différentes mesures, exécutées sur les cônes de cette préparation, m'ont donné pour:

la longueur des segments externes..... 5,7 μ,
la longueur des ellipsoïdes optiques..... 10,3 μ,
la largeur des ellipsoïdes optiques..... 5,7 μ,
la *longueur des myoïdes*..... 5,7 μ.

Fig. H.

Cônes de la rétine d'un cochon (Sus scrofa domestica) adulte, qui avait séjourné 2 heures dans une boucherie bien éclairée par un ciel serein (le soleil luisait).

Préparation à l'acide nitrique. Grossissement linéaire: 870/1. Figure schématique.

22 juillet 1884. Le cochon fut traité comme ci-dessus, mais en pleine lumière du jour, et une préparation fut prélevée sur le *fundus oculi*.

Les segments externes des cônes et les ellipsoïdes optiques présentaient la même forme que chez le cochon maintenu dans l'obscurité. Les myoïdes étaient plus gros et plus courts.

Plusieurs mesures, faites sur les cônes de cette préparation, ont donné pour:

la longueur des segments externes..... 6,9 μ,
la longueur des ellipsoïdes optiques..... 10,3 μ,
la largeur des ellipsoïdes optiques..... 5,7 μ,
la *longueur des myoïdes*..... 2,3 μ.

Fig. I.

31 juillet 1884. Cônes de la rétine de Willem Harink, cultivateur, âgé de 31 ans, qui avait séjourné 14 heures dans l'obscurité absolue.

Préparation à l'acide nitrique. Grossissement linéaire 870/1. Figure schématique.

L'énucléation du bulbe gauche fut opérée à raison d'une exostose de la face interne supérieure de la paroi orbitaire, exostose qui avait déterminé la protrusion du bulbe, à laquelle s'était joint accidentellement un ulcère de la cornée, avec hypopyon. L'opération fut exécutée, après narcose par le chloroforme, à la lumière jaune et s'acheva régulièrement.

Le bulbe fut ensuite ouvert équatorialement, à la lumière d'une bougie et sous la solution connue de sel marin, puis transporté dans la solution d'acide nitrique et conservé à l'obscurité.

L'examen eut lieu le jour suivant.

Dans la moitié antérieure du bulbe, l'humeur vitrée, la partie postérieure de la capsule du cristallin et la région ciliaire avec les *ora serrata* offraient l'aspect normal.

Après avoir enlevé de la moitié postérieure du bulbe l'humeur vitrée, également d'aspect ordinaire, on voyait la rétine, qui avait une couleur blanche uniforme, sur laquelle tranchait, admirablement distincte, la tache jaune. Dans la fovea transparaissait une petite moucheture brune (pigment adhérent à la face choroïdienne de la rétine).

Des coupes transversales, bien réussies, d'un petit lambeau de rétine pris à 2 mm en dedans de l'entrée du nerf optique, laissent voir, au grossissement de Zeiss. Hom. Imm. 1/18 Oc. 2, ce qui suit:

Les segments externes des cônes sont relativement courts en comparaison de l'ellipsoïde optique, qui est beaucoup plus long, de forme ovoïde, et nettement délimité par rapport au myoïde.

Différentes mesures, faites sur les cônes de cette préparation, conduisirent aux résultats suivants:

longueur des segments externes ..... 3,4—4,6 μ
longueur des ellipsoïdes optiques ..... 11,5 μ
largeur des ellipsoïdes optiques..... 6,9 μ
longueur des myoïdes..... 6,9 μ.

Fig. K.

Situation du pigment dans la couche des cônes et bâtonnets et des cellules pigmentées, chez trois Ranae esculentae, après l'action de la lumière du jour.

Préparations à l'acide nitrique. Grossissement linéaire: 160/1.

1. *Après* 6 *minutes* d'exposition à une lumière diffuse faible

Le pigment a déjà commencé son mouvement de retraite. La masse principale entoure encore le tiers supérieur des bâtonnets.

2. *Après* ½ *heure* d'exposition à une lumière diffuse faible.

La masse principale du pigment se voit autour du tiers moyen des bâtonnets.

3. *Après* 1 *heure* d'exposition à une lumière diffuse assez vive.

La masse principale du pigment se trouve autour du tiers inférieur des bâtonnnets, jusque tout près de la membrane limitante externe. Migration maxima du pigment.

Les expériences eurent lieu pendant le mois de novembre 1883, au Laboratoire physiologique d'Utrecht, dans une chambre exposée au nord.

Fig. L.

Situation du pigment dans la couche des cônes et bâtonnets et des cellules pigmentées, chez trois Ranae esculentae, après l'action de l'obscurité absolue.

Préparations à l'acide nitrique. Grossissement linéaire: 160/1.

Après 1 *heure.* Environ 1/4 du segment externe des bâtonnets est débarrassé, de même que le segment interne, du pigment, qui, retiré suivant une même ligne, s'est distribué uniformément dans la partie supérieure de la couche.

Après 2 *heures.* La moitié du segment externe des bâtonnets est maintenant dégagée.

Après 4 *heures.* Retrait maximum du pigment dans les bases des cellules pigmentées et autour des sommets des bâtonnets.

Fig. M.

Disposition des cônes dans la rétine d'une Rana esculenta.

Préparation à l'acide osmique, employé en solution à 2 °/o.

PLANCHE VIII.

Toutes les figures de cette planche, dessinées d'après nature aussi fidèlement que possible, sont empruntées à la rétine du pigeon domestique (Columba livia).

A côté des coupes transversales de la couche des cellules pigmentées et du névro-épithélium, prises en différentes parties de la rétine, on a représenté les éléments isolés. Les figures placées au-dessous et à côté de A. B. C. ont rapport au pigeon conservé dans l'obscurité, celles qui se trouvent au-dessous et à côté de D. E. F. sont relatives au pigeon exposé à la lumière. Toutes ont été faites sur des préparations à l'acide nitrique.

Le grossissement linéaire des coupes transversales est de 600/1, celui des éléments isolés, de 870/1.

Les mesures de la longueur des segments internes des cônes, données dans les descriptions, sont toujours prises depuis le centre de la boule de graisse jusqu'à la membrane limitante externe.

Pour les coupes transversales il a été fait usage du système Zeiss F. Oc. 2, pour les éléments isolés, de Zeiss. Hom. Imm. $^1/_{18}$. Oc. 2.

Fig. A. a. b. c. d.

A. Coupe transversale passant par le milieu du champ rouge d'un pigeon blanc maintenu 28 heures dans l'obscurité.

Le pigment brun-clair s'est porté en direction centrifuge et accumulé surtout dans les bases des cellules pigmentées et autour des segments externes des cônes simples, les seuls cônes qui se trouvent dans cette préparation. Les quatre différentes sortes de boules appartenant à ces cônes forment quatre rangées superposées l'une à l'autre. Entre les rangées 2 et 3 est le plus grand intervalle. Les cônes de cette préparation m'ont offert les longueurs suivantes (moyennes de 5 mesures):

43,2 μ pour les cônes à petite boule orange (diamètre de la boule = 2,6 μ);

41 μ pour les cônes à boule rouge et à segment interne pigmenté (diamètre de la boule = 3,7 μ);

35,8 μ pour les cônes à grosse boule orange (diamètre de la boule = 3,5 μ);

34 μ pour les cônes à boule vert-jaunâtre (diamètre de la boule = 2,3 μ).

a. b. c. d. Les quatre sortes de cônes simples du champ rouge d'un jeune pigeon rouge maintenu 28 heures dans l'obscurité.

Les segments externes sont longs et filiformes, les segments internes sont composés d'un ellipsoïde optique, contenant la boule de graisse colorée, et d'un long myoïde, relativement mince.

Le cône à boule rouge est le seul dont le segment interne soit pigmenté en rouge, surtout dans l'ellipsoïde optique.

Les longueurs respectives des segments internes étaient: 40,2 μ, 39 μ, 32,2 μ et 31 μ. Les diamètres de leurs boules de graisse: 2,3 μ, 3,7—4 μ, 3,2—3,5 μ et 2,3 μ.

e. Cône jumeau du champ rouge d'un pigeon jaune-clair maintenu 48 heures dans l'obscurité.

Le cône principal a un segment externe conique; le segment interne, pourvu d'une boule orange dans l'ellipsoïde optique, présente à côté de son myoïde et uni à celui-ci un long fuseau, le cône secondaire, dans lequel se voient des gouttelettes de pigment brun-rougeâtre.

Fig. B. a. b. c. d. e. f. g. h.

B. Coupe transversale passant par le champ jaune (en avant du peigne) d'un pigeon maintenu 24 heures dans l'obscurité.

Le pigment est comme en A., mais au côté droit du dessin il a été omis. Les segments externes des bâtonnets sont colorés en jaune, les segments internes ont l'air gonflés. Les grosses boules adipeuses vertes, qui sont situées le plus près de la périphérie, appartiennent aux cônes principaux des cônes jumeaux; la distance de leur centre à la membrane limitante externe s'élevait à 50 μ. A ces grosses boules vertes succèdent quelques petites boules vertes, appartenant à des cônes simples dont les segments internes présentent des longueurs différentes, variant de 40 à 50 μ. Viennent ensuite des cônes simples à boule rouge, sans pigment dans leur segment interne (longueur de celui-ci: 41 μ); enfin, des cônes simples à boule orange (longueur du segment interne: 40 μ). Entre ces divers éléments, un peu au-dessous des boules de graisse, on voit transparaître des gouttelettes de pigment brun-rougeâtre, incluses dans les cônes secondaires des cônes jumeaux.

a. Cône jumeau du champ jaune d'un jeune pigeon rouge maintenu 28 heures dans l'obscurité (ce pigeon est le même

que celui dont proviennent les fig. a. b. c. et d. placées à côté de la fig. A.).

Le segment externe du cône principal est conique et plus court que les segments externes des cônes simples. Le segment interne possède un ellipsoïde optique contenant une grosse boule verte à son extrémité périphérique, et un myoïde, auquel adhère un cône secondaire fusiforme renfermant une quantité de gouttelettes pigmentaires brun-rougeâtre. Chacun des deux cônes est uni à son grain au-dessous de la membrane limitante externe, membrane couverte d'innombrables petits cils.

b. c. d. Les trois cônes simples du champ jaune de ce même pigeon.

Ces cônes simples ont la même forme que ceux du champ rouge, ci-dessus décrits. Le segment interne du cône à boule rouge est toutefois dépourvu de pigment.

Les longueurs respectives des segments internes étaient: pour les cônes à boule verte 35,6—41,4 μ, pour ceux à boule rouge 35,6 μ et pour ceux à boule orange 34,5 μ.

Les diamètres de ces boules mesuraient respectivement 1,7 μ, 2,9—3,5 μ et 2,3—2,9 μ.

e. f. g. Trois bâtonnets du champ jaune d'un pigeon jaune-clair maintenu 48 heures dans l'obscurité (le même pigeon qui a fourni la fig. e. placée à côté de la fig. A.).

Les segments externes sont de longs cylindres arrondis au sommet et augmentant d'épaisseur vers la limite du segment interne. Le segment externe de g. est rompu, et il se peut que la petite raie dessinée dans la partie restante de ce segment doive être considérée comme une fissure.

Les segments internes s'appliquent par une base assez large sur la membrane limitante externe. En e. on y voit un corps faiblement réfringent, en forme de barillet; en f les parois du barillet sont renfoncées, en g. il manque une partie de ces parois.

h. Bâtonnet, à segment externe rompu et à segment interne en connexion avec le grain, du champ jaune d'un pigeon noir maintenu 29 heures dans l'obscurité.

Fig. C. a. b. c. d.

C. Coupe transversale passant par la fovea du jeune pigeon rouge maintenu 28 heures dans l'obscurité (déjà mentionné plus haut).

Pigment comme en A. et B. Les cellules pigmentées ont des dimensions moindres. Le retrait du pigment est suffisant pour que toutes les boules colorées soient devenues visibles. Les boules vertes formant la couche extérieure correspondent aux cônes principaux des cônes jumeaux; viennent ensuite de nombreuses petites boules vertes, et enfin les boules oranges, qui, de même que dans le champ jaune, se présentent volontiers accouplées deux à deux. Les cônes secondaires des cônes jumeaux sont pigmentés. Les bâtonnets manquent.

a. Cône jumeau du même pigeon.

Ce cône a la même forme que B. a., mais il est plus délié et de dimensions moindres. Longueur du segment interne du cône principal: 34,5 μ. Diamètre de la boule: 2,3 μ.

b. c. d. Trois cônes simples du même pigeon.

Ils sont de même forme, mais plus déliés et de dimensions plus petites, que ceux du champ jaune, déjà décrits ci-dessus. Dans le segment interne du cône à boule rouge on remarque parfois quelques gouttelettes pigmentaires rouges. Les longueurs respectives des segments internes s'élevaient à: 31 μ, 26,5 μ et 25,3 μ. Les diamètres de leurs boules de graisse mesuraient: 1,7 μ, 2,6—2,9 μ, 2,3—2,6 μ.

Fig. D. a. b. c. d. e. f.

D. Coupe transversale passant par le centre du champ rouge d'un pigeon bigarré exposé 1 heure $\frac{1}{2}$ à la lumière solaire (C'est le pigeon du 20 avril 1884. Voir le tableau.)

Le pigment s'est avancé en direction centripète et accumulé autour des parties inférieures des segments externes des cônes, jusqu'à très peu de distance au-dessus de la couche extérieure des boules de graisse, la couche des petites boules oranges. Les quatre espèces de cônes simples sont visibles dans cette préparation. Les intervalles entre les rangées successives des boules sont à peu près les mêmes que chez le pigeon à l'obscurité de la fig. A.

Les segments internes de ces cônes mesuraient en longueur respectivement: 29,5 μ, 27 μ, 22 μ et 20 μ.

a. b. c. d. Les quatre cônes simples du champ rouge d'un pigeon rouge exposé 9 heures à la lumière.

Segments externes, ellipsoïdes optiques et boules de graisse comme dans

les fig. a. b. c. d. du pigeon à l'obscurité. Les myoïdes, par suite de leur contraction, sont plus courts et plus gros.

Les segments internes avaient pour longueurs respectives: 32,2 μ, 31 μ, 25,8 μ 25,3 μ. Leurs boules de graisse mesuraient: 2,3 μ, 3,7—4 μ, 3,2—3,5 μ, 2,3 μ.

e. f. Cônes jumeaux du champ rouge de deux pigeons différents exposés à la lumière.

La boule orange du cône principal s'est résolue en boules plus petites, au nombre de deux pour f., de trois pour e. Dans le cône secondaire fusiforme de e. on ne voit pas de granulations pigmentaires, mais une petite boule colorée. Dans le cône secondaire de f. le pigment manque tout à fait, mais on y trouve l'indication d'un corps ellipsoïdal.

Fig. E. a.b. c. d. e. f. g. h.

E. Coupe transversale passant par le champ jaune d'un pigeon rouge exposé 9 heures à la lumière (le même pigeon qui a donné les fig. a. b. c. d. placées à côté de la fig. D).

Le pigment, qui s'est fortement déplacé en direction centripète, a été omis dans la partie droite de la figure, où l'on voit, par suite, que les cellules pigmentées sont rapprochées des sommets des bâtonnets. Le pigment lui-même s'est avancé jusqu'aux boules adipeuses rouges et oranges, au-dessus desquelles il s'est accumulé, en dépassant à la fois les grosses boules vertes des cônes jumeaux et les petits boules vertes des cônes simples. En faible quantité il s'est même glissé, surtout le long des segments externes coniques des cônes secondaires, jusqu'au-delà des boules rouges et oranges. Les boules vertes apparaissent encore, plus ou moins indistinctement, à travers le pigment. Les minces segments internes des bâtonnets sont difficiles à discerner, mais on voit d'autant mieux les cônes secondaires, dans lesquels s'est développé un gros corps ovoïde, faiblement réfringent.

a. Cône jumeau du champ jaune d'un jeune pigeon rouge qui avait passé un jour à la lumière d'un ciel sombre.

Le cône principal, à segment externe conique, présente un segment interne dont le myoïde est contracté, court et gros. Dans le cône secondaire, adhérent à ce myoïde, on voit en deux endroits de petits amas de pigment brun-rougeâtre, puis un gros corps ovoïde.

b. Cône jumeau du champ jaune d'un pigeon rouge qui avait passé un jour à la lumière d'un ciel clair.

La cône principal et le cône secondaire sont chacun en relation avec leur grain, Ils ont la même forme qu'en a.: le pigment brun-rougeâtre ne se voit qu'en un seul point.

c. d. e. Les trois cônes simples du champ jaune du même pigeon à la lumière qui a fourni les fig. a. b. c. d. placées à côté de la fig. D., ainsi que la fig. E.

Ils ont la même forme que les cônes simples du champ jaune du pigeon à l'obscurité (Voir les fig. B. b. c. d.), à cela près que leur myoïde, contracté, est plus court et plus gros, La longueur du segment interne était pour d. 25,3μ, pour e. 27μ. Les boules rouges mesuraient en diamètre 2,9–3,5μ, les boules oranges 2,3—2,9μ.

g. h. Bâtonnets du champ jaune du même pigeon à la lumière auquel appartenait le cône jumeau a.

Segments externes comme chez le pigeon à l'obscurité, mais incolores. Dans le segment interne, maintenant plus long, a disparu le gros corps peu réfringent en forme de barillet, qui a fait place, chez g. à une petite raie, chez h. à une petite formation peu réfringente, de figure ovale, rétrécie en pointe vers le bas.

f. Bâtonnet, uni à son grain, du pigeon rouge (déjà cité) qui avait passé 9 heures à la lumière.

Fig. F. a. b. c. d.

F. Coupe transversale passant par la fovea du même pigeon à la lumière auquel appartenaient le cône jumeau a. et les bâtonnets g. h., figurés à côté de E.

Le pigment s'est avancé en direction centripète et accumulé au-dessus des boules rouges et oranges. De même que dans le champ jaune, il a dépassé les grosses boules vertes et la plupart des petites boules vertes. On les voit encore transparaître faiblement sur le dessin. Les boules rouges et oranges sont groupées deux à deux, comme dans le champ jaune.

a. b. c. d. Cône jumeau et cônes simples de la fovea du même pigeon à la lumière auquel appartenait le cône jumeau f. du champ rouge, figuré à côté de la fig. D.

Le myoïde de ces cônes est contracté. Le cône jumeau a. a été pris en un point situé vers la périphérie de la fovea, parce que, au centre, il était difficile d'obtenir un exemplaire isolé. De là vient que les dimensions de

ce cône jumeau, qui par sa forme ressemble à ceux du champ jaune, sont plus fortes qu'on ne devrait l'attendre au centre. En outre, le pigment brun fait défaut dans le cône secondaire. Ceci, d'ailleurs, arrive assez fréquemment. Le plus ou moins d'abondance du pigment, dans les différents éléments pigmentés, est une particularité individuelle.

ERRATA.

Pag. 326, ligne 14, *au lieu de* séjournée, *lisez* séjourné.
" 335, " 26, " le " la
" 341, " 7, en remontant; *au lieu de* poils, *lisez* cils.
" 343, " 5, " " " " " "
" " " dernière; *au lieu de* préparation, *lisez* préparations.

Fig. 1.

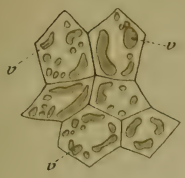


Fig. 2.

Fig. 3.

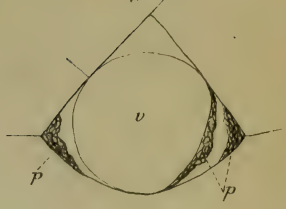


Fig. 4a.

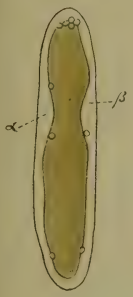


Fig. 4b.

Fig. 4c.

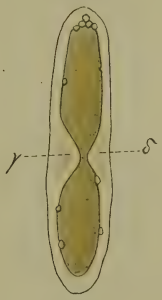


Fig. 4d.

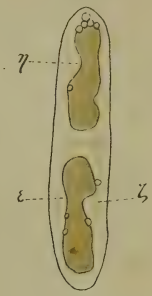


Fig. 4e.

Fig. 5a.

Fig. 5b.

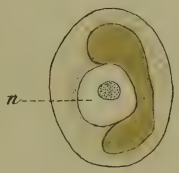


Fig. 5c.

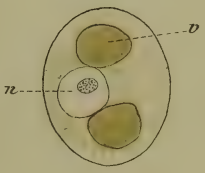


Fig. 7a.

Fig. 7b.

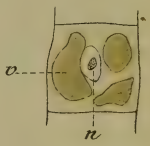


Fig. 6a.

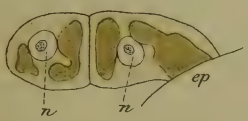


Fig. 8a.

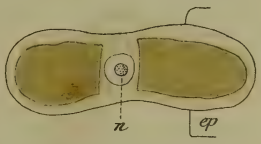


Fig. 6b.

Fig. 8b.

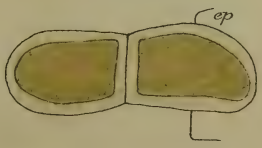
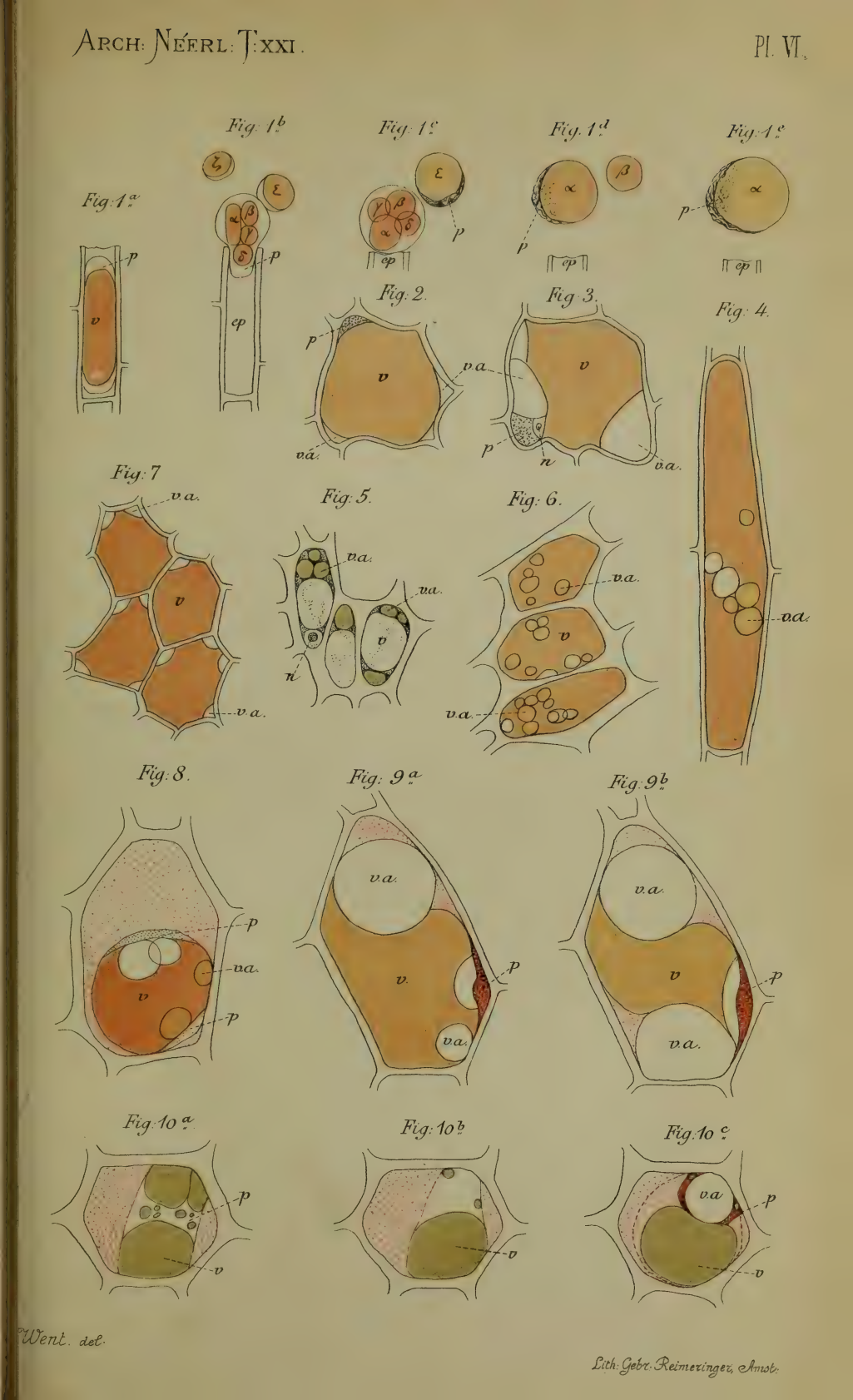


Fig. 7c.

Went, del.

Lith: Gebr. Reimeringer, Amst:



Went. del.

Lith. Gebr. Reimeringer, Amst.

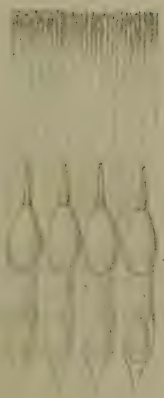
A

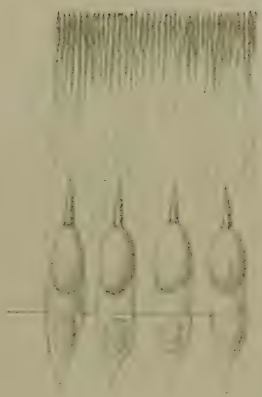
B

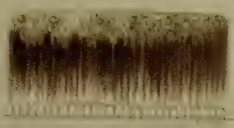
C

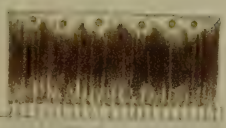
D

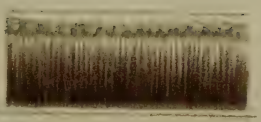
A. G. H. van Genderen Stort Del.

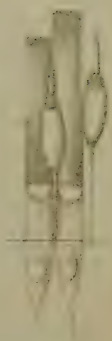


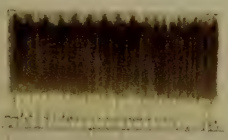


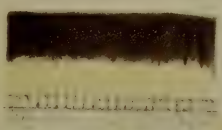


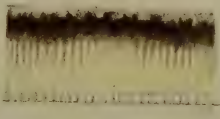












TOME XXI. 5me Livraison.

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

SCIENCES EXACTES ET NATURELLES

PUBLIÉES PAR

LA SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES À HARLEM,

ET RÉDIGÉES PAR

J. BOSSCHA,
SECRÉTAIRE DE LA SOCIÉTÉ,

AVEC LA COLLABORATION DE

MM. D. Bierens de Haan, C. A. J. A. Oudemans, W. Koster,
C. H. D. Buijs Ballot, C. K. Hoffmann et J. M. van Bemmelen.

HARLEM
LES HÉRITIERS LOOSJES.
1887.

PARIS
GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG
G. E. SCHULZE.

ARCHIVES NÉERLANDAISES
DES
Sciences exactes et naturelles.

SUR L'ÉQUILIBRE D'UN CYLINDRE ÉLASTIQUE DONT L'AXE EST PERPENDICULAIRE A UN PLAN PRINCIPAL D'ÉLASTICITÉ;

PAR

G. J. MICHAËLIS.

Dans son Mémoire sur la torsion des prismes, de Saint-Venant a traité aussi le cas où l'axe du prisme est perpendiculaire à un plan de symétrie, mais seulement dans l'hypothèse que les axes principaux de la section coïncident avec des lignes déterminées, dont les directions dépendent des coefficients d'élasticité [1]). Clebsch, qui dans son ouvrage bien connu [2]) étudia d'une manière générale l'équilibre d'un cylindre dont l'une des extrémités est fixée tandis que sur l'autre agissent des forces et des couples donnés, s'occupa exclusivement des corps isotropes. Il fit bien remarquer (p. 71) que les mêmes considérations subsistent aussi pour les cristaux, mais, dans l'application de sa méthode à ces corps, on se heurte en général à des difficultés insurmontables. Dans le cas seulement où la base du cylindre est parallèle à un plan de symétrie cristallographique, on peut résoudre le problème aussi généralement que Clebsch l'a fait pour les corps isotropes.

[1]) *Mémoires des Savants étrangers*, T. XIV, p. 455 (1856).
[2]) *Ueber die Theorie der Elasticität fester Körper.*

Nous allons exposer brièvement cette solution, et appliquer ensuite, dans la même hypothèse, la théorie de M. Kirchhoff concernant l'équilibre de barreaux élastiques infiniment minces.

1. Le corps étant à l'état naturel, soient x, y et z les coordonnées d'un de ses points par rapport à un système rectangulaire. Après une déformation, ces coordonnées deviennent $x + u$, $y + v$ et $z + w$. Les déplacements et leurs coefficients différentiels sont considérés comme des fonctions continues des coordonnées et comme infiniment petits. Nous introduisons les notations ordinaires:

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{\partial u}{\partial x} = x_x & \dfrac{\partial v}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial y} = y_z = z_y \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} = y_y & \dfrac{\partial w}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial z} = z_x = x_z \\ \dfrac{\partial w}{\partial z} = z_z & \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} = x_y = y_x \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots (1)$$

Le potentiel élastique est:

$$f = \tfrac{1}{2} a_{11} x_x^2 + \tfrac{1}{2} a_{22} y_y^2 + \tfrac{1}{2} a_{33} z_z^2 + \tfrac{1}{2} a_{44} y_z^2 + \tfrac{1}{2} a_{55} z_x^2 + \tfrac{1}{2} a_{66} x_y^2 + a_{12} x_x y_y + a_{13} x_x z_z + \text{etc.} \quad \ldots\ldots (2)$$

Il renferme 21 *coefficients d'élasticité* différents.

Les composantes de la tension en un point du corps sont:

$$\left.\begin{array}{ll} X_x = \dfrac{\partial f}{\partial x_x} & Y_z = Z_y = \dfrac{\partial f}{\partial y_z} \\ Y_y = \dfrac{\partial f}{\partial y_y} & Z_x = X_z = \dfrac{\partial f}{\partial x_z} \\ Z_z = \dfrac{\partial f}{\partial z_z} & X_y = Y_x = \dfrac{\partial f}{\partial x_y} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots (3)$$

En résolvant ces équations par rapport à x_x, y_y, etc., on obtient 6 autres équations, dont la première est:

$$D\, x_x = D_{11} X_x + D_{12} Y_y + D_{13} Z_z + D_{14} Y_z + D_{15} Z_x + D_{16} X_y \,. \quad (4)$$

Dans cette expression, D est le déterminant des coefficients d'élasticité, tandis que D_{11}, D_{12}, etc. représentent différents mineurs.

Si maintenant le plan xy est un plan de symétrie en ce qui concerne les propriétés élastiques du corps, on a:

$$a_{14} = a_{24} = a_{34} = a_{64} = a_{15} = a_{25} = a_{35} = a_{65} = 0.$$

Il en résulte:

$$\left.\begin{array}{l} D_{14} = D_{24} = D_{34} = D_{64} = D_{15} = D_{25} = D_{35} = D_{65} = 0 \\ D_{12} = D_{21}\,,\quad D_{13} = D_{31}\,,\quad D_{23} = D_{32} \quad \text{etc.} \\ \dfrac{D_{44}}{a_{55}} = \dfrac{D_{55}}{a_{44}} = -\dfrac{D_{45}}{a_{45}}\,. \end{array}\right\} \quad . \quad (5)$$

Supposons qu'aucune force extérieure n'agisse sur la masse du corps, et tâchons de satisfaire à la condition qu'à l'intérieur du corps on ait partout $X_x = Y_y = X_y = 0$. Les équations (4) se transforment alors en:

$$Dx_x = D_{13}\,Z_z;\ Dy_y = D_{23}\,Z_z;\ Dz_z = D_{33}\,Z_z;\ Dy_z = D_{44}\,Y_z + \\ + D_{45}\,X_z;\ Dx_z = D_{45}\,Y_z + D_{55}X_z;\ Dx_y = D_{63}Z_z, \quad . \ . \ . \ . \ (6)$$

tandis que les équations de l'équilibre deviennent:

$$\frac{\partial X_z}{\partial z} = 0. \qquad \frac{\partial Y_z}{\partial z} = 0 \qquad -\frac{\partial Z_z}{\partial z} = \frac{\partial X_z}{\partial x} + \frac{\partial Y_z}{\partial y} \quad . \ . \ . \ (7)$$

Les quantités x_x, y_y, etc., qui dépendent des trois fonctions u, v et w, ne peuvent évidemment être des fonctions arbitraires des coordonnées. Les conditions auxquelles elles doivent satisfaire sont données, entre autres, par M. Kirchhoff [1]). En substituant dans ces conditions les valeurs, tirées de (6), des quantités en question, on trouve:

$$\frac{\partial^2 Z_z}{\partial x^2} = 0;\quad \frac{\partial^2 Z_z}{\partial y^2} = 0;\quad \frac{\partial^2 Z_z}{\partial z^2} = 0;\quad \frac{\partial^2 Z_z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} 2D_{31}\dfrac{\partial^2 Z_z}{\partial y \partial z} - D_{63}\dfrac{\partial^2 Z_z}{\partial x \partial z} = D_{45}\dfrac{\partial^2 Y_z}{\partial x \partial y} + D_{55}\dfrac{\partial^2 X_z}{\partial x \partial y} - \\ \qquad\qquad - D_{44}\dfrac{\partial^2 Y_z}{\partial x^2} - D_{45}\dfrac{\partial^2 X_z}{\partial x^2} \\ 2D_{32}\dfrac{\partial^2 Z_z}{\partial x \partial z} - D_{63}\dfrac{\partial^2 Z_z}{\partial y \partial z} = D_{44}\dfrac{\partial^2 Y_z}{\partial x \partial y} + D_{45}\dfrac{\partial^2 X_z}{\partial x \partial y} - \\ \qquad\qquad - D_{45}\dfrac{\partial^2 Y_z}{\partial y^2} - D_{55}\dfrac{\partial^2 X_z}{\partial y^2} \end{array}\right\} \quad . \ . \ (8)$$

[1]) Kirchhoff, *Mechanik*, p. 399.

Les quatre premières de ces équations prouvent que Z_z peut être représenté par l'expression:

$$Z_z = a + a_1 x + a_2 y + z(b_0 + b_1 x + b_2 y) \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Les deux autres donnent, après substitution de cette expression et après intégration:

$$D_{45} \frac{\partial Y_z}{\partial y} + D_{55} \frac{\partial X_z}{\partial y} - D_{44} \frac{\partial Y_z}{\partial x} - D_{45} \frac{\partial X_z}{\partial z} =$$
$$= (2 D_{31} b_2 - D_{63} b_1) x - (2 D_{32} b_1 - D_{63} b_2) y + c \quad (10a)$$

où c désigne une constante arbitraire.

De l'équation (7) il résulte:

$$\frac{\partial X_z}{\partial x} + \frac{\partial Y_z}{\partial y} = -(b_0 + b_1 x + b_2 y) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10b)$$

Par conséquent, on peut admettre pour les tensions X_z et Y_z les expressions:

$$\left.\begin{aligned} Z_x &= (A_1 b_1 + A_2 b_2)(x^2 + y^2) + (B_1 b_1 + B_2 b_2) xy + c_1 y - \\ &\qquad - \frac{b_0}{2} x - D_{44} \frac{\partial P}{\partial x} + D_{45} \frac{\partial P}{\partial y} \\ Y_z &= (C_1 b_1 + C_2 b_2)(x^2 + y^2) + (D_1 b_1 + D_2 b_2) xy - c_1 x - \\ &\qquad - \frac{b_0}{2} y + D_{45} \frac{\partial P}{\partial x} - D_{55} \frac{\partial P}{\partial y} \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Dans ces expressions on a posé $c_1 = \frac{c}{D_{44} + D_{55}}$. P est une fonction qui doit satisfaire à l'équation:

$$D_{44} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - 2 D_{45} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + D_{55} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Au moyen de l'équation $(10)_b$ on trouve entre les coefficients A_1, A_2, etc. les relations:

$$\left.\begin{aligned} 2A_1 + D_1 &= -1 \qquad & 2A_2 + D_2 &= 0 \\ B_2 + 2C_2 &= -1 \qquad & B_1 + 2C_1 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

L'équation $(10)_a$ conduit à:

$$\left.\begin{aligned} \Delta A_1 &= 2(D_{63} - D_{45}) D_{45} + (2D_{32} + D_{44})(D_{44} + D_{55}) \\ \Delta B_1 &= 4(2D_{32} + D_{44}) D_{45} + 2(D_{63} - D_{45})(D_{44} + D_{55}) \\ \Delta A_2 &= -2(2D_{31} - D_{44}) D_{45} - (D_{63} + D_{45})(D_{44} + D_{55}) \\ \Delta B_2 &= -4(D_{63} + D_{45}) D_{45} - 2(2D_{31} - D_{44})(D_{44} + D_{55}) \\ \Delta &= 8 D_{45}^2 - 2(D_{44} + D_{55})^2 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (14)$$

Lorsque le corps est un prisme ou un cylindre, dont l'axe est parallèle à l'axe des z, et dont les deux bases sont seules soumises à l'action de forces extérieures, la fonction P est déterminée plus particulièrement par la condition que, pour un point du contour de la section, doit exister l'équation:

$$Z_x \cos(n\,x) + Y_z \cos(n\,y) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

où $(n\,x)$ représente l'angle que la normale à la surface cylindrique fait avec l'axe des x.

Posons maintenant

$$P = b_0 P_0 + b_1 P_1 + b_2 P_2 + c_1 P_3,$$

avec la réserve que les différentes fonctions P_0, P_1, P_2, P_3 doivent satisfaire à l'équation (12). La condition (15) donne alors lieu aux quatre équations:

$$\left.\begin{aligned}
&\left(-D_{44}\frac{\partial P_0}{\partial x} + D_{45}\frac{\partial P_0}{\partial y}\right)\cos(nx) + \left(D_{45}\frac{\partial P_0}{\partial x} - \right.\\
&\qquad \left. - D_{55}\frac{\partial P_0}{\partial y}\right)\cos(ny) = \frac{1}{2}\Big[x\cos(nx) + y\cos(ny)\Big]\\
&\left(-D_{44}\frac{\partial P_1}{\partial x} + D_{45}\frac{\partial P_1}{\partial y}\right)\cos(nx) + \left(D_{45}\frac{\partial P_1}{\partial x} - \right.\\
&\qquad \left. - D_{55}\frac{\partial P_1}{\partial y}\right)\cos(ny) = -\Big[A_1(x^2+y^2) + B_1\,xy\Big]\\
&\qquad\qquad \cos(nx) - \Big[C_1(x^2+y^2) + D_1\,xy\Big]\cos(ny).\\
&\left(-D_{44}\frac{\partial P_2}{\partial x} + D_{45}\frac{\partial P_2}{\partial y}\right)\cos(nx) + \left(D_{45}\frac{\partial P_2}{\partial x} - \right.\\
&\qquad \left. - D_{55}\frac{\partial P_2}{\partial y}\right)\cos(ny) = -\Big[A_2(x^2+y^2) + B_2\,xy\Big]\\
&\qquad\qquad \cos(nx) - \Big[C_2(x^2+y^2) + D_2\,xy\Big]\cos(ny)\\
&\left(-D_{44}\frac{\partial P_3}{\partial x} + D_{45}\frac{\partial P_3}{\partial y}\right)\cos(nx) + \left(D_{45}\frac{\partial P_3}{\partial x} - \right.\\
&\qquad \left. - D_{55}\frac{\partial P_3}{\partial y}\right)\cos(ny) = -\,y\cos(nx) + x\cos(ny).
\end{aligned}\right\} \ldots (16)$$

De la première, on déduit qu'il faut prendre $b'_0 = 0$. Si l'on considère, en effet, l'intégrale:

$$b_0 \int \left(D_{44} \frac{\partial^2 P_0}{\partial x^2} - 2 D_{45} \frac{\partial^2 P_0}{\partial x \partial y} + D_{55} \frac{\partial^2 P_0}{\partial y^2} \right) dq, \text{ dans}$$

laquelle dq désigne un élément de la section, et qui doit être étendue à cette section tout entière, on voit que cette intégrale, à cause de l'équation différentielle générale à laquelle P_0 doit satisfaire, est $= 0$. Pour cette intégrale on peut écrire, en désignant par ds l'élément de la circonférence de la section

$$b_0 \int \left\{ \left(D_{44} \frac{\partial P_0}{\partial x} - D_{45} \frac{\partial P_0}{\partial y} \right) \cos(nx) + \right.$$
$$\left. + \left(- D_{45} \frac{\partial P_0}{\partial x} + D_{55} \frac{\partial P_0}{\partial y} \right) \cos(ny) \right\} ds = 0.$$

En vertu de la première des équations (16) on a donc: $b_0 \int dq = 0$ ou $b_0 = 0$.

Prenons pour axes des x et des y les axes d'inertie de la base supérieure du cylindre. Admettons que la section soit symétrique par rapport à ces axes. Soient X, Y, Z, K_x, K_y, K_z les composantes de la force et du couple qui agissent sur la base inférieure du cylindre. La base supérieure est supposée fixée d'une manière à définir ultérieurement.

Lorsque la section du cylindre est petite comparativement à la longueur, la déformation produite par les forces et les couples peut être trouvée au moyen des équations

$$\left.\begin{aligned} X = \int X_z\, dq;\ Y = \int Y_z\, dq;\ Z = \int Z_z\, dq. \\ K_x = \int (Z_z y - Y_z l)\, dq;\ K_y = \int (X_z l - Z_z x)\, dq; \\ K_z = \int (Y_z x - X_z y)\, dq \end{aligned}\right\} \ldots (17)$$

l étant la longueur du cylindre.

Si dans l'expression de la force X on substitue la valeur de la tension X_z, donnée par l'équation (11), le résultat contient l'intégrale $\int\left(-D_{44}\frac{\partial P}{\partial x}+D_{45}\frac{\partial P}{\partial y}\right)dq$. A l'aide de l'équation différentielle (12), cette intégrale peut être écrite sous la forme:

$$\int x\left\{\left(-D_{44}\frac{\partial P}{\partial x}+D_{45}\frac{\partial P}{\partial y}\right)\cos(nx)+\right.$$
$$\left.+\left(D_{45}\frac{\partial P}{\partial x}-D_{55}\frac{\partial P}{\partial y}\right)\cos(ny)\right\}ds.$$

On déduit de là, en ayant égard à la condition (15) qui existe à la circonférence de la section:

$$\int\left(-D_{44}\frac{\partial P}{\partial x}+D_{45}\frac{\partial P}{\partial y}\right)dq=\int x\left[M\cos(nx)+N\cos(ny)\right]ds=$$
$$=\int\left[\frac{\partial(xM)}{\partial x}+\frac{\partial(xN)}{dy}\right]dq,$$

où M et N désignent des fonctions qui sont connues par les équations (11).

En reportant dans l'expression de la force X la formule qui vient d'être trouvée, on obtient:

$$X=\int x\left(\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}\right)dq=\left\{-2(A_1b_1+A_2b_2)-\right.$$
$$\left.-(D_1b_1+D_2b_2)\right\}\lambda^2Q=b_1\lambda^2Q,\ \ldots\ (18a)$$

eu égard aux relations (13).

De la même manière, on obtiendra:

$$\left.\begin{aligned}&Y=b_2\varkappa^2Q;\ Z=aQ;\ K_x=a_2\varkappa^2Q;\ Ky=-a_1\lambda^2Q\\&K_z=-c_1Q(\lambda^2+\varkappa^2)+\int\left(D_{45}x\frac{\partial P}{\partial x}-D_{55}x\frac{\partial P}{\partial y}+\right.\\&\qquad\left.+D_{44}y\frac{\partial P}{\partial x}-D_{45}y\frac{\partial P}{\partial y}\right)dq\end{aligned}\right\}\ldots(18b)$$

Q est la section du cylindre.

$$\int x^2dq=\lambda^2Q;\ \int y^2dq=\varkappa^2Q\ \ldots\ldots\ (19)$$

Comme la section est symétrique par rapport aux axes des x et des y, l'intégrale disparaît de l'expression du couple K_z lorsque Pn' est pas une fonction paire ou une fonction impaire tant de x que de y. Dans la deuxième et la troisième des équations (16), les seconds membres sont ou bien *pairs* par rapport à x et *impairs* par rapport à y, ou bien inversement; les premiers membres le sont donc également. On peut donc satisfaire à ces équations par des fonctions P_1 et P_2 qui ne soient pas à la fois des fonctions paires ou impaires des deux variables. Mais alors, suivant la remarque faite tout à l'heure, ces fonctions disparaissent de l'équation (18*b*), de sorte qu'il n'y reste plus que P_3, et que le second membre est proportionnel au coefficient c_1.

2. Maintenant que les tensions sont connues, il est facile de calculer les glissements que les points du cylindre subissent sous l'action de forces et de couples appliqués à la base inférieure, lorsque la base supérieure est fixée d'une manière donnée. Des équations (6), (9) et (11) il résulte:

$$\left.\begin{aligned}
x_x &= \frac{D_{31}}{D}\left\{a + a_1 x + a_2 y + z(b_1 x + b_2 y)\right\} \\
y_y &= \frac{D_{32}}{D}\left\{a + a_1 x + a_2 y + z(b_1 x + b_2 y)\right\} \\
z_z &= \frac{D_{33}}{D}\left\{a + a_1 x + a_2 y + z(b_1 x + b_2 y)\right\} \\
y_z &= \frac{b_1}{D}\left\{(D_{44} C_1 + D_{45} A_1)(x^2 + y^2) + (D_{44} D_1 + \right. \\
&\qquad \left. + D_{45} B_1) xy - (D_{44} D_{55} - D_{45}^2)\frac{\partial P_1}{\partial y}\right\} \\
&+ \frac{b_2}{D}\left\{(D_{44} C_2 + D_{45} A_2)(x^2 + y^2) + (D_{44} D_2 + \right. \\
&\qquad \left. + D_{45} B_2) xy - (D_{44} D_{55} - D_{45}^2)\frac{\partial P_2}{\partial y}\right\} \\
&- \frac{c_1}{D}\left\{D_{44} x - D_{45} y + (D_{44} D_{55} - D_{45}^2)\frac{\partial P_3}{\partial y}\right\}.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (20)$$

$$\left.\begin{aligned}
z_x = {} & \frac{b_1}{D}\Big\{(D_{45}\,C_1 + D_{55}\,A_1)(x^2+y^2) + (D_{45}\,D_1 + \\
& \qquad + D_{55}\,B_1)\,xy - (D_{44}\,D_{55} - D_{45}^2)\frac{\partial P_1}{\partial x}\Big\} \\
& + \frac{b_2}{D}\Big\{(D_{45}\,C_2 + D_{55}\,A_2)(x^2+y^2) + (D_{45}\,D_2 + \\
& \qquad + D_{55}\,B_2)\,xy - (D_{44}\,D_{55} - D_{45}^2)\frac{\partial P_2}{\partial x}\Big\} \\
& - \frac{c_1}{D}\Big\{D_{45}\,x - D_{55}\,y + (D_{44}\,D_{55} - D_{45}^2)\frac{\partial P_3}{\partial x}\Big\} \\
x_y = {} & \frac{D_{63}}{D}\Big\{a + a_1\,x + a_2\,y + z\,(b_1\,x + b_2\,y)\Big\}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (20)$$

De ces relations on déduit, après quelques réductions, les valeurs suivantes pour les déplacements:

$$\left.\begin{aligned}
Du = {} & D_{31}\,(\tfrac{1}{2}a_1x^2 + a_2xy + ax) + \tfrac{1}{2}(D_{63}a_2 - D_{32}a_1)y^2 + \\
& + D_{31}b_2xyz + \tfrac{1}{2}D_{31}b_1x^2z + \tfrac{1}{2}(D_{63}b_2 - D_{32}b_1)y^2z + \\
& + \tfrac{1}{2}c_1\,(D_{44} + D_{55})\,yz - \tfrac{1}{2}D_{33}\,a_1\,z^2 - \tfrac{1}{6}D_{33}\,b_1\,z^3 + \\
& + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_0 y + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_0 z. \\
Dv = {} & D_{32}\,(\tfrac{1}{2}a_2\,y^2 + a_1\,xy + ay) + \tfrac{1}{2}(D_{63}a_1 - D_{31}a_2)x^2 + \\
& + D_{32}b_1xyz + \tfrac{1}{2}D_{32}b_2y^2z + \tfrac{1}{2}(D_{63}b_1 - D_{31}b_2)x^2z - \\
& - \tfrac{1}{2}c_1\,(D_{44} + D_{55})\,xz - \tfrac{1}{2}D_{33}\,a_2\,z^2 - \tfrac{1}{6}D_{33}b_2z^3 + \\
& + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_0 x + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_0 z. \\
Dw = {} & \tfrac{1}{3}\Big\{b_1\,(D_{45}\,C_1 + D_{55}\,A_1 - \tfrac{1}{2}D_{31}) + b_2(D_{45}C_2 + \\
& + D_{55}\,A_2)\Big\}\,x^3 + \Big\{b_1\,(D_{44}\,C_1 + D_{45}A_1 - \tfrac{1}{2}D_{63}) + \\
& + b_2(D_{44}C_2 + D_{45}A_2 + \tfrac{1}{2}D_{31})\Big\}x^2y + \Big\{b_1(D_{45}C_1 + \\
& + D_{55}A_1 + \tfrac{1}{2}D_{32}) + b_2(D_{45}C_2 + D_{55}A_2 - \tfrac{1}{2}D_{63})\Big\}xy^2 + \\
& + \tfrac{1}{3}\Big\{b_1\,(D_{44}\,C_1 + D_{45}\,A_1) + b_2(D_{44}C_2 + D_{45}A_2 - \\
& - \tfrac{1}{2}D_{32})\Big\}y^3 + \tfrac{1}{2}D_{33}b_1xz^2 + \tfrac{1}{2}D_{33}b_2yz^2 + D_{33}a_1xz + \\
& + D_{33}a_1xz + D_{33}a_2yz + \frac{c_1}{2}\Big[D_{45}y^2 + (D_{55} - D_{44})xy - \\
& - D_{45}x^2\Big] + D_{33}\,az + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_0 x + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_0 y - \\
& - (D_{44}\,D_{55} - D_{45}^2)\,P
\end{aligned}\right\} \quad . (21)$$

On peut encore admettre que, par exemple, pour $x=y=z=0$ existent les conditions $u=v=w=0, \frac{\partial u}{\partial z}=0, \frac{\partial v}{\partial z}=0$ et $\frac{\partial v}{\partial x}=0$; il suit alors des équations (20):

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_0 = \frac{D_{63}}{D} a; \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_0 = -\frac{D_{44} D_{55} - D_{45}^2}{D} \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_0;$$
$$\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_0 = -\frac{D_{44} D_{55} - D_{45}^2}{D} \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_0.$$

1°. Lorsque sur la base du cylindre agit seulement une force Z dirigée suivant l'axe des z, et qu'en outre il n'y a pas de couples, les déplacements deviennent:

$$Du = D_{31}\, ax + D_{63}\, ay;\ Dv = D_{32}\, ay;\ Dw = D_{33}\, az.$$

Le *coefficient d'élasticité* suivant l'axe du cylindre devient: $\frac{D}{D_{33}}$. Il en est encore de même, — comme on le montre aisément en posant dans les équations (4) toutes les tensions $=0$, sauf la tension Z_z, — quand il n'existe pas de plan cristallographique de symétrie.

2°. Le cylindre est fléchi par une force X située dans la base. On a alors: $a_1 = \frac{Xl}{\lambda^2 Q}$, $b_1 = \frac{X}{\lambda^2 Q}$, et la flèche de la courbure est:

$$U = \tfrac{1}{3} \frac{X}{\lambda^2 Q} \frac{D_{33}}{D} l^3.$$

3°. Le cylindre est tordu par un couple suivant l'axe des z. Tous les coefficients, sauf c_1, disparaissent. On trouve:

$$u = \tfrac{1}{2} c_1 \frac{D_{44} + D_{55}}{D} yz;\ v = -\tfrac{1}{2} c_1 \frac{D_{44} + D_{55}}{D} xz \quad . \ . \ (22)$$

3. Comme application simple de la théorie, nous examinerons l'équilibre du cylindre elliptique, dont la section est déterminée par l'équation:

$$\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} = 1.$$

Pour calculer d'abord la fonction P_3, il faut résoudre l'équation :

$$D_{44}\frac{\partial^2 P_3}{\partial x^2} - 2D_{45}\frac{\partial^2 P_3}{\partial x \partial y} + D_{55}\frac{\partial^2 P_3}{\partial y^2} = 0,$$

en ayant égard à la condition limite :

$$\left(-D_{44}\frac{\partial P_3}{\partial x} + D_{45}\frac{\partial P_3}{\partial y}\right)\frac{x}{m^2} + \left(D_{45}\frac{\partial P_3}{\partial x} - D_{55}\frac{\partial P_3}{\partial y}\right)\frac{y}{n^2} =$$
$$= xy\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right).$$

Posons : $P_3 = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma y^2$.

Par substitution dans l'équation de condition, on obtient les relations :

$$-2D_{44}\alpha + D_{45}\beta = 0;\ D_{45}\beta - 2D_{55}\gamma = 0;$$
$$\frac{1}{m^2}(-D_{44}\beta + 2D_{45}\gamma) + \frac{1}{n^2}(2D_{45}\alpha - D_{55}\beta) = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}.$$

Si l'on additionne les deux premières de ces équations, il en résulte la méme relation qu'on obtient en substituant P_3 dans l'équation différentielle générale. Résolvons par rapport à α, β et γ, et substituons ensuite P_3 dans l'équation (18)b, en tenant compte de ce que, dans une ellipse, on a : $\lambda = \frac{m}{2}$ et $\varkappa = \frac{n}{2}$; il viendra, après quelques réductions :

$$K_z = -\frac{c_1}{2}Q\frac{(D_{44} + D_{55})m^2n^2}{D_{44}n^2 + D_{55}m^2} = -\frac{c_1}{2}Q\frac{(a_{44} + a_{55})m^2n^2}{a_{55}n^2 + a_{44}m^2} \quad (23)$$

En désignant par τ l'*angle de torsion* pour l'unité de distance à l'extrémité fixe du cylindre, on a, en vertu des équations (21) : $\tau = -\frac{1}{2}c_1\frac{D_{44} + D_{55}}{D}$, et l'équation (23) se change en :

$$K_z = Q\tau\frac{m^2n^2}{\frac{D_{44}}{D}n^2 + \frac{D_{55}}{D}m^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Pour déterminer la fonction P_1, la même équation diffé-

rentielle du second ordre doit être résolue, avec la condition à la circonférence:

$$\left(-D_{44}\frac{\partial P_1}{\partial x}+D_{45}\frac{\partial P_1}{\partial y}\right)\frac{x}{m^2}+\left(D_{45}\frac{\partial P_1}{\partial x}-D_{55}\frac{\partial P_1}{\partial y}\right)\frac{y}{n^2}=-$$

$$-\left[A_1(x^2+y^2)+B_1xy\right]\frac{x}{m^2}-\left[C_1(x^2+y^2)+D_1xy\right]\frac{y}{n^2}.$$

$$\text{Soit: } P_1=ax+by+cx^3+dx^2y+exy^2+fy^3.$$

Si l'on substitue cette valeur dans les équations différentielles auxquelles P_1 doit satisfaire, et qu'on ait égard à l'équation $\frac{x^2}{m^2}+\frac{y^2}{n^2}=1$ pour les points de la circonférence, on trouve entre les coefficients a, b, c, etc. six équations linéaires, desquelles peuvent être tirées les valeurs de ces coefficients. Le résultat est très compliqué, sauf dans le cas où D_{45}, et par suite a_{45}, devient $=0$. Dans ce cas on a:

$$D_{44}Ra=A_1m^2n^2(D_{44}+D_{55})-D_{55}m^4;\quad D_{55}R_1b=C_1m^2n^2(D_{44}+D_{55});$$

$$-3D_{44}Rc=D_{55}\{A_1(n^2-3m^2)-m^2\};\quad R_1d=C_1(m^2-3n^2);$$

$$Re=A_1(n^2-3m^2)-m^2;\quad -3D_{55}R_1f=D_{44}C_1(m^2-3n^2);$$

où, pour abréger, on a posé:

$$R=D_{44}n^2+3D_{55}m^2;\quad R_1=3D_{44}n^2+D_{55}m^2.$$

Lorsque les axes des coordonnées sont tous perpendiculaires à des plans de symétrie, on a $D_{63}=0$, et alors disparaissent les coefficients b, d et f.

La détermination de P_2 se fait exactement de la même manière.

Quand la section du cylindre n'est pas elliptique, il faut en général prendre pour point de départ une intégrale générale de l'équation différentielle (12) et tâcher de déterminer les coefficients de telle sorte qu'il soit satisfait aux équations (16). Une pareille intégrale est:

$$P=\Sigma\left\{e^{m\left(x+\frac{D_{45}}{D_{55}}y\right)}\left[A_m\sin hmy+A'_m\cos hmy\right]\right\}$$

La somme doit être étendue à toutes les valeurs de m. Les quantités A_m et A'_m sont des coefficients indéterminé's. $h = \frac{1}{D_{55}} \sqrt{D_{44} D_{55} - D_{45}^2}$ où l'on suppose $D_{45}^2 < D_{44} D_{55}$.

4. A M. Kirchhoff [1]) est due la théorie générale de l'équilibre et du mouvement d'un barreau élastique infiniment mince. Dans ce barreau, on considère d'abord la déformation d'un élément dont la longueur est du même ordre que le diamètre. Un principe fondamental de la théorie est que les déplacements dans un sembable élément, ne dépendent que des forces qui agissent à sa surface. On montre ensuite que la déformation de l'élément peut être regardée comme uniforme, c'est-à-dire que l'élément prend la figure d'un arc de cercle et subit une torsion et une dilatation constantes; les tensions sont les mêmes dans toutes les sections. Dans l'état naturel du barreau (qui alors est supposé droit), les axes des x, des y et des z sont pris de la même manière que nous l'avons fait ci-dessus. Lorsque le barreau a subi une déformation, l'axe des z coïncide, dans un élément, avec la tangente à l'axe fléchi, menée à l'une des extrémités; les axes des x et des y sont perpendiculaires à cette direction et deviennent, quand la déformation disparaît, parallèles aux axes primitifs [2]).

Par ces considérations, M. Kirchhoff a trouvé, pour les déplacements d'un point de l'élément, les expressions:

$$\left.\begin{aligned} u &= u_0 + \tfrac{1}{2}qz^2 - ryz \\ v &= v_0 + rxz - \tfrac{1}{2}pz^2 \\ w &= w_0 + (py - qz + \sigma)z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (25)$$

Dans ces expressions, u_0, v_0 et w_0 sont des fonctions de x et y, qui doivent satisfaire à la condition que, pour $x = 0$ et $y = 0$, on ait $u_0 = v_0 = w_0 = \frac{\partial v_0}{\partial x} = 0$. Les quantités p et q

---

[1]) Crelle, *Journal*, 1859.

[2]) Kirchhoff, *Mechanik*, p. 410.

sont les valeurs inverses des rayons de courbure des projections de l'élément sur le plan xz et sur le plan yz; r est la mesure de la torsion, σ est la dilatation.

Désignons par s la longueur d'une portion du barreau, comptée à partir de l'extrémité fixe, et soit ds la longueur d'un élément.

Puisque, dans cet élément, il est permis de supposer constantes les quantites p, q et r, la déformation peut être conçue comme la rotation des différentes sections de l'élément autour d'un même axe, accompagnée d'une dilatation. La rotation de l'une des extrémités a, par rapport aux axes des x, y et z adoptés à l'autre extrémité, les composantes pds, qds et rds. Les cosinus de direction de l'axe de rotation sont $\frac{p}{R}$, $\frac{q}{R}$ et $\frac{r}{R}$, si $R = \sqrt{p^2 + q^2 + r^2}$, car les quantités p, q et r peuvent être composées entre elles de la même manière que des vitesses angulaires. Dans les éléments successifs du barreau, ces axes prendront des directions différentes.

Lorsque sur la base du barreau agissent seulement des couples, le problème qui a pour objet de déterminer sa déformation est parfaitement analogue, comme M. Kirchhoff l'a montré le premier, à celui du mouvement d'un corps autour d'un point fixe. Poinsot a fait voir, en effet, que ce dernier mouvement peut être considéré, pendant un élément de temps, comme une rotation autour d'un axe, lequel axe prend successivement différentes positions dans l'espace. Durant le mouvement, il existe un plan invariable dans lequel est situé le couple d'impulsion, et les composantes de ce couple, par rapport à des axes invariablement liés au corps, sont données par les formules: $\frac{\partial T}{\partial p}$, $\frac{\partial T}{\partial q}$, $\frac{\partial T}{\partial r}$, si T représente la force vive et que p, q, r désignent les vitesses angulaires autour de ces axes. La déformation d'un barreau infiniment mince peut également, dans un élément de celui-ci, être regardée comme la rotation autour d'un axe. Dans chaque section, le couple des pressions est constant et les composantes de ce

couple suivant les axes x, y et z sont donnés ainsi que l'a fait voir M. Kirchhoff, par les expressions $\frac{\partial G}{\partial p}, \frac{\partial G}{\partial q}, \frac{\partial G}{\partial r}$, où p, q, r ont la signification indiquée ci-dessus, tandis que $G = \int f dx dy$, l'intégration étant prise sur toute l'étendue de la section. Dans cette intégrale, f est le potentiel des forces élastiques. Les équations différentielles du mouvement d'un corps autour d'un point fixe et les équations de l'équilibre d'un mince fil élastique sont donc de forme sembable, si à l'élément de temps on substitue l'élément ds. Cette concordance sera examinée encore un peu plus en détail pour le cas où l'axe du fil est perpendiculaire à un plan cristallographique de symétrie.

5. La fonction G, dont depend la détermination de l'équilibre du barreau, peut, dans l'hypothèse en question, être facilement déduite des calculs exposés au § 1. Par ce qui a été dit, au paragraphe précédent, concernant les composantes du couple des pressions suivant les axes x, y et z, et à l'aide équations (18)$_b$, on trouve:

$$\frac{\partial G}{\partial p} = a_2 \varkappa^2 Q; \frac{\partial G}{\partial q} = -a_1 \lambda^2 Q; \frac{\partial G}{\partial r} = -c_1 Q(\lambda^2 + \varkappa^2) + c_1$$

$$+ c_1 \int \left\{ D_{45} x \frac{\partial P_3}{\partial x} - D_{55} x \frac{\partial P_3}{\partial y} + D_{44} y \frac{\partial P_3}{\partial x} - D_{45} y \frac{\partial P_3}{\partial y} \right\} dq.$$

En comparant les équations (25) avec éq. (21) on voit que:

$$p = \frac{D_{33}}{D} a_2; \quad q = -\frac{D_{33}}{D} a_1; \quad r = -\tfrac{1}{2} c_1 \frac{D_{44} + D_{55}}{D}.$$

Par substitution, on apprend à connaître la fonction G pour chaque section du fil, la fonction P_3 étant déterminée à l'aide des équations données au § 1. Dans tous les cas, on a: $\frac{\partial G}{\partial p} = Ap$, $\frac{\partial G}{\partial q} = Bq$, $\frac{\partial G}{\partial r} = Cr$, où A, B et C dépendent de la forme et des coefficients d'élasticité du fil. On obtient donc:

$$G = \tfrac{1}{2}(Ap^2 + Bq^2 + Cr^2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

Les équations de l'équilibre prennent la forme:

$$\left.\begin{aligned} A\frac{dp}{ds} &= (B-C)\,qr \\ B\frac{dq}{ds} &= (C-A)\,pr \\ C\frac{dr}{ds} &= (A-B)\,pq \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (27)$$

Jacobi [1]) a fait voir que le mouvement d'un corps autour d'un point fixe, quand ce corps n'est sollicité par aucune force, est la résultante de deux mouvements périodiques. Qu'on suppose des axes rectangulaires ξ, η et ζ, dont le dernier soit perpendiculaire au plan invariable, tandis que les deux autres tournent dans ce plan avec une vitesse angulaire déterminée; les cosinus de direction des axes principaux du corps, par rapport à ces axes ξ, η, ζ, soient alors des fonctions périodiques du temps. Si l'on connaît les différentes positions du corps dans une période, on peut en déduire les positions à tous les moments ultérieurs; il suffit de se figurer que le corps subit une rotation déterminée autour de l'axe des ζ, pour trouver, à un instant donné, la situation de ses axes principaux dans l'espace. Le même raisonnement est applicable à la recherche de la déformation d'un fil élastique.

Représentons-nous dans chaque section du fil trois axes rectangulaires ξ, η et ζ; le dernier est parallèle à l'axe du couple qui agit sur la base du fil, les deux autres ont dans chaque section des directions différentes; le changement de direction, d'un élément à l'autre, est analogue à celui qui est relatif au temps dans le calcul de Jacobi. Les cosinus de direction des axes x, y, z dans un élément, par rapport à ξ, η et ζ, sont des fontions périodiques de s. Lorsque les directions des axes du premier système sont connues dans la portion du fil qui embrasse la période, elles sont faciles à trouver pour toutes les autres parties. En déterminant les valeurs des quantités p, q et r au moyen des équations (27),

[1]) *Journal* von Crelle, T. 49 (1850).

on ne doit pas perdre de vue que p et q sont relatives à la flexion du fil, tandis que r correspond à sa tension. Les intégrales: $Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 = h$ et $A^2p^2 + B^2q^2 + C^2r^2 = l^2$ signifient que le potentiel des forces élastiques et le couple des pressions ont les mêmes valeurs dans toutes les sections du fil. De ces intégrales on déduit:

$$A(B-A)p^2 + C(B-C)r^2 = Bh - l^2.$$

Si l'on a $A > B > C$ et $Bh - l^2 > 0$, la quantité r ne peut donc nulle part devenir zéro, de sorte que le fil est alors tordu dans la même direction sur toute sa longueur. Pour $A > B > C$ et $Bh - l^2 < 0$, différentes parties du fil peuvent être tordues en direction contraire. Avec $A < B < C$ et $Bh - l^2 < 0$, le fil conserve sur toute sa longueur une torsion de même sens. Lorsque la résistance à la torsion est intermédiaire entre A et B, il y a toujours des parties du fil qui subissent des torsions de directions oppossées.

Dans la première des hypothèses que nous venons de faire, savoir: $A > B > C$ et $Bh - l^2 > 0$, les valeurs limites que p peut atteindre sont: $p' = \pm\sqrt{\frac{l^2 - Ch}{A(A-C)}}$; celles de q sont: $q' = \pm\sqrt{\frac{l^2 - Ch}{B(B-C)}}$. On trouve, comme Jacobi l'a fait voir dans le Mémoire cité, la correspondance suivante entre les valeurs de p et de q:

$$\begin{array}{ccccc} -q' & 0 & +q' & 0 & -q' \\ 0 & -p' & 0 & +p' & 0. \end{array}$$

En avançant le long du fil, on retrouvera périodiquement, aux mêmes distances, les mêmes valeurs de p, q et r. De l'équation (27), savoir $dq = \frac{(C-A)pr}{B}\,ds$, on déduit pour cette distance:

$$S = \frac{B}{C-A}\int_{q'}^{-q'} \frac{dq}{pr}$$

Nous ne poursuivrons pas plus loin ce développement; il suffit de renvoyer au Mémoire de Jacobi.

Si, d'après ce qui précède, les recherches concernant le problème de la rotation d'un corps autour d'un point fixe jettent une vive lumière sur le problème de la déformation d'un fil élastique, les résultats de ces recherches ne donnent pourtant pas la solution complète de la question actuelle; il reste, en effet, à effectuer une intégration, pour déterminer la ligne suivant laquelle l'axe du fil est fléchi. On sait que, dans le Mémoire de Jacobi, les cosinus des angles compris entre les axes d'inertie du corps et les axes des ξ, η et ζ sont exprimés en fonctions elliptiques. Ils peuvent être développés en séries périodiques, et à l'aide de celles-ci l'intégration s'exécute aisément.

Si l'on introduit encore un système d'axes rectangulaires ξ', η', ζ' occupant une position fixe dans l'espace, et qu'on ait les relations

$$\begin{aligned} \xi' - \xi'_0 &= \alpha x + \alpha_1 y + \alpha_2 z \\ \eta' - \eta'_0 &= \beta x + \beta_1 y + \beta_2 z \\ \zeta' - \zeta'_0 &= \gamma x + \gamma_1 y + \gamma_2 z, \end{aligned}$$

il vient:

$$\frac{\partial \xi'}{\partial s} = \alpha_2, \qquad \frac{\partial \eta'}{\partial s} = \beta_2, \qquad \frac{\partial \zeta'}{\partial s} = \gamma_2.$$

En intégrant ces expressions, on trouve ξ', η' et ζ' comme fonctions de s, ce qui détermine la forme du fil. Il est vrai que les quantités α_2 et β_2 ne sont pas données par Jacobi directement en fonction du temps, — donc ici en fonction de s, — vu qu'il considérait, comme nous l'avons dit, les axes mobiles ξ et η; mais ces quantités sont faciles à déduire de son calcul. Dans la solution de Jacobi, on supposait $A > B > C$ et $Bh - l^2 > 0$. Lorsqu'on a $Bh - l^2 < 0$, cette même solution convient pour l'hypothèse $A < B < C$. Si donc la résistance à la torsion est la plus faible, on doit, dans ce cas, prendre l'axe des x pour axe du fil. La forme du fil est alors déterminée au moyen des équations:

$$\frac{\partial \xi'}{\partial s} = \alpha, \quad \frac{\partial \eta'}{\partial s} = \beta, \quad \frac{\partial \zeta'}{\partial s} = \gamma.$$

Quand, enfin, la valeur de C est comprise entre celles de A et de B, la même solution est encore applicable, pourvu qu'on considère l'axe des y comme axe du fil. On a alors à intégrer:

$$\frac{\partial \xi'}{\partial s} = \alpha_1, \quad \frac{\partial \eta'}{\partial s} = \beta_1, \quad \frac{\partial \zeta'}{\partial s} = \gamma_1.$$

Pour pouvoir calculer, en toutes circonstances, la forme que l'axe du fil prend sous l'action d'un couple appliqué à sa base, on a donc besoin des neuf coefficients de direction. J'omets ici l'exécution de l'intégration, dont les résultats sont très compliqués; on trouvera dans le Mémoire de Jacobi tous les développements en séries nécessaires, et l'intégration de ces séries n'offre pas de difficultés.

M. Kirchhoff a aussi établi les équations de l'équilibre pour le cas où, en même temps qu'un couple, une force agit sur la base du fil. Ces équations sont analogues aux équations du mouvement d'un corps, soumis à l'action de la pesanteur, autour d'un point fixe, et elles se laissent intégrer, comme il résulte des considérations exposées ci-dessus, lorsque l'axe du fil est perpendiculaire à un plan de symétrie et que la section du fil est circulaire. M. Darboux [1]) a fait voir que le mouvement d'un corps de révolution, autour d'un point de son axe, quand on tient compte de son poids, peut être déduit du mouvement relatif, autour d'un point fixe, de deux corps sur lesquels n'agissent pas de forces. Ainsi, la déformation d'un fil, sur la base duquel sont appliqués une force et un couple, pourra également être ramenée à la déformation relative de deux fils sur les bases desquels n'agissent que des couples, — exactement de la même manière que la réduction s'effectue dans le problème dynamique.

[1]) *Comptes rendus*, 1885, p. 1558.

SUR LA
FORMULE DE MAXWELL POUR LA DISPERSION ÉLECTROMAGNÉTIQUE DES PLANS DE POLARISATION,

PAR

W. C. L. VAN SCHAIK.

La théorie de Maxwell a conduit, pour la rotation magnétique du plan de polarisation, à une formule par laquelle la *dispersion* due à ce phénomène est déterminée d'une manière qui dépend seulement de l'indice de réfraction et de la longueur d'onde, mais non de quelque constante caractérisant la rotation d'une substance particulière [1]. Malgré cette simplicité, la formule a été reconnue capable de représenter d'une façon tout à fait satisfaisante la dispersion observée dans le sulfure de carbone: pour la créosote, toutefois, elle a donné des différences trop fortes.

M. H. Becquerel et M. Lommel ont proposé une formule de la forme

$$\varrho = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4},$$

où ϱ désigne la rotation, tandis que a et b sont des quantités qui, pour la vérification de cette formule, doivent être calculées au moyen des observations du phénomène lui-même: contrairement à celle de Maxwell, la formule en question possède, aussi en ce qui concerne la dispersion, deux constantes, qui caractérisent la substance.

---

[1]) Cela lui est commun, d'ailleurs, avec la formule de C. Neumann, qui a éte trouvée insuffisante.

Or, cette formule satisfait assez bien aux observations, et comme elle a été assise par M. Lommel sur une théorie convenablement développée, on est tenté de préférer cette théorie à celle de Maxwell, à la forme de laquelle il semble, en effet, manquer quelque chose [1]).

D'un autre côté, il y a des circonstances qui nous font pencher vers la théorie de Maxwell. D'abord, nous voyons le principal auteur de la théorie électromagnétique de la lumière, pendant tout le temps qu'il mit à édifier celle-ci, rester fidèle à sa théorie concernant la rotation du plan de polarisation, laquelle conduit effectivement, sous ses deux formes, à la même formule finale. Ensuite, à moins de reconnaître la justesse de la théorie, on devrait s'étonner qu'une formule de forme particulière, qui, par rapport à la *dispersion*, ne contient pas une seule constante caractérisant la rotation, fournit, au moins pour *une* substance, des résultats si complètement satisfaisants. Enfin, on peut remarquer que M. Rowland est également arrivé à cette même formule.

D'après cela, ne serait-il pas permis de supposer que, dans la théorie de Maxwell aussi, il y a quelque chose donnant lieu à une formule avec constantes, de sorte qu'elle pourrait être comparée, à un point de vue empirique, avec celle de M. Lommel?

Telle est la question que nous nous proposons d'examiner.

L'extension de la formule devra vraisemblablement être déduite de la partie du raisonnement par laquelle la théorie de Maxwell se distingue particulièrement.

Le caractère principal de cette théorie réside dans les composantes magnétiques périodiques, perpendiculaires au rayon lumineux dans un champ magnétique dont les lignes de force sont parallèles à ce rayon. C'est ce que Maxwell exprime en disant que le mouvement lumineux occasionne une perturbation du mouvement tourbillonnaire ou *vortex* (qui représente

[1]) Nonobstant la remarque faite par Maxwell à la fin de l'art. 830 de son *Treatise on Electr. and Magn.*, Vol. II.

ici le magnétisme), laquelle perturbation modifie à son tour le mouvement lumineux lui-même [1]). La preuve, que Maxwell a réellement en vue des forces magnétiques transversales, ressort de chacune des deux formes de la théorie.

Dans le *Philosophical Magazine* (vol. 23, 1862), par exemple, les équations du mouvement lumineux sous l'influence magnétique reçoivent la forme

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = k_1 \frac{d^2\zeta}{dz^2} + c \frac{d}{dz}\frac{d\beta}{dt}$$
$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = k_2 \frac{d^2\eta}{dz^2} - c \frac{d}{dz}\frac{d\alpha}{dt},$$

où z est la direction dans laquelle la lumière se propage, et où k_1, k_2, c désignent certaines constantes. Les composantes de la force magnétique, suivant les trois directions principales, sont proportionnelles à α, β et γ.

De ces équations, qui renferment les composantes α et β, se déduisent ensuite les formules connues

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = k_1 \frac{d^2\xi}{dz^2} + c\gamma \frac{d^3\eta}{dz^2 dt}$$
$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = k^2 \frac{d^2\eta}{dz^2} - c\gamma \frac{d^3\xi}{dz^2 dt},$$

où $c\gamma$ est proportionnel à la force magnétique dirigée suivant l'axe des z.

Il me semble que les composantes magnétiques, qui d'après la théorie de Maxwell sont propres au mouvement lumineux, ne peuvent développer les quantités $d\alpha$ et $d\beta$ en l'absence d'une force magnétique donnée, puisque le plan de polarisation devrait alors éprouver aussi une rotation en dehors du champ magnétique.

On pourrait se représenter la chose en supposant que les tourbillons (*vortices*) qui donnent lieu à la composante magnétique γ, et dont les axes sont dirigés suivant l'axe des z,

[1]) *Treatise on Electr. and Magn.*, edit. 1873, II, p. 409.

[1]) *Treatise on E. and Magn.*, art. 709, etc.

basculent, par suite du mouvement lumineux, autour de lignes parallèles au plan des xy, de sorte que cette rotation introduirait des composantes proportionnelles à α et à β.

Le changement que le mouvement lumineux détermine dans les tourbillons est simplement indiqué par Maxwell, en ces termes: „le déplacement du milieu, pendant la propagation de la lumière produira une perturbation des tourbillons." Mais il ne précise rien quant à la manière dont cette perturbation a lieu.

Le trait caractéristique de la théorie de Maxwell ne consiste pas uniquement dans l'hypothèse des tourbillons. Ceux-ci n'y figurent que comme le modèle spécial des courants circulaires que toute théorie mécanique, celle de Neumann aussi bien que celle de Lommel, suppose dans le milieu. La necéssité de l'existence de semblables mouvements a du reste été démontrée par M. W. Thomson (*Phil. Mag.* 1857) et par Maxwell (*Treat.*, Vol. II, p. 407). Ce qui est exclusivement propre à la théorie de Maxwell, ce sont, comme nous l'avons dit, les forces magnétiques transversales et les changements qu'elles subissent.

Considérons maintenant un phénomène qui a une importance particulière pour le développement ultérieur de la théorie.

Les observations de M. H. Becquerel ont attiré l'attention sur la circonstance que, pour la dispersion électromagnétique négative (au moins dans $Ti\,Cl_4$), c'est surtout la réciproque de la quatrième puissance de la longueur d'onde qui constitue un facteur essentiel, tandis que pour la dispersion positive (la plus fréquente), ce rôle appartient à la réciproque de la seconde puissance.

Les deux phénomènes s'accomplissent donc, au fond, suivant une règle différente. Cela conduit à penser qu'ils doivent être attribuées à des causes différentes, en ce sens, que ce qui produit en particulier la rotation électromagnétique serait, dans la rotation positive, d'une autre nature que dans la rotation négative.

Si l'on explique la rotation magnétique positive par certains courants circulaires dans le champ magnétique, tels que doit toujours en admettre n'importe quelle théorie, il est naturel d'attribuer la rotation négative, comme l'a fait Carl Neumann [1]), à des courants circulaires de sens inverse.

Mais d'après Weber [2]), et en corrélation avec la théorie d'Ampère, on explique déjà les phénomènes diamagnétiques par des courants de sens opposé aux courants d'Ampère; il en résulte la présomption que les matières diamagnétiques font tourner le plan de polarisation, sous l'influence du magnétisme, en un sens opposé à celui dans lequel cette rotation est déterminée par les substances magnétiques.

L'expérience montre, en effet, que presque toutes les matières diamagnétiques impriment au plan de polarisation une rotation électromagnétique positive, et presque toutes les matières fortement magnétiques une rotation négative. Toutefois, il y a aussi un très petit nombre de substances diamagnétiques qui font tourner le plan de polarisation dans le sens négatif, et quelques rares substances magnétiques qui produisent une rotation positive.

Cette circonstance nous porte à croire que les deux sortes de mouvements circulaires doivent toujours être représentés, l'un et l'autre, dans toute matière qui se trouve sous l'influence magnétique. C'est ce que Maxwell avait déjà reconnu et exposé en détail dans son Mémoire du *Phil. Mag.* 1861 et 1862, auquel il renvoie dans son Traité (vol. II, art. 831).

Nous admettons donc que la rotation du plan de polarisation peut être considérée comme la résultante d'un phénomène positif et d'un phénomène négatif. Il pourra en être de même

---

1) *Die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes*, Halle, 1863.

2) Avant Weber, Faraday avait déjà énoncé une pareille opinion (*Exp. Res*, *Ser.* XXI 2430).

pour l'attraction et la répulsion magnétique et diamagnétique; mais, ces forces n'étant pas la conséquence de la même action des courants circulaires qui donne lieu à la rotation du plan de polarisation, on ne saurait conclure, du paramagnétisme ou diamagnétisme d'une substance, au signe de la rotation électromagnétique.

Les courants induits, qui d'après Weber sont la cause du diamagnétisme, seront supposés produire la rotation positive du plan de polarisation, laquelle sera alors dans presque toutes les matières diamagnétiques plus grande que la rotation négative, supposée produite par les courants circulaires d'Ampère; pour la plupart de ces matières diamagnétiques, le résultat est donc: une rotation positive. Ce sera le contraire pour la plupart des substances magnétiques et pour un très petit nombre de substances diamagnétiques, qui présentent une rotation négative.

Comme nous l'avons dit plus haut, les observations rendent probable qu'entre les deux sortes de courants il existe une certaine différence de nature, puisque la dispersion positive suit une autre règle que la dispersion négative. Il y aura même, toujours, quelque différence entre les tourbillons dans les divers milieux qu'on soumet à l'influence magnétique.

Or, selon Maxwell, les mouvements en question sont troublés par la lumière. Cette perturbation variera pour les tourbillons de milieux différents, aussi bien que pour les différentes parties ou couches d'un même tourbillon. Il faudra par exemple, dans tel ou tel cas, un temps différent pour que la perturbation produise tout son effet.

Nous allons donc essayer d'introduire, dans le terme magnétique des équations du mouvement lumineux, une valeur du temps très peu différente de celle qui entre dans les termes de Cauchy. Nous supposons, en outre, que cette petite différence du temps dépend essentiellement de la nature des tourbillons, et non de la longueur d'onde. A cette différence Δt, sera donc attribuée une valeur différente pour les divers

milieux, et par suite les quantités β et α pourront différer pour ces matières et être représentées en général par $\beta + \Delta\beta$ et $\alpha + \Delta\alpha$.

Dans les équations

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A\frac{d^2\xi}{dz^2} + m\frac{d}{dz}\frac{d\beta}{dt}$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = A\frac{d^2\eta}{dz^2} - m\frac{d}{dz}\frac{d\alpha}{dt}$$

du Mémoire inséré *Phil. Mag.* 1862, $\frac{d\beta}{dt}$ doit maintenant devenir $\frac{d(\beta+\Delta\beta)}{dt}$, où $\Delta\beta$ se laisse développer en:

$$\Delta\beta = \Delta t\frac{d\beta}{dt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^2\beta}{dt^2} + \ldots\ldots,$$

de sorte que

$$d\frac{\Delta\beta}{dt} = \Delta t\frac{d^2\beta}{dt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\beta}{dt^3} + \ldots\ldots$$

$\frac{d\beta}{dt}$ devient donc:

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{d\beta}{dt} + \Delta t\frac{d^2\beta}{dt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\beta}{dt^3} + \ldots\ldots$$

De l'équation

$$\delta\beta = \alpha\frac{d}{dx}\delta\eta + \beta\frac{d}{dy}\delta\eta + \gamma\frac{d}{dz}\delta\eta$$

du Mémoire cité, il suit:

$$\frac{d\beta}{dt} = \gamma\frac{d^2\eta}{dzdt},\quad \frac{d^2\beta}{dt^2} = \gamma\frac{d^3\eta}{dzdt^2},\quad \frac{d^3\beta}{dt^3} = \gamma\frac{d^4\gamma}{dzdt^3},$$

par conséquent, en négligeant les termes supérieurs du développement,

$$\frac{d\beta}{dt} = \gamma\frac{d^2\eta}{dzdt} + \Delta t\gamma\frac{d^3\eta}{dzdt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\gamma\frac{d^4\eta}{dzdt^3}$$

$$\frac{d}{dz}\frac{d\beta}{dt} = \gamma\left(\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + \Delta t\frac{d^4\eta}{dz^2dt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^5\eta}{dz^2dt^3}\right).$$

L'accélération devient donc

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A\frac{d^2\xi}{dz^2} + m\gamma\left(\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + \Delta t\frac{d^4\eta}{dz^2dt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^5\eta}{dz^2dt^3}\right).$$

C'est l'équation de Maxwell, plus une partie qui dépend de Δt. Le terme en $\frac{d^4\eta}{dz^2dt^2}$ peut tout d'abord être omis, comme indiquant une différentiation d'ordre pair par rapport au temps. On sait que de pareils termes n'exercent aucune espèce d'influence sur la rotation du plan de polarisation; Airy en avait déjà fait la remarque [1]). Nous admettons que la quantité Δt est très petite par rapport à la période; en la prenant comme différentielle, nous obtiendrons des équations intégrales qui seront d'autant plus exactes que la différence aura été supposée plus petite. Ainsi, les équations finales donneront les termes importants du phénomène. La différentielle en question reste d'ailleurs constante lors de l'intégration par rapport au temps, — appelons-la h.

En traitant de la même manière la quantité α, nous avons donc les deux équations:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A\frac{d^2\xi}{dz^2} + m\gamma\left(\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + \frac{h^2}{1.2}\frac{d^5\eta}{dz^2dt^3}\right)$$
$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = A\frac{d^2\eta}{dz^2} - m\gamma\left(\frac{d^3\xi}{dz^2dt} + \frac{h^2}{1.2}\frac{d^5\xi}{dz^2dt^3}\right).$$

Pour en déduire la dispersion des plans de polarisation, on peut suivre la méthode indiquée par Verdet pour l'intégration des équations d'Airy [2]). Cette méthode est indépendante de toute forme particulière de la théorie de la dispersion dioptrique, pourvu qu'entre l'indice de réfraction et la longueur d'onde il existe une relation qui satisfasse aux observations.

Les équations du mouvement lumineux sont, comme on sait, de la forme

---

1) *Phil. Magaz.*, 1846.

2) Verdet, *Notes et Mém.*, p. 258; et *Ann. de Chim. et de Phys.*, sér. 3, T. 69.

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \Phi\xi$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = \Phi\eta$$

où $\Phi\xi$ et $\Phi\eta$ désignent des fonctions linéaires des dérivées paires de ξ et η par rapport à z. Dans les deux équations, ces fonctions sont, en outre, de la même forme. D'après Cauchy, on a par exemple:

$$\Phi\,\xi = A\,.\,\frac{d^2\xi}{dz^2} + B\,.\,\frac{d^4\xi}{dz^4} + \ldots.$$

Si l'on ne tient aucun compte de la dispersion dioptrique, on a

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A.\,\frac{d^2\xi}{dz^2}$$

où A est le carré de la vitesse de propagation.

En faisant usage de la notation de Cauchy, on peut donner aux équations la forme:

$$D^2{}_t\xi = \varphi\,(D_z)\,\xi$$
$$D^2{}_t\eta = \varphi\,(D_z)\,\eta\,,$$

où φ est le signe d'une fonction entière et paire.

A ces équations il est satisfait par les formes:

$$\xi = a\,cos\,(kz - st + \theta)$$
$$\eta = b\,cos\,(kz - st + \chi)$$
$$\text{où } s^2 = \varphi\,(k^2.)$$

Les constantes k et s ont ici, conformément aux exigences du problème physique, les valeurs:

$$k = \frac{2\,\pi}{l} \qquad s = \frac{2\,\pi}{T}\,,$$

l désignant la longueur d'onde dans la matière déterminée et T la durée de vibration. Alors, en effet, nous avons pour ξ, comme on sait:

$$\xi = a\,cos\left(\frac{2\,\pi\,z}{l} - \frac{2\,\pi t}{T} + \theta.\right)$$

Dans le cas le plus simple, on a par exemple:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A.\frac{d^2\xi}{dz^2} \text{ et } \frac{d^2\eta}{dt^2} = A.\frac{d^2\eta}{dz^2},$$

tandis que la vitesse de propagation est égale à:

$$\sqrt{A} = \frac{l}{T}, \text{ c'est-à-dire } \frac{2\pi}{T} : \frac{2\pi}{l} = \frac{s}{k}$$

ou

$$s^2 = A \,.\, k^2,$$

de sorte qu'il est satisfait à la condition générale: $s^2 = \varphi\,(k^2)$.

Si maintenant la lumière se trouve sous une influence magnétique constante, on doit, selon Airy, ajouter à l'équation pour ξ une fonction linéaire des dérivées de η par rapport à z et t, fonction d'ordre pair par rapport à z et d'ordre impair par rapport à t; de même, à l'équation pour η, on doit ajouter une fonction, du même genre, des dérivées de ξ.

On obtient ainsi, pour le phénomène magnético-optique, le système suivant:

$$D^2{}_t\,\xi = \varphi\,(D_z)\,\xi + m \,.\, \psi\,(D_t, D_z)\,\eta$$
$$D^2{}_t\,\eta = \varphi\,(D_z)\,\eta - m \,.\, \psi\,(D_t, D_z)\,\xi,$$

où m est proportionnel à la composante magnétique parallèle à l'axe des z, c'est-à-dire à la direction du rayon lumineux, et où ψ est le signe d'une fonction entière, paire par rapport à D_z, impaire par rapport à D_t.

Les solutions simples de ce système auxquelles nous nous bornons, représenteront deux ondes planes à mouvements circulaires, définies par les équations

$$\xi = a.\cos\,(k'z - st + \theta)$$
$$\eta = a.\sin\,(k'z - st + \theta)$$

et

$$\xi = a.\cos\,(k''z - st + \theta)$$
$$\eta = -\,a.\sin.\,(k''z - st + \theta),$$

où, en accord avec les équations différentielles, on a

$$s^2 = \varphi\,(k'^2) - m.\,\psi\,(s, k'^2)$$

et $$s^2 = \varphi(k''^2) + m.\psi(s, k''^2),$$
tandis que
$$s = \frac{2\pi}{T} \qquad k' = \frac{2\pi}{l'} \qquad k'' = \frac{2\pi}{l''};$$
l' et l'' étant les longueurs des ondes pour les deux rayons polarisés circulairement en sens opposé dans la matière transparente, et k' et k'' représentant, par conséquent, les valeurs de k modifiées par l'influence magnétique.

Le coefficient de la rotation, c'est-à-dire la différence de position du plan de polarisation pour chaque „particule d'éther" par rapport à la précédente, est très petit, de sorte que la rotation ne devient sensible qu'en raison du nombre excessif des „particules d'éther" placées à la suite les unes des autres.

Puisque m est donc très petit, on peut poser $k' = k + \Delta k$ et omettre, dans le développement, les puissances supérieures de Δk.

De cette manière, le phénomène magnético-optique de la rotation est considéré comme la résultante du phénomène optique ordinaire, caractérisé par l'équation $s^2 = \varphi(k^2)$, (voir ci-dessus), et d'un phénomène *accessoire*, qui se manifeste sous l'action des forces magnétiques, et qui donne lieu à la quantité Δk. Après avoir substitué $k' = k + \Delta k$ dans l'équation
$$s^2 = Q(k'^2) - m.\psi(s, k'^2),$$
on développe celle-ci suivant la série de Taylor, puis on en retranche l'équation $s^2 = \varphi(k^2)$; on opère de même, avec $k'' = k - \Delta k$, sur l'autre équation, correspondante à la première [1]).

Ou obtient ainsi:
$$\Delta k = \frac{m.\psi(s, k^2)}{2k\varphi'(k^2)}.$$

A cette quantité doit évidemment être proportionnelle la rotation électromagnétique (ϱ). D'abord, en effet, on a

[1]) L'un des rayons circulaires est accéléré, l'autre retardé, raison pour laquelle, si $k' = k + \Delta k$, on a par contre $k'' = k - \Delta k$.

$$\Delta k = \frac{(k + \Delta k) - (k - \Delta k)}{2} = \frac{k' - k''}{2},$$

et puisque

$$k = \frac{2\pi}{l} = \frac{2\pi n}{\lambda},$$

si n représente l'indice de réfraction et λ la longueur d'onde dans le vide, il s'ensuit aussi

$$k' = \frac{2\pi n'}{\lambda}, \qquad k'' = \frac{2\pi n''}{\lambda},$$

donc

$$\Delta k = \frac{\pi (n' - n'')}{\lambda}.$$

On voit que Δk est proportionnel à la différence des indices, par conséquent à la *différence de vitesse* des deux rayons circulaires opposés, laquelle différence détermine en même temps la mesure de la rotation du plan de polarisation; en d'autres termes, la rotation est proportionnelle à Δk; à raison de l'expression trouvée plus haut, cette rotation est donc:

$$\varrho = C. \frac{m.\psi(s, k^2)}{k\varphi'(k^2)}.$$

Le dénominateur peut être calculé lorsque n est connu en fonction de λ, à l'aide d'une nombre suffisant d'observations.

Appelant V la vitesse de propagation dans le vide, nous substituons maintenant les expressions:

$$s = \frac{2\pi}{T} \text{ ou } \frac{2\pi V}{\lambda} \quad \text{et} \quad k = \frac{2\pi}{l} \text{ ou } \frac{2\pi n}{\lambda}$$

dans l'équation $s^2 = \varphi(k^2)$. Il en resulte

$$\frac{4\pi^2 V^2}{\lambda^2} = \varphi\left(\frac{4\pi^2 n^2}{\lambda^2}\right),$$

d'où, par différentiation,

$$-\frac{8\pi^2 V^2 d\lambda}{\lambda^3} = 8\pi^2 \varphi'(k^2)\left(\frac{n dn}{\lambda^2} - \frac{n^2 d\lambda}{\lambda^3}\right)$$

et par conséquent:

$$\frac{1}{\varphi'(k^2)} = \frac{1}{V^2}\left(n^2 - \lambda n \frac{dn}{d\lambda}\right).$$

Cette valeur étant introduite, en même temps que celle de k, dans l'expression obtenue en dernier lieu pour la rotation ϱ, on a:

$$\varrho = Cm \frac{\lambda}{2\pi V^2}\left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right).\psi(s, k^2).$$

C'est là une équation générale pour la dispersion électromagnétique.

Dans le cas qui nous occupe, la fonction ψ, qui entre dans les équations du mouvement lumineux soumis à l'influence magnétique, est de la forme

$$\psi(D_t, D_z)\eta = \gamma\left(\frac{d^3\eta}{dz^2 dt} + \frac{h^2}{2}\cdot\frac{d^5\eta}{dz^2 dt^3}\right)$$

$$\psi(D_t, D_z)\xi = \gamma\left(\frac{d^3\xi}{dz^2 dt} + \frac{h^2}{2}\cdot\frac{d^5\xi}{dz^2 dt^3}\right)$$

ainsi qu'il résulte des équations obtenues ci-dessus, qui contiennent les dérivées du cinquième ordre.

On a donc, dans ce cas,

$$\psi(s, k^2) = \gamma\left(s k^2 + \frac{h^2}{2} s^3 k^2\right)$$

d'après la discussion donnée des équations du mouvement.

Mais

$$s = \frac{2\pi V}{\lambda}, \qquad k = \frac{2\pi n}{\lambda},$$

et par conséquent,

$$\psi(s, k^2) = \gamma\left(\frac{c' n^2}{\lambda^3} + \frac{h^2 c'' n^2}{\lambda^5}\right),$$

où $c' = 8\pi^3 V$ et $c'' = 16\pi^5 V^3$, de sorte que, même pour h passablement petit, il y a à tenir compte du terme en λ^5.

On trouve donc pour la rotation

$$\varrho = m\gamma n^2\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right)\left(\frac{c_1}{\lambda^2} + \frac{c_2}{\lambda^4}\right)$$

où c_1 et c_2 dépendent de la nature de la matière.

Comme on le voit, cette formule ne diffère de celle de Maxwell qu'en ce qu'il y entre encore un terme en $\frac{1}{\lambda^4}$.

Avant de contrôler cette formule par l'observation, nous chercherons à donner la même extension au calcul que Maxwell a présenté dans son Traité d'électricité et de magnétisme, Vol. II, art. 822 et suiv.

En rapport avec l'hypothèse faite plus haut, posons $\alpha = \alpha + \Delta\alpha$, $\beta = \beta + \Delta\beta$, $\gamma = \gamma + \Delta\gamma$ dans l'équation de l'énergie cinétique, et développons ces quantités de la même manière que ci-dessus. On obtient ainsi pour l'intégrale triple, qui caractérise le phénomène optico-magnétique,

$$C\iiint \dot{\xi}\left(\frac{d\gamma}{dy} + \Delta t\frac{d^2\gamma}{dydt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\gamma}{dydt^2} - \frac{d\beta}{dz} - \Delta t\frac{d^2\beta}{dzdt} - \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\beta}{dzdt^2}\right)dxdydz +$$
$$+ C\iiint \dot{\eta}\left(\frac{d\alpha}{dz} + \Delta t\frac{d^2\alpha}{dzdt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\alpha}{dzdt^2} - \frac{d\gamma}{dx} - \Delta t\frac{d^2\gamma}{dxdt} - \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\gamma}{dxdt^2}\right)dxdydz +$$
$$+ C\iiint \dot{\zeta}\left(\frac{d\beta}{dx} + \Delta t\frac{d^2\beta}{dxdt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\beta}{dxdt^2} - \frac{d\alpha}{dy} - \Delta t\frac{d^2\alpha}{dydt} - \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\alpha}{dydt^2}\right)dxdydz.$$

En vertu de la loi de Helmholtz pour les mouvements tourbillonnaires, on trouve, par exemple, en différentiant:

$$\frac{d\gamma'}{dy} = \frac{d\gamma}{dy} + \alpha\frac{d^2\zeta}{dxdy} + \beta\frac{d^2\zeta}{dy^2} + \gamma\frac{d^2\zeta}{dydz}$$
$$\frac{d^2\gamma'}{dydt} = \frac{d^2\gamma}{dydt} + \alpha\frac{d^3\zeta}{dxdydt} + \beta\frac{d^3\zeta}{dy^2dt} + \gamma\frac{d^2\zeta}{dydzdt}$$

etc., valeurs qui doivent être introduites dans l'intégrale ci-dessus. Comme, pour des ondes planes, perpendiculaires à l'axe des z, les déplacements ne sont fonction que de z et t, on a:

$$\alpha\frac{d}{dx} + \beta\frac{d}{dy} + \gamma\frac{d}{dz} = \gamma\frac{d}{dz}$$

et l'expression sous le signe d'intégration devient

$$C\gamma\left\{\dot{\eta}\left(\frac{d^2\xi}{dz^2} + \Delta t\frac{d^3\xi}{dz^2dt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^4\xi}{dz^2dt^2}\right) - \dot{\xi}\left(\frac{d^2\eta}{dz^2} + \Delta t\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^4\eta}{dz^2dt^2}\right)\right\}$$

L'énergie cinétique (T) par unité de volume est donc la somme de cette expression plus $\frac{1}{2}\,q(\dot{\xi}^2+\dot{\eta}^2+\dot{\zeta}^2)$, où q désigne la densité du milieu:

Par conséquent:

$$\frac{dT}{d\dot{\xi}} = q\,\dot{\xi} - C\gamma\left(\frac{d^2\eta}{dz^2} + \Delta t\,\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\,\frac{d^4\eta}{dz^2dt^2}\right)$$

$$\frac{dT}{d\dot{\eta}} = q\,\dot{\eta} + C\gamma\left(\frac{d^2\xi}{dz^2} + \Delta t\,\frac{d^3\xi}{dz^2dt} + \frac{\Delta t}{1.2}\,\frac{d^4\xi}{dz^2dt^2}\right).$$

Les équations de la seconde forme, de Lagrange, donnent donc pour les forces:

$$X = q\,\frac{d^2\xi}{dt^2} - C\gamma\left(\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + \Delta t\,\frac{d^4\eta}{dz^2dt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\,\frac{d^5\eta}{dz^2dt^3}\right)$$

$$Y = q\,\frac{d^2\eta}{dt^2} + C\gamma\left(\frac{d^3\xi}{dz^2dt} + \Delta t\,\frac{d^4\xi}{dz^2dt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\,\frac{d^5\xi}{dz^2dt^3}\right)$$

Ce sont les formes de Maxwell, augmentées d'une partie qui dépend de Δt. Désignant de nouveau cette différence par h, et omettant les termes du quatrième ordre, qui sont sans influence sur le phénomène de la rotation, on trouve pour les accélérations:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \Phi\xi + \gamma\left(a'\,\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + a''h^2\,\frac{d^5\eta}{dz^2dt^2}\right)$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = \Phi\eta - \gamma\left(a'\,\frac{d^3\xi}{dz^2dt} + a''h^2\,\frac{d^5\xi}{dz^2dt^3}\right)$$

où a' et a'' représentent certaines constantes, et $\Phi\xi$ et $\Phi\eta$ les termes de Cauchy. Ces équations sont de la même forme que celles obtenues plus haut, p. 413. Elles conduisent donc aussi à la même formule pour la dispersion électromagnétique, savoir:

$$\varrho = m\gamma n^2\left(n - \lambda\,\frac{dn}{d\lambda}\right)\left(\frac{c_1}{\lambda^2} + \frac{c_2}{\lambda^4}\right),$$

où c_1 et c_2 dépendent de la matière.

Suivant l'hypothèse dont il a été question plus haut, la

forme que nous venons de trouver est celle qui correspond à la rotation électromagnétique négative; pour les courants circulaires dont l'action prédomine dans ce cas, il ne sera pas permis de négliger le second terme $\left(\text{en } \frac{1}{\lambda^4}\right)$, terme qui peut d'ailleurs, chez certaines substances, avoir aussi quelque signification pour la rotation positive.

Nous avons toutefois, ainsi qu'il a été dit, à considérer le phénomène rotatoire comme la résultante d'une rotation positive et d'une rotation négative; et il est impossible de décider à priori laquelle de ces deux composantes l'emportera. La rotation observée est alors de la forme

$$\varrho = C n^2 \left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right)\left\{\left(\frac{b_1}{\lambda^2} + \frac{b_2}{\lambda^4}\right) - \left(\frac{c_1}{\lambda^2} + \frac{c_2}{\lambda^4}\right)\right\}.$$

Si b_2, par exemple, est sans valeur notable, et que c_1 ne diffère guère de b_1, la rotation négative, que la matière offre alors, ne diffère pas beaucoup de

$$- C c_2 \frac{n^2}{\lambda^4}\left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right);$$

c'est là un cas qui se présente chez le tétrachlorure de titane, pour lequel, comme l'a fait voir M. Becquerel, $\frac{1}{\lambda^4}$ est un facteur essentiel.

En général, nous obtenons donc pour la formule de la rotation

$$\varrho = n^2 \left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right)\left(\frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4}\right),$$

où a et b sont certaines constantes, qui caractérisent la matière. Ces constantes seront déduites de la formule, au moyen des observations.

Nous allons maintenant comparer les résultats calculés suivant la formule qui vient d'être établie, avec les résultats des observations de Verdet sur le sulfure de carbone et la créosote

et de celles de H. Becquerel sur le chlorure de titane, ainsi qu'avec les résultats auxquels ont conduit mes propres recherches. Les constantes ont été d'éterminées au moyen de la méthode des moindres carrés.

Pour le calcul des binômes $\left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right)$ il a été fait usage des indices de réfraction donnés par la formule de Cauchy. Les longueurs d'onde étaient toujours exprimées en centmillièmes de millimètre; voici les valeurs que nous avons adoptées:

$$\lambda C = 65{,}63 \qquad \lambda F = 48{,}61$$
$$\lambda D = 58{,}93 \qquad \lambda G = 43{,}07$$
$$\lambda E = 52{,}70 \qquad \lambda H_1 = 39{,}67$$
$$\lambda b = 51{,}68 \qquad \lambda M = 37{,}29$$
$$\lambda N = 35{,}80.$$

Pour les observations de Verdet, toutefois, nous avons pris les nombres, un peu différents, qui ont servi de base à son calcul, suivant la formule de Cauchy, des indices de réfraction du sulfure de carbone et de la créosote; ces nombres se rapprochent plus des valeurs déterminées par Fraunhofer.

Le calcul des indices du tétrachlorure de titane, d'après les déterminations de M. H. Becquerel, a fourni les résultats contenus dans le tableau suivant, où l'on peut les comparer avec les résultats de l'observation:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

$A = 1{,}5674 \qquad \log B = 1{,}93345 \qquad \log C = 5{,}16140$

Raies	C	D	E	b	F	G
Observation	1,5948	1,6043	1,6171	„	1,6293	1,6557
Calcul	1,5951	1,6041	1,6175	1,6199	1,6297	1,6558
Différence	—...3	+...2	0	„	—...4	—...1.

Pour les indices du sulfure de carbone et de la créosote, Verdet donne les équations suivantes:

Sulfure de carbone.

$$n = 1{,}5818 + \frac{122{,}83}{\lambda^2} + \frac{81454}{\lambda^4}$$

Créosote.

$$n = 1{,}5174 + \frac{76{,}918}{\lambda^2} + \frac{28683}{\lambda^4}$$

Les indices du verre à glace de Dollond et de l'eau sont déterminés par les valeurs suivantes des constantes de la formule de Cauchy:

Verre à glace de Dollond.

$$A = 1{,}49885$$
$$\log B = 1{,}60446$$
$$\log C = 3{,}65378.$$

Eau.

$$A = 1{,}32410$$
$$\log B = 1{,}48658$$ [1])

Comparons maintenant d'abord, avec la formule développée plus haut, les observations de Verdet sur la rotation magnétique dans le sulfure de carbone et dans la créosote:

Sulfure de carbone.

$\log a = 2{,}76014$ $\log b = 4{,}42065$

	Observé.	Calculé.	Différence.
C	0,592	0,594	— 0,002
D	0,768	0,763	+ 0,005
E	1,000	1,000	0
F	1,234	1,232	+ 0,002
G	1,704	1,704	0

Créosote

$\log a = 2{,}77408$ $\log b = 5{,}50657$

	Observé.	Calculé.	Différence.
C	0,573	0,581	— 0,008
D	0,758	0,754	+ 0,004
E	1,000	1,000	0
F	1,241	1,239	+ 0,002
G	1,723	1,735	— 0,012

[1]) *Archiv. Néerland.* 1882.

On voit que les différences sont beaucoup moindres que les erreurs possibles de l'observation.

La dispersion magnétique dans le tétrachlorure de titane est exprimée, d'après les recherches de M. H. Becquerel, par les valeurs suivantes, la rotation pour le rayon *D* étant prise pour unité [1]):

C	*D*	*E*	*b*	*F*	*G*	*h*
0,637	1,000	1,590	1,730	2,271	4,328	5,450

L'erreur maximum de ces valeurs serait, suivant M. Becquerel:

pour	*C*	*D*	*E*	*b*	*F*	*G*	*h*
	0,009	0,006	0,016	0,018	0,018	0,030	0,300

Il nous semble difficile d'admettre que ces nombres représentent les erreurs maxima qui peuvent affecter les résultats obtenus. Cela ressort surtout de leur comparaison avec les nombres donnés par Verdet pour les valeurs possibles, quoique non probables, des erreurs. Pour les raies *F* et *G*, les erreurs peuvent même atteindre de 0,040 à 0,050; cela est encore plus possible avec le chlorure de titane, d'abord parce que chez lui la rotation relative de *F* et *G*, par rapport à celle de *E* par exemple, est plus grande que chez les substances, à rotation positive, examinées par Verdet; en second lieu, parce que la rotation absolue observée dans le chlorure de titane est beaucoup plus faible que celle observée dans le sulfure de carbone et la créosote; pour *E*, par exemple, la rotation double n'était que de 3°58′.

En ce qui concerne l'observation de la raie *h*, elle ne saurait, même d'après la valeur assignée à l'erreur maximum, être décisive pour le choix d'une formule de rotation, choix auquel M. H. Becquerel la fait servir La rotation observée pour *G* ne nous paraît pas non plus pouvoir être employée, en toute confiance, à l'usage en question. D'abord, M. Bec-

[1]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 1877, (12).

querel lui attribue une erreur maximum de 0,030, tandis que pour F il évalue cette erreur à 0,018, valeur qui, pour les raisons indiquées ci-dessus, est trop faible. Cela nous fait présumer que l'erreur maximum pour la raie G, dans ces mesures, peut facilement atteindre 0,060 à 0,80. En outre, cette présomption est plus ou moins confirmée par la circonstance que les rotations données pour G et h s'écartent évidemment un peu trop, comme il est facile de s'en assurer, de la courbe qui représente les observations, faites sur les autres raies. Les données relatives à G et à h sont certainement trop fortes. Aussi n'en avons-nous tenu aucun compte dans notre calcul. Moyennant cette exclusion, nous obtenons, pour la dispersion dans le chlorure de titane, le tableau suivant:

$log\ a = 1{,}91229$ $log\ b = 6{,}38926$

	Observé.	Calculé.	Différence.
C	0,637	0,645	— 0,008
D	1,000	1,000	0
E	1,590	1,603	— 0,013
b	1,730	1,745	— 0,015
F	2,271	2,286	— 0,015

Ici encore, la différence des deux valeurs, observée et calculée, est plus petite que l'erreur de l'observation. En général, du reste, les observations donnent plutôt un résultat un peu trop fort que trop faible, ce qui est le cas surtout pour les rayons voisins des limites visibles du spectre ou tombant dans ses parties obscures.

Les observations que nous avons faites sur la dispersion électromagnétique s'étendent aussi aux rayons ultra-violets. Voici la série à laquelle nous avons été conduit [1]):

Rotation électromagnétique dans le verre à glace de Dollond.

C	D	E	b	F	G	M	N
4°14′	5°18′	6°43′	6°59′	8°3′	10°34′	14°59′	16°30′
0,630	0,789	1,000	1,040	1,199	1,573	2,231	2,457

[1]) *Arch. néerl.*, 1882, p. 373.

Rotation électromagnétique dans l'eau.

C	*D*	*E*	*F*	*G*	*M*	*N*
„	4°9′	5°13′	6°13′	8°8′	11°20′	12°28′
0,630	0,795	1,000	1,192	1,559	2,172	2,389.

La comparaison de ces résultats avec ceux du calcul par la formule théorique est donnée dans le tableau suivant:

Eau.

$\log a = 3{,}05323$ $\log b = 5{,}00569$

	Observé.	Calculé.	Différence.
C	0,630	0,628	+ 0,002
D	0,795	0,788	+ 0,007
E	1,000	1,000	0
F	1,192	1,190	+ 0,002
G	1,559	1,551	+ 0,008
M	2,172	2,143	+ 0,029
N	2,389	2,354	+ 0,035

Verre à glace de Dollond.

$\log a = 2{,}87684$ $\log b = 5{,}00874$

	Observé.	Calculé.	Différence.
C	0,630	0,622	+ 0,008
D	0,789	0,784	+ 0,005
E	1,000	1,000	0
b	1,040	1,044	— 0,004
F	1,199	1,196	+ 0,003
G	1,573	1,573	0
M	2,231	2,206	+ 0,025
N	2,457	2,436	+ 0,021

On constate de nouveau que les écarts restent au-dessous des erreurs de l'observation. Il est à remarquer, toutefois, que ces écarts, notamment pour l'eau, sont constamment positifs; peut-être cela deviendrait-il moins sensible si l'on introduisait une troisième constante.

D'une manière générale, nous pouvons dire que la formule

modifiée de Maxwell embrasse convenablement les observations. Tel n'était pas le cas pour la formule dans sa forme ordinaire; laissée sans aucune extension, elle devrait être déclarée insuffisante. De sa nature, la théorie de M. Lommel peut disposer de quelques constantes [1]); mais aucune place n'était assignée à celles-ci dans la théorie de Maxwell. Je n'ai voulu donner ici qu'un essai, pour montrer comment l'extension de la formule de Maxwell serait peut-être réalisable. On sait d'ailleurs combien nous sommes encore éloignés de la connaissance exacte du mécanisme qui produit la rotation du plan de polarisation. Ce que l'on *sait* de la théorie du phénomène se borne essentiellement à des conditions mécaniques très générales, telles que je les ai indiquées antérieurement dans ces *Archives*, T. XVIII, p. 86, 90 et 92.

NOTE.

D'après M. H. Becquerel, le pouvoir rotatoire magnétique de différentes substances, pour des rayons de réfrangibilité égale, serait représenté par l'expression

---

1) La théorie de Carl Neumann paraît être dans le même cas. En 1863, alors que les observations de Verdet n'étaient pas encore connues, Neumann écrivait que, si éventuellement sa formule donnait avec l'observation des différences plus grandes que les erreurs expérimentales, on pourrait en rendre les résultats meilleurs en y tenant compte d'une seconde constante, relative à la dispersion dioptrique. Mais la discussion mathématique de la formule générale, par la méthode de Verdet, montre que ce moyen ne peut conduire à une différence quelque peu notable. En effet, la fonction φ, qui par sa forme particulière caractérise telle ou telle théorie particulière de la dispersion, est éliminée de la formule finale de la rotation lorsqu'on peut calculer avec une exactitude suffisante, à l'aide de l'observation des indices, le binôme $n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}$.

$$\varrho = C n^2 (n^2 - 1),$$

où n est l'indice de réfraction, et où C, c'est-à-dire le quotient $\frac{\varrho}{n^2(n^2-1)}$, serait pour toutes les substances une même quantité [1]).

On peut juger de cette formule par la seconde colonne du tableau suivant:

	Pouvoir rotatoire.	$\frac{\varrho}{n^2(n^2-1)}$	$\frac{\varrho}{n^3(n^2-1)}$
Eau	0,308	0,222	0,166
Acide sulfurique	0,247	0,116	0,081
Acide nitrique fumant	0,206	0,109	0,077
Sulfure de carbone	1,000	0,231	0,142
Tétrachlorure d'étain	1,035	0,359	0,238
Iodure de potassium en sol.	0,801	0,349	0,241
Brome	1,960	0,465	0,288
Spath fluor	0,234	0,108	0,075
Zigueline	14,060	0,241	0,085
Blende	5,295	0,204	0,086
Spinelle	0,496	0,087	0,057

Dans ce tableau, le pouvoir rotatoire du sulfure de carbone est pris pour unité. Les indices ont rapport à la raie D, sauf celui de la zigueline ($Cu_2 O$), matière rouge, d'un pouvoir rotatoire extrêmement énergique, et celui du brome; ces deux indices sont relatifs à la raie rouge du lithium.

On voit que l'expression $\frac{\varrho}{n^2(n^2-1)}$ diffère beaucoup pour les différentes substances. Le pouvoir rotatoire variant de 1 à 70 environ, la valeur du susdit quotient varie de 0,087 à 0,465.

Nous ignorons quelles considérations théoriques ont porté M. Becquerel à adopter le facteur $n^2(n^2-1)$. Si la raison empirique est seule consultée, on peut remarquer qu'une for-

---

([1] *Ann. de Chim. et de Phys.* 1877, (12). *Compt. Rend.*, 80.

mule de la forme $\varrho = C n^3(n^2 - 1)$ satisferait un peu mieux. Les résultats du calcul suivant cette formule sont réunis dans la troisième colonne du tableau ci-dessus. Les valeurs du quotient $\frac{\varrho}{n^3(n^2-1)}$ y varient de 0,057 à 0,288, et ne diffèrent relativement pas autant que les nombres de la seconde colonne. J'ai encore essayé, pour le calcul du pouvoir rotatoire, plusieurs autres expressions, savoir $C n^4 (n^2 - 1)$, $C n (n^2 - 1)$, $C n (n-1)$, $C n^2 (n-1)$, $C n^3 (n-1)$, $C n^4 (n-1)$; mais aucune d'elles ne satisfaisait aussi bien que $C n^3 (n^2 - 1)$.

Au reste, je n'entends nullement préconiser la formule $\varrho = C n^3 (n^2 - 1)$; elle est insuffisante, tout comme celle de M. Becquerel.

La formule ne vaut pas non plus pour les gaz, ainsi qu'il résulte des chiffres suivants:

	$\frac{\varrho}{n^2(n-1)}$
Oxygène	0,269
Air atmosphérique . . .	0,277
Azote	0,274
Acide carbonique	0,332
Protoxyde d'azote	0,381
Gaz oléfiant	0,590

Pour la *dispersion* électromagnétique, M. Becquerel propose la formule $C\frac{n^2(n^2-1)}{\lambda^2}$, ou bien $C\frac{n^2(n^2-1)}{\lambda^4}$, suivant que le pouvoir rotatoire de la substance est positif ou négatif.

Une comparaison de la première de ces formules avec celle de Maxwell, au moyen des observations relatives au sulfure de carbone et à la créosote, se trouve dans les *Ann. de Chim. et de Phys.*, 1877 (12), p. 79. Il en ressort que cette formule est *presque aussi bonne* que celle de Maxwell. Pour la créosote elle ne satisfait pas.

Dans ce cas encore, la nécessité ne se fait donc pas sentir d'adopter la formule proposée, d'autant plus qu'elle ne repose, autant que l'on sache, sur aucune base théorique.

Il est vrai que, dans les *Ann. de Chim. et de Phys.* de 1881, M. Becquerel fait remarquer que la première des deux expressions citées peut aussi s'écrire

$$C\frac{n^2-1}{\left(\frac{\lambda}{n}\right)^2},$$

où le numérateur représente l'entraînement relatif de l'éther, tandis que le dénominateur est le carré de la longueur d'onde dans la matière transparente; cette remarque se trouve reproduite, sous une forme un peu différente, dans les *Ann. de Chim. et de Phys.* de 1885. Mais les quantités en question ne sont reliées entre elles par aucune théorie mécanique clairement énoncée. Nous ne comprenons pas non plus quel serait alors le sens théorique de la formule qui, suivant M. Becquerel, exprime la dispersion négative, et dans laquelle entre la quatrième puissance de la longueur d'onde.

Il convient d'ailleurs d'y réfléchir à deux fois avant d'invoquer un „entraînement" que l'éther subirait, dans un rayon polarisé circulairement, par suite des mouvements giratoires qui peuvent avoir lieu dans le champ magnétique; on risque en effet, d'entrer en conflit avec les conditions mécaniques du problème.

Quelque théorie qu'on adopte pour la rotation du plan de polarisation, — soit qu'on ait en vue le phénomène magnétique, ou celui qui est produit par une substance „active", — toujours il faudra reconnaître ce théorème, que la direction des forces, qui dans ces cas modifient le mouvement lumineux, est nécessairement perpendiculaire à celle de ce mouvement lui-même.

De ce théorème connu, j'ai donné antérieurement une démonstration très simple [1]). Elle est fondée sur les propriétés

[1]) *Arch néerl.*, 1883, p. 86, 90, 98. — Dans cette démonstration il a été fait usage du parallélogramme des accélérations. Or, on sait que cette

générales du mouvement lumineux et sur ce fait admis que les deux rayons circulaires opposés, en lesquels se laisse dédoubler le rayon polarisé rectilignement, parcourent le milieu actif avec des vitesses différentes.

Pour expliquer le phénomène en question, on pourrait être tenté de supposer un „entraînement" direct (en rond) des molécules d'éther par le mouvement circulaire dans le champ magnétique. Mais, du théorème rappelé ci-dessus et de la démonstration qui en a été donnée, il résulte qu'une action de ce genre ne saurait guère être la cause du phénomène.

---

méthode de composition doit être modifiée pour le cas où le système mobile, auquel on compare le mouvement du point en question, a un mouvement de rotation (Théorème de Coriolis). Mais, dans le cas dont il s'agissait, on peut dire que le point (B) tourne avec une certaine vitesse angulaire autour d'un point d'un système mobile qui se meut *parallèlement à lui-même*, mais dont tous les points décrivent des cercles avec une vitesse égale et opposée à la susdite vitesse du point (B). De eette manière, on introduit un système mobile animé seulement d'un mouvement de translation. Or, en pareil cas, l'accélération „complémentaire" de Coriolis s'annule, de sorte que la méthode du parallélogramme est applicable et que la démonstration donnée reste parfaitement exacte. — Sur le théorème de Coriolis on peut voir, entre autres: Collignon, *Mécanique*, T. I, § 184, ou Ritter, *Analytische Mechanik* § 22, et pour la signification mécanique du théorème, la remarquable étude de M. Julius: *Beschouwingen over Grondslagen der Natuurk.*, Breda, 1880.

ROTTERDAM, 1886.

DE L'ÉTAT DES CADAVRES

APRÈS

L'EMPOISONNEMENT PAR L'ARSENIC;

PAR

T. ZAAIJER.

Vers le milieu du mois de décembre 1883, Maria Catharina Swanenburg, épouse de Johannes van der Linden, ouvrier de fabrique, fut arrêtée à Leiden, comme soupconnée d'avoir empoisonné trois de ses proches (père, mère et fils). L'instruction dévoila bientôt que ce n'était là que le dernier acte d'une longue suite d'empoissonnements, commis par cette même femme, au cours de plusieurs années.

La femme van der Linden fut condamnée par la cour de justice de la Haye, le 1er mai 1885, à la peine de la réclusion perpétuelle.

Des débats publics il ressortit:

que, probablement, la première tentative d'empoisonnement avait eu lieu en 1869, mais que le poison n'avait pas été pris par la personne à laquelle il était destiné;

que, probablement, le premier meurtre par empoisonnement avait été commis en octobre 1877;

que, probablement, en février 1879 l'accusée avait pour la première fois donné du poison à une personne qui était devenue malade à la suite de l'ingestion;

que, outre les 4 personnes de la mort desquelles l'accusée fut déclarée coupable (*voir* plus loin: Observations personnelles I, II, IV, VI), elle en avait probablement fait mourir par empoisonnement 19 autres, tandis que 36 personnes, étaient devenues malades par l'effet du poison qu'elle leur avait administrê; de ces 36 personnes, 5 ont été malades deux fois, 2 trois fois, 1 quatre fois et 1 six fois;

que, probablement, elle avait encore fait des tentatives d'empoisonnement chez 14 personnes (chez 1 d'elles deux fois, chez 1 autre trois fois); grâce à différentes circonstances, toutefois, le poison n'avait pas été absorbé par ces personnes.

L'autorité judiciaire m'avait chargé, conjointement avec le Dr. P. de Koning, prosecteur à notre amphithéâtre, de l'examen anatomique des cadavres de 16 des victimes présumées de la femme van der Linden. L'analyse chimique fut confiée au Dr. E. A. van der Burg, professeur de pharmacie et de toxicologie à l'université.

Me réservant de donner plus tard d'autres détails au sujet de cette remarquable histoire d'empoisonnement, j'ai communiqué à l'Académie des sciences d'Amsterdam, dans sa séance du 30 mai 1885, une partie des résultats auxquels nos recherches avaient conduit. Cette communication traitait surtout de l'influence que, d'après une opinion assez généralement répandue, l'arsenic, absorbé durant la vie, aurait sur la rapidité de la putréfaction cadavérique. Je m'étais, en effet, proposé de soumettre à une étude spéciale la question de savoir si l'on est fondé à admettre la momification dite arsénicale.

Le Mémoire que j'avais présenté à l'Académie a été publié sous le titre: „*De toestand der lijken na arsenicum-vergiftiging. Eene gerechtelijk-geneeskundige studie door* T. Zaaijer, Amsterdam, 1885." Ce sont les points essentiels de ce travail que je vais faire connaître.

Introduction.

Sous l'action de causes diverses, le cadavre subit des changements tout à fait différents. La modification ordinaire est la putréfaction dans ses différentes variétés. Le milieu qui entoure le cadavre exerce une très grande influence sur le phénomène. A l'eau revient un rôle prépondérant. En grandes quantités, elle peut, dans certaines circonstances, retarder la décomposition et conduire à la formation du gras des cadavres ou adipocire, qui résiste très longtemps à toute transformation ultérieure. Lorsque, au contraire, l'eau trouve difficilement accès au cadavre, celui-ci, dans des conditions favorables, se dessèche plus ou moins complètement, se momifie; il conserve alors en général sa forme, même celle des traits du visage. Quant au poids, il éprouve une diminution très forte, par suite de la perte plus ou moins complète de l'eau contenue en grande quantité dans le corps.

La momification (dessiccation) est ou bien naturelle, ou bien artificielle.

Dans la momification naturelle, le cadavre est abandonné à lui-même. Dans la momification artificielle, la dessiccation est préparée par des traitements spéciaux, de nature diverse, et elle se réalise ordinairement d'une manière plus parfaite.

La momification naturelle n'est nullement un accident rare, et elle a toujours, dès l'antiquité, excité un vif intérêt.

Dans quelques cimetières et quelques cryptes, les conditions sont extrêmement favorables à la momification des cadavres. On en trouve des exemples à Toulouse, Bordeaux, Bonn, Brême, Paris, Dunkerque et ailleurs. Même dans notre sol passablement humide, de semblables conditions peuvent se rencontrer. Un caveau avec cadavres momifiés se voit près de Wieuwerd (en Frise), un autre, que j'ai moi-même visité, à Voorburg (près de la Haye). L'existence de momies naturelles est donc un fait très général. Elles ont été trouvées sous toutes les zones et dans tous les climats.

La momification artificielle a été pratiquée dès les temps les plus reculés; on sait qu'elle atteignit son plus haut degré de perfection chez les anciens Egyptiens et chez les Guanches, indigènes des îles Canaries. Les peuples postérieurs, plus civilisés, eurent rarement recours à l'embaumement des cadavres: ils y employaient différentes matières, surtout des substances aromatiques et des résines, mais le plus souvent avec très peu de succès.

Dans la seconde moitié du 18ième siècle, la méthode d'injection des vaisseaux sanguins, dont Swammerdam et Ruysch avaient introduit l'usage en anatomie, fut aussi appliquée, par W. Hunter, à l'embaumement des cadavres. Plus tard on se servit, comme matière d'injection, du sublimé corrosif (Chaussier), du vinaigre de bois (Monge), du chlorure d'étain (Tauflieb), du chlorure de zinc (Sucquet, Richardson) et de sels d'alumine (Gannal).

Ritter proposa le premier de pousser dans les vaisseaux une solution aqueuse ou alcoolique d'acide arsénieux, et d'introduire ensuite différentes substances aromatiques dans les cavités du corps. Sa méthode toutefois ne fut pas mise en pratique; ce n'est qu'en 1835 que Giuseppe Tranchina publia son procédé d'embaumement, tenu secret jusqu'alors, et qui repose exclusivement sur l'action de l'arsenic. Deux livres d'acide arsénieux suffisent pour la conservation d'un cadavre.

Le pouvoir de retarder ou même d'empêcher la décomposition du corps a aussi été attribué à certains poisons introduits durant la vie. Comme tels, on cite l'alcool, le sublimé, l'acide sulfurique, le poison des boudins (Liebig, Schürmayer) et, avant tout, l'arsenic. Ce dernier déterminerait en beaucoup de cas la momification du cadavre des personnes empoisonnées par cette substance.

I. Historique.

Chez les anciens on ne trouve que de très rares indications concernant l'influence des poisons, en général, sur l'état des

cadavres. D'après Paulus Zacchias, la rapide décomposition du corps prouve que la mort a été causée par un poison interne; le cadavre de ceux qui ont été tués par un poison externe se putréfierait, au contraire, très lentement.

Il est remarquable que presque tous les auteurs du dernier siècle pensaient que l'arsenic, resté dans le corps après l'empoisonnement par cette matière, accélérait la putréfaction du cadavre.

Mais, au commencement du siècle actuel, un brusque revirement d'opinion se produisit, à la suite de la cause célèbre, jugée à Berlin, de la femme du Conseiller privé Ursinus.

J'ai à peine besoin de rappeler que les cadavres du mari et de la tante célibataire de la dame Ursinus furent examinés par Welper. Les deux cadavres (l'un avait été enterré à Berlin, l'autre à Charlottenburg) n'avaient pas subi la décomposition ordinaire, mais étaient bien conservés et présentaient l'aspect de momies; cet état fut mis sur le compte de l'arsenic pris par les victimes, bien que le poison n'eût pu être décelé dans les cadavres.

Rapprochée d'autres observations analogues, que Welper avait faites antérieurement, cette interprétation attira à un haut degré l'attention des médecins-légistes, et bientôt beaucoup d'entre eux crurent fermement à l'incorruptibilité des cadavres après l'empoisonnement par l'arsenic.

L'adhésion ne fut pourtant pas unanime. Metzger combattit par des arguments solides l'opinion de Welper. Celui-ci, invité à donner des détails plus circonstanciés sur les deux cas Ursinus, ne répondit pas à cet appel. C'est à tort, je m'en suis assuré, que beaucoup d'auteurs ont cru que Welper lui-même avait publié quelque chose sur les cas en question.

En attendant, Kelch s'était livré, de concert avec Metzger, à des expériences qui semblèrent confirmer l'opinion de Welper. Les recherches de Jäger, par contre, conduisirent à des conclusions tout opposées. D'autre part, sur le conseil de Welper,

des expériences furent exécutées par Klanck, et celles-ci s'accordèrent de nouveau, quant aux résultats, avec celles de Kelch.

Le dogme de la momification arsénicale trouva bientôt un précieux appui dans les observations de Bachmann (1812) sur trois cadavres de personnes qui avaient été empoisonnées, au moyen de l'arsenic, par Anna Margaretha Steinacker, veuve Zwanziger. Des traces de momification, bien qu'à des degrés très divers, furent constatées chez ces trois cadavres. Il est manifeste, toutefois, que l'esprit de Bachmann était entièrement sous l'empire des idées de Welper. Beaucoup d'auteurs plus récents, partisans de ces mêmes idées, n'ont pas manqué d'invoquer les résultats des recherches de Bachmann.

Les observations et les expériences postérieures donnèrent tantôt des résultats positifs (Hünefeld), tantôt des résultats négatifs (Hebréard, Wendt, Seemann, Jäger).

Cela fait regretter d'autant plus qu'on ait, à ma connaissance du moins, publié si peu de détails sur l'état des cadavres des nombreuses victimes de Margaretha Gottfried, née Timm, la célèbre empoisonneuse de Brême, décapitée en cette ville le 20 avril 1831 [1]). Au reste, si incomplètes que soient ces communications, elles paraissent autoriser la conclusion que l'examen des cadavres exhumés à Brême n'a pas confirmé les propriétés antiseptiques de l'arsenic.

Le nombre est faible de ceux qui ont nié, plus ou moins catégoriquement, l'influence de l'arsenic, à doses toxiques, sur la décomposition des cadavres. Je nommerai en première ligne Orfila (1831), qui étaya son opinion d'expériences, puis Graff (1831) et Gaulke (1863).

Jusqu'ici, l'accord n'existe donc pas sur ce point. On en trouvera la preuve surabondante dans mon Mémoire, où j'ai réuni une série de citations puisées aux sources les plus récentes.

---

[1]) L'histoire de la femme van der Linden ressemble sous beaucoup de rapports à celle de la criminelle de Brême.

En conséquence, l'occasion s'étant offerte d'examiner, plus ou moins longtemps après le décès, quelques cadavres contenant de l'arsenic et quelques autres exempts de ce poison, j'ai cru de mon devoir de communiquer les résultats de mes recherches, afin de contribuer à résoudre la question toujours pendante.

II. Observations étrangères.

Pour obtenir la réponse à la question agitée, il m'a paru opportun de consulter aussi des observations étrangères. Mes propres recherches ne sont pas assez nombreuses, bien que j'en regarde les résultats comme décisifs à maints égards.

J'ai donc rassemblé 60 observations d'autres auteurs Il eût été facile d'augmenter très notablement ce nombre, mais, pour l'objet que j'avais en vue, cela était inutile, et même superflu.

Dans 19 de ces cas, le cadavre fut examiné avant l'inhumation. Les 41 autres observations ont rapport à des cadavres enterrés depuis plus ou moins longtemps.

Dans tous les cadavres de la première catégorie on trouva de l'arsenic, même en grande quantité chez 4 d'entre eux. L'un de ces cas concernait une jeune fille de 17 ans, qui avait pris 10 grammes de mort-aux-rats et mourut au bout de 72 heures.

Entre le moment de la mort et celui de l'autopsie, il s'était écoulé un temps très variable (minimum $17\frac{1}{2}$ heures, maximum 4 jours).

La putréfaction des corps avait atteint des degrés très différents. Cette différence s'expliquait toutefois, presque sans exception, par la saison dans laquelle la mort avait eu lieu et par le temps écoulé depuis le décès.

On peut en conclure que *l'arsenic pris du vivant n'exerce pas d'influence sur la putréfaction du cadavre dans les premiers jours après la mort.*

Parlons maintenant des cadavres inhumés, au nombre de 41.

Dans 6 cas, il ne fut pas trouvé d'arsenic dans le cadavre. Malgré l'absence de preuve directe de l'empoisonnement arsénical, j'ai compris ces six cas dans ma liste. Deux d'entre eux sont tirés du procès Ursinus, dont l'intérêt historique ne permettait pas de les négliger; pour les autres, l'empoisonnement est suffisamment démontré par les circonstances concomitantes Dans 1 cas (crâne et différents restes d'os trouvés dans le cercueil après plus de vingt ans) les experts n'avaient pas été d'accord quant à la présence du poison. Dans tous les autres cadavres, l'existence de l'arsenic, en quantité plus ou moins grande, fut dûment constatée; 6 fois on le trouva en proportion considérable.

L'intervalle de temps le plus court, entre la mort et l'autopsie, fut de 7 jours (2 cas); la durée la plus longue, depuis le décès, s'élevait à 22 ans (le cas, bien connu, de Steinhäuser).

Deux fois, le cadavre ne montrait que de faibles signes de putréfaction. L'influence de la saison (l'inhumation avait eu lieu en hiver) sur la marche de la décomposition ne saurait être contestée pour ces deux cas.

Neuf fois, la putréfaction était déjà très avancée (après 3 mois, 15 jours, 8 jours, 7 mois, 13 jours, 9 jours, 4 semaines, 7 jours, 13 jours).

Dans 13 cas, les parties molles avaient complètement ou presque complètement disparu; dans 5 de ces cas, la durée du séjour en terre avait été de moins de 5 ans (3 ans et 3 mois, 3 ans et 9½ mois, 2 ans et 3 mois, 4 ans, 10 mois); dans les 8 autres cas, elle avait dépassé 6 ans (15 ans, 7 ans, 10 ans et 5 mois, 6½ ans, 8 ans, 22 ans, 14 ans, plus de 20 ans).

Les 17 cadavres restants offraient des signes plus ou moins distincts et plus ou moins complets de momification. Sur l'un d'eux, de légères traces de momification furent déjà observées au bout de 3 mois (temps minimum pour les cas en question). Chez un autre cadavre, 6 ans après la mort (temps maximum), la peau de l'abdomen, des cuisses et des genoux fut trouvée momifiée. Les parties molles des cadavres inhu-

més depuis plus de 6 ans étaient entièrement ou presque entièrement détruites.

La momification est relativement fréquente pour la paroi abdominale.

La paroi abdominale seule était momifiée dans 3 des cas. La momification des parois de l'abdomen et du thorax fut également trouvée 3 fois; il s'y joignait la momification de la face (2 fois), de la peau de l'avant-bras droit et des articulations du poignet, du genou et du cou-de-pied (1 fois). Dans 1 cas, c'est la peau de l'abdomen, des cuisses et des genoux qui était momifiée.

Dans 7 cas, on trouva une momification plus ou moins complète de tout le corps, ou au moins de la peau.

De la plus haute importance pour la question de la momification sont les observations de contrôle communiquées par différents auteurs. Voici ce que rapporte Keber:

Le cadavre d'un homme fut exhumé au bout de 3 ans et 5 mois. Le sol du cimetière était en pente. La tombe se trouvait à la partie la plus élevée du cimetière. Le cercueil était intact. La paroi abdominale et la peau de l'avant bras droit et des articulations du poignet, du genou et du cou-de-pied étaient momifiées. De l'arsenic fut trouvé dans le foie, le cœur, la paroi abdominale et dans les restes des viscères abdominaux. Dans ce même cimetière, un autre cadavre d'homme fut exhumé après un laps de 3 ans et 9 mois. On soupçonnait que cet homme avait également été empoisonné par l'arsenic. Plus tard, toutefois, il fut établi qu'il était mort d'apoplexie; aucune trace d'arsenic ne put d'ailleurs être décelée dans le cadavre. Celui-ci était en partie momifié, tout comme le précédent, et quelques organes étaient même encore mieux conservés que dans le premier cas. Keber fait encore mention d'un troisième cadavre, qui, déterré au bout de $5\frac{1}{2}$ ans, fut trouvé en majeure partie bien conservé et momifié. Aucune trace d'arsenic ne peut y être découverte.

L'état de bonne conservation de ces cadavres était donc évidemment dû à des causes autres que les propriétés antiseptiques et momifiantes de l'arsenic.

Je rappellerai aussi les faits cités par Kelp:

Trois cadavres (père, mère et fille) étaient enterrés dans le même cimetière, l'un à côté de l'autre. De l'arsenic fut trouvé dans les restes du père et de la fille, mais non dans ceux de la mère, à propos de laquelle il n'était d'ailleurs pas question d'empoisonnement. Les trois cadavres présentaient à peu près le même degré de décomposition. Le père était mort depuis 6½ ans, la fille depuis 8 ans, la mère depuis 9 ans.

Finalement, je mentionnerai encore l'observation de Gaulke, qui, chez un cadavre exempt d'arsenic et déterré 8 ans après la mort, trouva un meilleur état de conservation que chez un autre cadavre, contenant de l'arsenic et exhumé au bout de 4 ans.

Les résultats fournis par l'examen des cadavres exhumés seront exposés, avec plus de détails, au dernier chapitre de ce Mémoire.

III. Observations personnelles.

Mes observations personnelles sont au nombre de 18; 16 d'entre elles se rapportent au procès de la femme van der Linden. Peu de temps après ce procès, nous examinâmes encore deux cadavres de femmes, qui avaient été exhumés à raison de présomptions d'empoisonnement, l'un 48 jours, l'autre 2 ans après la mort. Dans aucun de ces deux cadavres on ne trouva de l'arsenic, ni quelque autre poison. J'ai cru, néanmoins, ne pas devoir omettre les observations auxquelles ils ont donné lieu. Le premier avait de l'importance comme exemple de progrès rapides de la putréfaction; le second constituait un cas très intéressant par l'état de momification du cadavre.

Je dois à l'obligeance de mon collègue M. van der Burg la communication des résultats de l'analyse chimique.

Voici ces 18 observations, dans l'ordre chronologique.

Obs. I. Maria van der Linden, épouse de Hendrik Frankhuizen (Obs. III), belle-sœur de la condamnée, âgée de 43 ans.

Autopsie le 15 décembre 1883, à 10 heures du matin, 52 heures après la mort.

Le cadavre, d'une corpulence modérée, est fortement musclé. Rigidité très-prononcée dans les membres inférieurs, beaucoup moindre dans les membres supérieurs, presque nulle au bras droit. Des taches cadavériques étendues se trouvent dans les parties postérieures du tronc; la peau de l'abdomen a en plusieurs endroits une teinte verdâtre. La mamelle gauche est beaucoup plus grande que celle du côté droit. Les lèvres sont rouges, sans érosions ni perte sensible de substance. La muqueuse de la cavité buccale, du pharynx et de l'œsophage est normale, pâle. Celle de l'estomac montre çà et là, surtout au milieu de la grande courbure et dans l'extrémité pylorique, des plaques d'un rouge foncé, de grandeur différente (1—3 centimètres), avec du sang extravasé dans le tissu. Une plaque de même nature se trouve dans la première portion du duodénum. Vers le milieu de l'iléon la muqueuse, sur une longueur de 10 centimètres, est rouge et fortement injectée. Métamorphose graisseuse du foie. Inflammation légère de l'épiglotte et des replis épiglotti-aryténoïdiens. Petites ecchymoses dans les muscles du cœur et sous l'endocarde.

Analyse chimique. L'arsenic fut démontré dans le foie, dans la mamelle gauche et dans le contenu de l'estomac et de l'intestin grêle. La quantité de l'arsenic dans le foie correspond à 0,1236 gramme d'acide arsénieux.

Remarque. La femme ayant allaité son enfant, on prit pour l'analyse chimique, la mamelle gauche du cadavre. Les deux époux (Obs. I et III) furent empoisonnés le soir du 8 décembre 1883. La condamnée avait jeté dans leur souper une poudre contenant de l'arsenic.

Obs. II. Hendrik Frankhuizen, fils de I et de III, âgé de 8 mois.

Autopsie le 15 décembre 1883, à 2 heures de l'après-midi, 35 heures après le décès.

Cadavre d'enfant assez corpulent. Peu de raideur et seulement dans les membres inférieurs. Lividités cadavériques étendues aux parties postérieures du tronc et des membres. Pas de phénomènes de putréfaction. La cavité buccale, le pharynx et l'œsophage sont dans l'état normal. Vers le milieu de la grande courbure de l'estomac se trouve une tache rouge, circonscrite (1,5 à 2 centimètres), sans perte de substance. Les ganglions lymphatiques du mésentère sont très-grands. Quelques-unes des plaques de Peyer sont rouges et gonflées. La muqueuse du gros intestin est rouge et gonflée sur une grande étendue. Métamorphose graisseuse du foie.

Analyse chimique. De l'arsenic en petite quantité dans le contenu de l'estomac, et en proportion moindre encore dans celui des intestins. La quantité de l'arsenic démontrée dans le foie (poids 310 grammes) correspond à 0,0165 gramme d'acide arsénieux.

Obs. III. Hendrik Frankhuizen, veuf de I, père de II, âgé de 35 ans.

Autopsie le 20 décembre 1883, à 2 heures d'après-midi, 14½ heures après la mort.

Cadavre assez corpulent, fortement musclé. Raideur excessive de tout le corps, qui ressemble à une masse engourdie. Lividités cadavériques étendues dans les parties postérieures de tout le corps. Pas de putréfaction. Perte partielle de l'épiderme à l'oreille droite, à la paupière supérieure gauche, au bras droit, à la région fessière droite, au scrotum. Le bord libre des lèvres est rouge, couvert çà et là de croûtes noirâtres, qui se détachent avec facilité. Perte de substance sous les croûtes. Des croûtes plus petites, sèches, grisâtres, se trouvent à la moitié inférieure des joues, surtout du côté droit, jusque

dans la barbe non rasée. La membrane muqueuse de la base de la langue est rouge, très-gonflée, sans perte de substance. Le pilier antérieur droit du voile du palais montre une plaque, longue d'un centimètre et large de 0,5 centimètre, couverte d'une masse jaunâtre, lardacée; le fonds en est rouge avec perte de substance. Depuis l'isthme du gosier jusqu'à l'anus la membrane muqueuse du tube digestif est d'un rouge foncé, presque noir, très-gonflée, sans ulcères ni érosions. L'épithelium des villosités de l'intestin grêle a presque entièrement disparu. Métamorphose graisseuse du foie, des reins, du cœur et de l'épithélium des glandes de l'estomac. Des parties érosives, couvertes d'une substance jaunâtre, se trouvent au bord supérieur gauche et à la face postérieure de l'épiglotte et sur les replis épiglotti-aryténoïdiens; le fond en est rouge, couvert de sang. Inflammation croupeuse du larynx, de la trachée-artère et de la bronche gauche. Pleurésie en degré modéré du côté droit.

Analyse chimique. L'arsenic fut trouvé dans le foie, dans les reins et dans le contenu du jéjuno-iléon et du gros intestin, mais n'a pu être démontré ni dans le contenu de l'estomac et du duodénum, ni dans le *liquor pericardii.* Des traces d'arsenic se trouvaient dans l'urine, lâchée durant la vie. Dans le foie seul, on a trouvé une quantité d'arsenic correspondant à 0,05211 gramme d'acide arsénieux.

Remarque. L'homme a vécu encore 11 jours après avoir pris le poison.

Obs. IV. Susanna Aben, âgée de 5 ans.

Autopsie le 21 décembre 1883, à 9½ heures du matin, 20 jours après la mort.

A l'ouverture du cercueil une odeur de moisi se répand. Le cadavre est celui d'un enfant bien nourri. Peu de raideur dans les membres inférieurs. Paupières fortement affaissées. La peau est d'une teinte verdâtre aux paupières droites, au larynx, aux quatre premiers cartilages costaux gauches, aux

parois abdominales et à gauche jusque au-dessus de l'hypocondre. La peau du dos et des régions lombaires est d'un rouge bleuâtre, celle des régions fessières est rouge. A la face palmaire des mains et à la face plantaire des pieds l'épiderme est humide, rugueux. Une mince couche de moisissure blanche se trouve à la face interne et antérieure des cuisses et (un peu plus épaisse) aux environs de la bouche et des narines. La muqueuse de la base de la langue est pâle, fortement gonflée; celle de l'estomac est unie, grisâtre, en quelques endroits d'une teinte rougeâtre. Deux invaginations, d'une longueur de 5 et de 3 centimètres, se trouvent dans l'iléon. Quelques parties de la muqueuse de l'intestin sont gonflées; là les follicules isolés sont plus distincts qu'ailleurs. Quelques plaques de Peyer sont rouges et gonflées. Les ganglions lymphatiques du mésentère sont grands.

Analyse chimique. L'arsenic fut trouvé dans le foie, dans les reins et dans le contenu de estomac et de l'intestin. La quantité d'arsenic, trouvée dans le foie, correspond à 0,01 gramme d'acide arsénieux.

Obs. V. Catharina Maria Aben, sœur de IV, âgée de 11 mois.

Autopsie le 21 décembre 1883, à 2 heures de l'après-midi, 29 jours après le décès.

Une odeur de moisi, analogue à celle des caves humides, se répand à l'ouverture du cercueil. Cadavre d'enfant bien nourri. La peau est verte au cou et à presque toute la face antérieure du tronc. A la partie inférieure du dos, la peau, sur l'étendue d'une paume de main, est dépouillée d'épiderme et couverte d'un grand nombre de vers. Une couche mince, blanche, de moisissure s'étend sur la face antérieure et interne des membres inférieurs. Un grand nombre de vers se trouvent dans les régions inguinales et dans la vulve. L'épiderme de la face palmaire des mains et de la face plantaire des pieds est blanc, rugueux et plissé. Paupières

fortement affaissées. La peau des joues est jaune, dure; celle des membres est également dure. Des vers se trouvent dans l'œsophage jusqu'à l'estomac. Quelques anses intestinales, situées tout près des parois abdominales, sont vertes. Quelques follicules isolés sont gonflés. On voit des vers jusque dans les troisièmes ramifications bronchiques. Une grande partie du lobe inférieur du poumon droit est dans l'état d'atélectasie.

Analyse chimique. L'arsenic fut trouvé dans le foie, dans les reins et dans le contenu de l'estomac et des intestins. La quantité du poison, trouvée dans le foie (poids 317 grammes), correspond à 0,0086 gramme d'acide arsénieux.

Obs. VI. Arend de Hees, neveu de la condamnée, fils de VII, frère de VIII, âgé de 21 ans.

Autopsie le 27 décembre 1883, à 9½ heures du matin, 2 ans et 2 mois après la mort.

Odeur nauséabonde, semblable à celle des égouts. Les parties molles de la face manquent en partie. Le reste de la peau est dur et cependant facile à couper. Les cavités thoracique et abdominale sont fermées; les parois de celle-ci sont fortement affaissées. La peau, surtout celles des parois abdominales, est consistante, mais se coupe avec facilité; sa teinte est légèrement brune. Les parties molles des membres supérieurs ont disparu. La peau des cuisses est semblable à celle de l'abdomen. Les muscles forment une masse molle, sale. Les parties molles, disparues à la jambe gauche, se trouvent encore en partie à la jambe droite: la peau y est également consistante. Le cerveau forme une masse extrêmement fétide. Les méninges, comme les parties molles de la cavité buccale et du cou, ont entièrement disparu. Aucun des organes du thorax n'est reconnaissable. Dans l'abdomen on reconnaît encore le foie et quelques-unes des anses intestinales. L'estomac et la rate manquent. Au lieu des reins nous trouvons une masse sale, grisâtre.

Analyse chimique. L'arsenic fut démontré en grande quantité dans le foie, dans les intestins et dans les reins, et en petite quantité dans le cerveau, dans les cheveux et dans le liquide du cercueil. La quantité de l'arsenic dans les intestins et dans les reins (poids total 1120 grammes) correspond à 0,1074 gramme d'acide arsénieux.

Remarque. A l'exhumation, le cercueil était pour la plus grande partie rempli d'un liquide aqueux, noir, d'une odeur nauséabonde. Pour diminuer le poids, on avait éloigné une portion considérable de ce liquide ; au moment de l'autopsie il s'élevait encore à une hauteur de 8 centimètres dans le cercueil.

Obs. VII. Cornelia van der Linden, veuve de Petrus Jacobus de Hees, belle-sœur de la condamnée, mère de VI et de VIII, agée de 46 ans.

Autopsie le 27 décembre 1883, à 1½ heures de l'après-midi, 2½ ans après le décès.

Le cadavre, très corpulent, a été reconnu par un fils de la défunte. Le cuir chevelu est couvert, comme d'un bonnet, par une épaisse couche de moisissure blanche. La peau de la face est d'un brun jaunâtre et revêtue d'une couche visqueuse. Le lobule du nez a disparu. Paupières fortement affaissées. De l'adipocire se trouve sous la peau des joues et dans les cavités orbitaires, qui en sont remplies. Les parties molles du cou ont presque entièrement disparu. Les grandes cavités du corps sont fermées. La peau de la poitrine et de l'abdomen fortement affaissé est d'un brun jaunâtre, amollie et visqueuse ; celle de la main gauche, qui reposait sur la région ombilicale, est d'un brun foncé, sèche et dure. Putréfaction avancée de tout le membre supérieur droit. Les membres inférieurs sont encore attachés au tronc et ont conservé leur forme naturelle. Le cerveau s'est transformé en une substance grise, bourbeuse. La langue forme une masse amollie, sale. Poumons reconnaissables. On trouve encore une partie du cœur, vraisemblablement du ventricule gauche. Le foie et quelques-unes des

anses intestinales sont reconnaissables. L'estomac et la rate ont disparu. Au lieu des reins on trouve une masse excessivement fétide. Beaucoup d'adipocire autour du psoas droit et en beaucoup d'autres endroits.

Analyse chimique. Dans le foie et les organes adhérents (poids total 692 grammes) on a démontré une quantité d'arsenic correspondant à 0,239 gramme d'acide arsénieux. Les autres organes n'ont pas été examinés.

Obs. VIII. Willem de Hees, neveu de la condamnée, fils de VII, frère de VI, âgé de 18 ans.

Autopsie le 28 décembre 1883, à 9 heures du matin, environ 2½ ans après la mort.

Les parties molles ont presque totalement disparu. Quelques restes des ligaments se trouvent encore aux articulations coxo-fémorales et aux genoux. Le foie forme une masse sèche, gris-noirâtre, à surface très inégale (poids 150 grammes).

Analyse chimique. Dans le foie et les parties adhérentes (poids total 158 grammes) on a trouvé une quantité d'arsenic correspondant à 0,01257 gramme d'acide arsénieux.

Remarque. La forme des os du bassin, qui mettaient le sexe du cadavre hors de doute, l'état de la suture sphéno-occipitale, celui des dents et de plusieurs os longs, nous ont fait conclure que le cadavre était celui d'un jeune homme de 18 ans environ. Quant à la cause de la destruction presque totale des parties molles, nous avons cru la trouver dans l'état de putréfaction probablement très-avancée du cadavre à l'époque de l'enterrement. Il régnait alors à Leide une chaleur excessive (Voy. plus bas).

Obs. IX. Johanna Maria Oosterbrug, épouse de Dirk van der Linden, tante de la condamnée, âgée de 55 ans.

Autopsie le 3 janvier 1884, à 9 heures du matin, 17 mois après la mort.

Le cadavre a été reconnu par le mari de la défunte. Peu

d'odeur. Le front et le cuir chevelu sont couverts d'une couche blanche de moisissure. La peau de la face, assez consistante, est revêtue d'une couche molle, sale, d'un brun noirâtre. Paupières fortement affaissées. Les oreilles et le lobule du nez ont disparu. Les os propres du nez sont à nu. Cavités du corps fermées. Affaissement excessif des parois abdominales. La peau du tronc est blanchâtre, çà et là d'une teinte brunâtre. La dure-mère est intacte. Quelques-unes des circonvolutions du cerveau, qui exhale une odeur excessivement fétide, sont encore visibles et on reconnaît aussi la différence entre les substances grise et blanche de l'encéphale. Les fosses sphéno-maxillaires sont remplies d'adipocire. Les parties molles de la bouche et du cou ont presque entièrement disparu. A l'ouverture du thorax, qui semble tout à fait sec, on perçoit une odeur aigre, spécifique, rappelant celle de l'acide lactique. Poumons fortement affaissés à côté de la colonne vertébrale. Le cœur est dans l'état normal, la surface intérieure de l'aorte est unie. L'œsophage a disparu. Les organes de l'abdomen sont reconnaissables ; ceux du bassin (utérus, ovaires, vessie) ne le sont pas.

Analyse chimique. On n'a trouvé qu'une trace d'arsenic dans 100 grammes du foie. Les autres organes n'ont pas été examinés.

Obs. X. Willem Fuchs, veuf de Hester Bekooy, âgé de 64 ans.

Autopsie le 3 janvier 1884, à 1½ heures de l'après-midi, 23 mois après la mort.

Une masse liquide, aqueuse, noirâtre, d'une odeur d'égout nauséabonde, couvre le fond du cercueil à une hauteur de 12 centimètres. Le cadavre, qui n'est plus reconnaissable, se trouve pour la plus grande partie dans cette liqueur fétide. Une partie du cuir chevelu a disparu. L'oreille gauche est entière ; celle du côté droit manque. Paupières fortement affaissées. Les parties molles du nez ont disparu. La peau amollie de la face, d'une teinte gris-jaunâtre, est revêtue d'une couche visqueuse ; celle du tronc est légèrement brune. Les parties molles des membres manquent en partie. Les fosses sphéno-maxil-

laires sont remplies d'adipocire. Le cerveau est gris, sale, extrêmement fétide, revêtu de la dure-mère. On trouve peu de restes des parties molles de la cavité buccale et du cou. Les poumons sont d'un bleu foncé, bourbeux. Les muscles papillaires, avec leurs tendons et les valvules du cœur, sont reconnaissables. La surface de l'aorte est unie. L'œsophage et l'estomac manquent. On reconnaît encore le foie et quelques anses intestinales.

Analyse chimique. Une quantité d'arsenic correspondant à 0,04534 gramme d'acide arsénieux fut trouvée dans le foie (poids 512 grammes). Les autres organes n'ont pas été examinés.

Obs. XI. Abraham Fuchs, fils de X, âgé de 29 ans.

Autopsie le 4 janvier 1884, à 9 heures du matin, 21 mois après le décès.

L'identité du cadavre, peu corpulent, a été constatée par un ami du défunt. La peau du front et de la face est assez sèche. Paupières fortement affaissées. Les parties molles du nez et l'oreille droite manquent. La peau à la surface antérieure du tronc est sèche; celle de l'abdomen est d'un noir brunâtre, celle de la poitrine est d'une teinte plus claire; elle est molle et se coupe avec facilité. Les grandes cavités du corps sont fermées. Les parties molles des membres ont disparu pour la plus grande partie. L'encéphale est transformé en une masse extrêmement fétide, grise, bourbeuse, d'une odeur insupportable. On ne reconnaît plus rien des parties molles de la cavité buccale, du pharynx et du cou. Les poumons ont contracté des adhérences avec la plèvre costale. Le cœur est petit; les valvules sont dans l'état normal. La surface intérieure de l'aorte est unie. L'estomac, bien conservé, ne pouvait être séparé de la rate. Le foie, les intestins et les reins sont assez reconnaissables, Le pancréas et la vessie manquent.

Analyse chimique. Une quantité d'arsenic, correspondant à 0,075 gramme d'acide arsénieux, fut trouvé dans le foie (poids 582 grammes). Les autres organes n'ont pas été examinés.

Obs. XII. Lambertus van der Linden, veuf de Maria van der Mark, beau-frère de la condamnée, âgé de 50 ans.

Autopsie le 4 janvier 1884, à 1½ heures de l'après-midi, 35 mois après la mort.

La peau de la face est d'un brun foncé, visqueuse; aux os malaires elle est couverte de taches blanches de moisissure. Paupières peu affaissées. Les parties molles du nez et l'oreille gauche manquent. Les lèvres sont minces, comme desséchées. La peau du cou, absente en partie, est brune, humide de même que celle du tronc. Le thorax est ouvert du côté droit. La paroi abdominale est fortement affaissée; la peau est déchirée le long des crêtes iliaques. Putréfaction très-avancée des membres supérieurs. La face palmaire de la main gauche se trouve dans la région épigastrique. La peau de la région postérieure de la main et des premières phalanges est sèche et dure. La partie présente de la peau de la région palmaire est molle. Les muscles de l'éminence thénar sont pour la plus grande partie détruits. Beaucoup d'adipocire à la région antérieure et interne des cuisses. Les muscles des jambes ont presque entièrement disparu. Les orbites et les fosses sphéno-maxillaires sont remplies d'adipocire. Le cerveau exhale une odeur extrêmement fétide. Les parties molles de la cavité buccale, du pharynx et du cou ne sont plus reconnaissables. Les poumons ne forment plus qu'une masse sale et bourbeuse, d'un bleu-foncé, à côté de la colonne vertébrale. On trouve encore une partie du cœur, probablement du ventricule gauche. Le diaphragme manque. Le foie est très-petit. Quelques anses intestinales seules sont reconnaissables.

Analyse chimique. Dans le foie et dans une partie adhérente du poumon droit (poids total 395 grammes) on a trouvé une quantité d'arsenic correspondant à 0,0255 gramme d'acide arsénieux. Les autres organes n'ont pas été examinés.

Obs. XIII. Petronella Johanna Swanenburg, veuve de Johannes Lepelaar (Obs. XIV), sœur de la condamnée, âgée de 35 ans.

Autopsie le 10 janvier 1884, à 9 heures du matin, 7½ mois après la mort.

L'identité du cadavre a été constatée par plusieurs parents de la défunte. Plusieurs parties de la tête sont couvertes de taches blanches de moisissure. La peau de la face est d'un vert sale, visqueuse. Paupières fortement affaissées. La peau du cou, du tronc et des membres est brune, celle de la surface interne des cuisses est d'un noir bleuâtre. Au mollet gauche l'épiderme s'est détaché et forme de grandes phlyctènes, remplies d'un liquide brun sale. Les grandes cavités du corps sont fermées. Les parois abdominales sont fortement affaissées. Les muscles des membres, d'une teinte rouge ou légèrement brun-rougeâtre, se distinguent avec facilité. Le cuir chevelu se détache aisément. La dure-mère est presque comme dans l'état naturel. L'hémisphère droit du cerveau est plus consistant que celui du côté gauche ; l'encéphale est d'un gris sale et d'une odeur extrêmement fétide. Les parties molles de la cavité buccale, du pharynx et du cou sont bien reconnaissables. Le sommet du poumon droit est adhérent. Les poumons forment une masse noire, bourbeuse. Le cœur est bien conservé. La surface interne de l'aorte est unie. L'œsophage, l'estomac, la rate, les intestins, le foie, le pancréas et les reins sont présents. On distingue quelques pyramides de Ferrein, ainsi que les substances médullaire et corticale des reins. La vessie contient une quantité modérée de gaz. L'utérus est transformé en une masse sale, grisâtre. Les ovaires manquent.

Analyse chimique. La quantité d'arsenic trouvée dans le foie entier (poids 706 grammes) correspond à 0,074 gramme d'acide arsénieux. Les autres organes n'ont pas été examinés.

Obs. XIV. Johannes Lepelaar, mari de XIII, beau-frère de la condamnée, âgé de 32 ans.

Autopsie le 10 janvier 1884, à 1½ heures de l'après-midi, 11 mois après la mort.

L'identité du cadavre a été constatée par des parents du défunt. Les oreilles sont entières. Les os propres du nez, dont le lobule est amolli et affaissé, sont à nu. Les cheveux sont humides. La peau du front et de la face est brune, visqueuse; chaque joue montre une plaque verdâtre. La peau du cou et du tronc est brune et dure, très semblable à celle du jambon fumé. Les grandes cavités du corps sont fermées. Les parois abdominales sont fortement affaissées. Le pénis est noir, aplati, comme desséché. La peau de la surface supérieure du bras droit est d'un brun foncé, dure comme du cuir; celle de la surface inférieure est molle et blanchâtre. Les muscles, amollis et pâles, ne sont plus distincts. La peau de l'avant-bras et de la main est également d'un brun foncé et dure comme du cuir; les muscles sont d'une teinte légèrement brune. Les ongles tiennent encore. La peau à la surface supérieure du bras gauche est brun foncé et coriacée; les muscles ont une couleur brune. A la surface inférieure la peau est blanchâtre, très-bien conservée, comme si la mort était récente. La peau de la surface supérieure de l'avant-bras est brune, coriacée; à la surface inférieure une partie en a disparu. Les muscles sont à moitié détruits. Les ongles sont encore attachés. La peau des membres inférieurs est dure comme du cuir, d'une teinte rouge brunâtre, parsemée de taches noires; le tissu adipeux a une épaisseur de 1 centimètre. Les muscles, fortement développés, sont mous, d'un brun rougeâtre. Une liqueur aqueuse, sanguinolente, sort des gros vaisseaux sanguins coupés. La dure-mère est intacte. L'encéphale forme une masse molle, argileuse, d'une odeur infecte. Presque toutes les parties molles de la cavité buccale, du pharynx et du cou sont distinctes. Les poumons, d'un bleu foncé, sont affaissés, adhérents dans quelques parties. La membrane muqueuse de la trachée-artère et des bronches est sèche, d'un brun foncé. Le cœur est petit. Les cavités, les valvules et la surface interne de l'aorte sont dans l'état normal. La muqueuse de l'œsophage est gris-

ardoisé, revêtue d'une substance sale, grisâtre, visqueuse. Le diaphragme est intact. La paroi abdominale est dure comme du cuir; les muscles sont d'une couleur légèrement brune; le péritoine est d'un blanc mat. L'estomac, petit, n'a pas de contenu; la muqueuse, d'un grisardoisé, est plissée dans quelques endroits. Les intestins sont aplatis; leurs diverses portions ne se séparent qu'avec difficulté. Le foie est d'un bleu sale. La rate est très-petite et rugueuse. Les reins forment une masse amollie, d'un gris sale. La vessie est vide.

Analyse chimique. La quantité d'arsenic trouvée dans le foie (poids 694 grammes) correspond à 0,032 gramme d'acide arsénieux. Les autres organes n'ont pas été examinés.

Obs. XV. Clement Swanenburg, veuf de XVI, père de la condamnée, âgé de 72 ans.

Autopsie le 11 janvier 1884, à 9 heures du matin, 1½ ans après le décès.

Le cadavre a été reconnu par deux fils du défunt. La peau du front et de la face est humide, légèrement grise, parsemée de taches blanches et jaunâtres. Les paupières ne sont pas affaissées. La peau du cou est légèrement jaune; celle de la surface antérieure du tronc est légèrement grise. Les grandes cavités du corps sont fermées. Les parois abdominales sont peu affaissées. La peau des membres est pâle et amollie. Les muscles sont mous, d'une teinte légèrement rouge et jaune-brunâtre. L'épiderme des mains s'est détaché en grands lambeaux; les ongles sont pour la plupart détachés ou tombés. Les tibias sont presque entièrement à nu. Les ongles des orteils sont pour la plupart détachés. La dure-mère est d'un blanc mat. L'encéphale est très-amolli, d'une odeur nauséabonde; la surface est d'un gris sale. La substance blanche a la couleur naturelle. Les parties molles de la cavité buccale, du pharynx et du cou sont bien conservées. La muqueuse en est pâle. Les poumons sont très-amollis, presque noirs, fortement affaissés, adhérents dans quelques parties.

De grandes phlyctènes se montrent à leur surface. La muqueuse de la trachée-artère est pâle, celle des bronches est noire, bourbeuse. Les muscles du cœur sont amollis, brunâtres. Valvules normales. Des plaques calcaires dans l'arcade et la partie thoracique de l'aorte La muqueuse de l'œsophage est unie, d'une teinte foncée. Diaphragme intact. Les parois abdominales sont molles, les muscles bien conservés. Le péritoine est d'un blanc mat. L'abdomen est sec, ses organes sont bien conservés, excepté le pancréas, qui manque.

Analyse chimique. Dans 150 grammes du foie (poids total 410 grammes) et dans le contenu de l'estomac on n'a pas trouvé de l'arsenic. Les autres organes n'ont pas été examinés.

Remarque. L'homme était sorti dans la rue à 8½ heures du matin et mourut à 11 heures du matin, après avoir mangé un petit pain. L'estomac contenait une masse grisâtre, comme de la bouillie, d'une apparence complètement fraîche.

Obs. XVI. Johanna Dingjan, épouse de XV, mère de la condamnée, âgée de 72 ans.

Autopsie le 11 janvier 1884, à 1½ heures de l'après-midi, 21 mois après la mort.

L'identité du cadavre a été constatée par deux fils de la défunte. La peau du front et de la face est amollie, d'un gris sale avec des taches verdâtres. La langue, sale, est sortie de la bouche. La peau du cou et de la poitrine est légèrement jaune, celle de l'abdomen est d'une teinte jaune plus prononcée. Les grandes cavités du corps sont fermées, les parois abdominales fortement affaissées. La peau des bras est dure comme du cuir. Les muscles sont légèrement rouges, assez consistants. Les ongles des doigts sont presque tous tombés. La peau des cuisses est pâle, coriacée; celle des mollets, qui sont gros, est noire et dure. Les muscles sont légèrement rouges. Les ongles des orteils sont tombés. La dure-mère est consistante. Le cerveau est mou, d'une odeur fétide et d'une teinte gris-rougeâtre. Les parties molles de la cavité buccale

et du pharynx sont bien conservées. La membrane muqueuse de l'œsophage est unie, d'un noir sale, parsemé de taches rougeâtres; celle du larynx et de la trachée-artère est d'un gris foncé, presque partout sèche. A l'ouverture du thorax, il se répand une odeur spécifique, aigre, comme celle de l'acide lactique. Les poumons sont d'un bleu ardoisé, avec de grandes phlyctènes. Les muscles du cœur sont d'un rouge brunâtre, les valvules normales. La surface interne de l'aorte est unie. Diaphragme intact. La peau de la paroi abdominale est consistante, les muscles sont légèrement bruns, le péritoine est d'un blanc mat, la cavité abdominale est sèche. L'estomac, du reste assez bien conservé, est ouvert le long de la grande courbure. Les autres organes abdominaux sont bien conservés aussi, à l'exception du pancréas et des ovaires.

Analyse chimique. 100 grammes du foie (poids total 340 grammes) ne contiennent pas même une trace d'arsenic. Les autres organes n'ont pas été examinés.

Obs. XVII. *Autopsie* du cadavre d'une femme, âgée de plus de 30 ans, 48 jours après la mort.

Le cadavre exhale une odeur infecte, douceâtre. Les cheveux sont humides, le cuir chevelu se détache avec facilité. La peau du front, près des cheveux, est brune, sèche; le reste de la peau du front et celle de la face est humide et visqueuse, brune avec des plaques rougeâtres. Les paupières sont fortement affaissées. Les parties molles du nez et les oreilles manquent. Le maxillaire inférieur est à nu près du menton. La peau du cou est déchirée dans quelques endroits, très-amollie, d'un brun jaunâtre. Les cavités thoracique et abdominale sont fermées; la peau en est molle, brun-jaunâtre. La clavicule droite et la portion supérieure des muscles thoraciques sont dépouillées de peau. Les parois abdominales sont fortement appliquées sur la colonne vertébrale. La putréfaction des membres supérieurs est déjà bien avancée. Les muscles sont amollis, mais distincts; quelques parties du périoste se détachent

aisément. A la surface dorsale des mains les tendons extenseurs sont à nu; les muscles interosseux ont disparu pour la plus grande partie. Les ongles sont tombés, et il en est de même des phalanges unguéales des pouces. Les membres inférieurs sont à peu près dans le même état de putréfaction. Quelques petits lambeaux de la dure-mère se voient encore. Le cerveau forme une masse grisâtre, très-fétide. On reconnaît peu de chose des parties molles de la cavité buccale et du cou. Les poumons sont très-putrides, presque noirs, fortement affaissés à côté de la colonne vertébrale. Les muscles du cœur sont très-amollis. Il ne reste que quelques parcelles de la valvule tricuspide. Les valvules sigmoïdes de l'aorte et de l'artère pulmonaire sont dans l'état normal. La surface interne de l'aorte est unie; son calibre est petit. L'œsophage manque. Diaphragme intact. Les organes abdominaux sont assez bien conservés; ils exhalent cependant une odeur douceâtre, extrêmement putride. L'estomac est comme un sac aplati, avec peu de contenu. La rate est petite, très amollie. Foie très-mou, bourbeux; poids 255 grammes; de nombreux cristaux de tyrosine à la surface. Le pancréas est reconnaissable. Les anses intestinales, aplaties, accolées les unes aux autres en beaucoup d'endroits, se déchirent aisément. Les reins sont amollis, d'un brun sale. L'utérus n'est qu'une masse molle, d'un brun sale. La vessie est très-amollie, vide.

Analyse chimique. Les résultats sont négatifs.

Remarque. La femme mourut avec des symptômes d'hydropisie générale. Le sol du cimetière était sableux, élevé et sec; le cercueil avait été couvert d'une couche de sable d'un mètre d'épaisseur. Le fond du cercueil était défectueux.

Obs. XVIII. *Autopsie* du cadavre d'une jeune femme, 2 ans après la mort.

Le cuir chevelu se détache avec facilité. Une partie de la face, non couverte du linceul, était revêtue d'épaisses couches de moisissure blanche. Le lobule du nez et l'oreille

gauche manquent, tandis qu'il ne reste qu'une petite partie de l'oreille droite. Les orbites sont presque vides. La peau de la face est dure comme du cuir; celle du cou manque pour la plus grande partie. La peau du tronc est presque partout sèche et dure, d'un noir brunâtre. La couleur des cuisses, surtout à la surface externe, est très-foncée, presque noire. Les grandes cavités du corps sont fermées. La paroi abdominale est élevée en coupole. La peau des membres supérieurs est brunâtre, coriacée. Au côté droit le tissu adipeux est consistant; les muscles sont distincts, bruns, çà et là d'une teinte rougeâtre. Les parties molles du bras gauche sont presque totalement transformées en adipocire. Les mains sont appliquées, à découvert, sur la région épigastrique; la surface dorsale en est couverte d'une couche épaisse et blanche de moisissure. Les doigts sont bruns, les ongles d'un rouge brunâtre; quelques ongles sont détachés. La peau des mains et des doigts est sèche, comme du cuir. Les cuisses, grosses, sont serrées l'une contre l'autre. La peau est dure comme du cuir. Le tissu adipeux est consistant; à la face interne il a une épaisseur de 3 à 4 centimètres. Les muscles, forts, sont parfaitement conservés et ont pour la plupart l'air tout frais; la couleur en est fraîche, rouge, çà et là un peu brunâtre. Lors de la section des muscles, il s'en exhale une odeur très-prononcée de vieux fromage en putréfaction. Les muscles des jambes sont de couleur un peu plus pâle; à la face inférieure ils présentent çà et là une teinte sale, grisâtre. La peau du pied droit est dure et sèche, celle du pied gauche est visqueuse. Les méninges manquent totalement. L'encéphale forme une masse d'un gris sale, assez consistante, d'une odeur nauséabonde, extrêmement putride. De l'adipocire dans la fosse sphéno-maxillaire droite. Les parties molles de la cavité buccale, du pharynx et du cou ont disparu. La peau du thorax est dure, le tissu adipeux épais et consistant; les muscles sont pâles. Les nerfs phréniques, avec les vaisseaux sanguins qui les accompagnent, sont

distincts. Le cœur est très-bien conservé dans le péricarde. Les muscles sont secs, bruns, les valvules dans l'état normal. L'aorte est intacte, sa surface interne est lisse. L'œsophage n'est plus reconnaissable. Les poumons, presque noirs, sans adhérences, fortement affaissés, se trouvent tout près de la colonne vertébrale. De grandes phlyctènes à leur surface. Le diaphragme est intact. La paroi abdominale, élevée en coupole, ne change pas de forme après avoir été incisée. A l'ouverture de l'abdomen s'exhale de nouveau l'odeur de vieux fromage en putréfaction. La peau est dure comme du cuir. Le tissu adipeux, consistant, a une épaisseur de 2 à 3,5 centimètres. Les muscles sont bruns, minces, comme desséchés, le péritoine luisant. Les intestins sont fortement aplatis. L'estomac, fermé et dirigé en bas, se détache avec peine des organes voisins. Le pancréas manque. Le foie, d'un gris bleuâtre, pèse 250 grammes. En le coupant, on voit des phlyctènes de différentes grandeurs. La rate, en partie reconnaissable, se sépare avec peine des autres organes. Les anses intestinales, aplaties, d'un rouge jaunâtre, sont accolées les unes aux autres. Les reins, amollis, ne peuvent pas être isolés. La vessie est vide. L'utérus est bien couservé. Les ovaires et les oviductes sont distincts.

Analyse chimique. Les résultats sont négatifs.

Remarque. La fosse était sèche; le cercueil, comme neuf, bien fermé, avait été placé dans la fosse de manière à rester libre sur tous les côtés. Le cadavre était couvert de beaucoup de vêtements, dont plusieurs de laine.

On voit donc que les cadavres examinés étaient en général très bien conservés, à l'exception de ceux mentionnés sous les nos VIII et XVII.

De VIII il ne restait guère que le squelette. Les circonstances suivantes suffisent, je crois, à expliquer ce fait. Le jeune homme en question n'avait été malade que 4 ou 5 jours et mourut le 15 juillet 1881. Vers cette date, à Leiden, la température était élevée (le 15 juillet, 22°,7 C; le 16 juillet

23°3, le 17 juillet 23°, le 18 juillet, jour de l'enterrement, 22°,9 dans une chambre fermée, non chauffée, à 8 heures du matin). Au moment de l'inhumation, le cadavre se trouvait donc probablement dans un état de décomposition déjà avancée; or, l'expérience de l'amphithéâtre m'a appris que la putréfaction, une fois arrivée à un certain degré, fait des progrès très rapides et peut même difficilement être arrêtée par les antiseptiques. En outre, le cercueil occupait le haut de la fosse, circonstance qui peut aussi avoir accéléré la décomposition [1]).

Dans l'observation XVII, la putréfaction du cadavre avait fait de très grands progrès dans l'espace relativement court de 48 jours. Mais aussi, la femme était morte au commencement du mois de septembre, par conséquent dans la saison chaude, en présentant des symptômes d'hydropisie générale, et on sait qu'en pareil cas le cadavre se décompose d'ordinaire très rapidement (voir plus loin). De plus, le cercueil était défectueux et n'avait été recouvert, dans une grande fosse commune, que d'un mètre de sable.

Sur les 18 cadavres examinés par nous, 14 donnèrent de l'arsenic à l'analyse; ces 14 cadavres provenaient tous de personnes qui vraisemblablement avaient été empoisonnées par la femme van der Linden.

La quantité de l'arsenic trouvé dans les organes des différents cadavres était très variable. Chez le cadavre VI on en rencontra le plus, et le poison fut décelé jusque dans les cheveux. En 100 grammes du foie du cadavre IX on ne trouva qu'une trace d'arsenic; celle-ci provenait probablement des médicaments que la condamnée avait présentés à sa tante malade. Il a pu facilement arriver, en effet, que ces médicaments, en passant par les mains de la femme van

---

1) Les cadavres de Leiden (IV–XVI) étaient inhumés dans deux cimetières différents. Le sol de ceux-ci est de nature argileuse. Trois cercueils y sont superposés dans une même fosse. Le couvercle du cercueil supérieur se trouve à 30–40 cm. au-dessous de la surface du sol.

der Linden, fussent accidentellement souillés d'une petite quantité du poison qu'elle maniait journellement.

Au sujet de la momification totale ou partielle des cadavres, il y a à mentionner ce qui suit.

La peau du cadavre VI était dure en plusieurs endroits (visage, paroi abdominale, extrémités inférieures), mais néanmoins très facile à diviser par le couteau. Des organes thoraciques, aucun n'était reconnaissable. La décomposition des organes abdominaux était très avancée; le foie et la rate avaient disparu, on ne distinguait plus que quelques-unes des anses intestinales. Il ne saurait donc être question, dans ce cas, de momification.

Chez VII et XII, des traces de momification furent rencontrées à l'une des mains. Je ferai remarquer, à ce propos, que dans les deux cas la main reposait sur la région épigastrique, qu'elle occupait donc, relativement aux autres parties du corps, une position élevée; ensuite, j'en appellerai encore une fois à mon expérience d'anatomiste, laquelle m'a appris que les mains, en général, sont très susceptibles de passer à un état de momification.

Une momification presque complète existait chez le cadavre de l'observation XIV. Son aspect extérieur répondait, sous tous les rapports essentiels, aux descriptions de cas analogues données par divers auteurs. L'odeur de vieux fromage, dont la plupart d'entre eux font mention, manquait toutefois chez ce cadavre. La quantité d'arsenic trouvée dans le foie [1]) de Johannes Lepelaar n'équivalait qu'à 0,032 gr. d'acide arsénieux; elle n'était donc pas très grande, et au moins de moitié plus petite que chez XIII. Lepelaar (XIV) avait été malade pendant 4 ou 5 jours, sa femme (XIII) pendant 2 jours seulement; chez celle-ci, la quantité de l'arsenic trouvé dans le foie correspondait à 0,074 d'acide arsénieux.

---

[1]) A cause du grand nombre des cadavres à examiner, les autres organes ne furent soumis à l'analyse que dans les cas pour lesquels la femme van der Linden était traduite en justice.

Le cadavre de l'observation XVI présentait également des signes de momification, mais à un degré moindre que celui de XIV. Dans le premier, aucune trace d'arsenic ne fut découverte.

Notre observation XVIII est incontestablement l'une des plus importantes. Le cadavre concordait en beaucoup de points avec celui de XIV, mais était au total encore mieux conservé et répandait une très forte odeur de vieux fromage en putréfaction. Une particularité remarquable, en tout cas, c'est que, 2 ans après la mort, les nerfs phréniques, avec les vaisseaux sanguins qui les accompagnent, se voyaient encore distinctement, et que les muscles des cuisses avaient l'air tout frais. Les conditions dans lesquelles le cadavre s'était trouvé sont d'ailleurs, comme nous le dirons plus loin, très favorables à la momification; en outre, la femme était morte en hiver. D'autre part, elle avait beaucoup d'embonpoint, ce qui est regardé comme défavorable à la production du phénomène. Le cadavre ne contenait ni arsenic, ni aucun autre poison.

En ce qui concerne la momification, nous arrivons donc aux résultats suivants:

Dans 10 des cadavres enterrés la présence de l'arsenic fut constatée [1]). Un de ces cadavres (XIV) avait subi une momification presque complète; chez deux (VII et XII), une main fut trouvée momifiée.

Les 5 autres cadavres inhumés étaient exempts d'arsenic. L'un d'eux (XVIII) était momifié presque complètement, un autre (XVI) incomplètement.

On voit que, d'après nos observations, *la momification est plus fréquente chez les cadavres exempts d'arsenic que chez ceux qui en contiennent.*

IV. Conclusions.

Dans mon Mémoire cité plus haut, j'ai traité avec quelque détail des conditions qui favorisent le processus de la putré-

[1]) Le cadavre IX est ici compté parmi les cadavres exempts d'arsenic.

faction des cadavres. Ici, je me bornerai à les analyser plus succinctement.

Ces conditions sont de nature très différente, les unes ayant rapport au cadavre lui-même, les autres au milieu ambiant. Malheureusement, il n'est pas toujours possible de déterminer exactement l'influence de ces différentes conditions, parce qu'en cette matière il y a encore, comme on le sait, beaucoup de points non élucidés.

Au nombre des conditions intrinsèques sont comptés :

1) L'*âge*. On prétend généralement que les cadavres de très jeunes enfants se putréfient plus rapidement que ceux d'adultes et surtout de vieillards. Hofmann est d'avis, toutefois, que dans la grande majorité des cas les cadavres de nouveau-nés n'entrent pas plus vite en décomposition que les autres, mais que, à cause de leur volume moindre, la décomposition y est naturellement terminée en moins de temps. Il est hors de doute, par contre, que les cadavres d'enfants à la mamelle se putréfient plus tôt, surtout lorsque ces enfants ont succombé aux suites d'un catarrhe intestinal ; la paroi abdominale prend alors très vite une teinte verdâtre.

2) Le *sexe*, en lui-même, n'a aucune influence.

3) La *constitution* n'est pas sans importance pour la marche de la putréfaction. Tout le monde s'accorde à dire que les cadavres gras, corpulents, lymphatiques, subissent la décomposition plus tôt que les cadavres maigres et secs.

4) La *cause de la mort*. Les cadavres des personnes emportées par une maladie aiguë se décomposent, toutes choses égales d'ailleurs, plus rapidement que ceux des personnes mortes d'un mal chronique. Lorsque, toutefois, des personnes bien portantes meurent subitement, les cadavres, *coeteris paribus*, se putréfient moins vite. Mais à cet égard on rencontre des différences individuelles très remarquables, dont la raison intime est absolument inconnue. Casper et Liman en ont cité des exemples fort instructifs, et mon expérience personnelle est d'accord avec la leur.

Après certaines maladies aiguës, telles que la septicémie, la variole, le typhus, etc., la décomposition s'effectue très rapidement; les cadavres des cholériques au contraire, offrent une résistance plus longue, d'abord à cause des grandes pertes d'humeurs, et, en second lieu, à cause de l'évacuation de l'estomac et des intestins. Cette dernière particularité leur est commune avec les cadavres des personnes empoisonnées par l'arsenic.

Aux causes morbifiques suivantes est attribuée une influence accélératrice sur la décomposition: l'asphyxie par la fumée, par l'oxyde de carbone et par l'hydrogène sulfuré, les différentes autres variétés d'asphyxie (submersion, suffocation, strangulation), les poisons narcotiques, l'acide cyanhydrique, la morphine et autres poisons végétaux.

Comme poisons retardant la putréfaction, nous avons déjà nommé, plus haut, l'alcool, le sublimé, l'acide sulfurique, le poison des boudins et l'arsenic; il faut y ajouter le cyanure de potassium (Hofmann), le thymol (Husemann), le chlorure de zinc et l'antimoine (Taylor).

Les cadavres hydropiques se décomposent rapidement, par suite de la grande quantité d'eau qu'ils contiennent. C'est un fait confirmé par notre observation XVII et que jai eu fréquemment l'occasion de constater dans ma pratique anatomique.

On comprend aisément qu'aux conditions extérieures appartient une influence plus décisive sur la marche du phénomène de la décomposition. Parmi ces conditions extérieures de la putréfaction nous mentionnerons:

1) L'*air atmosphérique*. L'accès de l'air chargé de microbes est absolument nécessaire pour que la décomposition se produise. Entre certaines limites, plus cet accès est facile, plus la destruction sera accélérée. Mais lorsque l'air se renouvelle très rapidement et surtout lorsqu'il est en outre très sec, l'eau du cadavre s'évapore, la décomposition est empêchée et le cadavre peut se dessécher (se momifier).

C'est ainsi que le Dr. Ledder a expliqué la momification des cadavres dans le caveau de Wieuwerd, et je crois devoir admettre la même explication pour les momies de Voorburg.

2) La *température.* La température de l'air a une importance capitale, et cela s'applique aussi à l'eau et à la fosse. A basse température la putréfaction n'apparaît que lentement; le cadavre peut même geler et rester inaltéré pendant des années. Quand toutefois des cadavres ou des parties de cadavre dégèlent, la putréfaction fait, d'après mon expérience, de très rapides progrès.

Selon Taylor, une température comprise entre 21° et 38° C. est la plus favorable à la décomposition. Si la température est notablement plus élevée, et qu'en même temps l'air soit très sec, l'évaporation augmente considérablement et le cadavre se dessèche; c'est ce qui arrive aux cadavres d'hommes et d'animaux dans les déserts de l'Afrique et ailleurs.

3) L'*humidité.* Une quantité notable d'eau ou de vapeur d'eau est nécessaire pour que la putréfaction s'accomplisse. Dans des circonstances favorables, la forte proportion d'eau contenue dans le corps (65 % environ) y suffit amplement. Une grande partie de cette eau abandonne le cadavre peu de temps après que la décomposition a commencé. Si alors l'évaporation est active, si l'eau du cadavre s'écoule et qu'il n'en arrive pas du dehors en quantité suffisante, la proportion de liquide peut devenir trop petite pour la marche convenable de la putréfaction, et il se produira finalement une momification plus ou moins complète. Mais la putréfaction avance très rapidement quand l'apport d'eau est alternativement trop faible ou abondant.

Comme confirmation de l'influence de l'état d'humidité de l'air, la communication suivante a de l'importance. D'après Pettigrew, c'est surtout la sécheresse de l'atmosphère qui dans la Haute-Egypte entrave la putréfaction. Dans la Basse-Egypte, les momies ne tardent pas à se détruire quand elles

sont exposées au grand air. A Alexandrie, où l'air est très humide, Madden vit tomber en décomposition, en 40 heures, des momies qui étaient restées bien conservées durant 40 siècles peut-être.

L'accès de l'air au cadavre peut être entravé, ou même empêché de différentes manières. Il y a à considérer, sous ce rapport, les vêtements, le cercueil et la tombe.

4) Les *vêtements*. L'influence des vêtements, surtout des vêtements collants, sur la marche de la putréfaction, est très grande et géneralement reconnue; on la constate chez les cadavres submergés ou enterrés. Des communications très intéressantes sur l'action retardatrice des vêtements, aussi en cas d'inhumation, ont été faites par M. Creteur, qui fut chargé de la désinfection du champ de bataille de Sedan. Les manteaux en caoutchouc paraissent avoir agi le plus efficacement. M. Kiene a trouvé chez deux cadavres (après 10 et 18 ans), sous des bas probablement en laine, des parties de peau momifiées. Cette observation est ici du plus haut intérêt.

5) Le *cercueil*. Il y a à tenir compte, bien entendu, de l'espèce du bois, de l'épaisseur des parois, de l'occlusion plus ou moins parfaite. Les cercueils de métal, surtout ceux de plomb, hermétiquement fermés, s'opposeront le mieux à la putréfaction. Les bières d'épais bois de chêne rendront de meilleurs services que celles de léger bois de sapin. Dans notre observation XVII, la putréfaction avancée peut, à mon avis, être attribuée en partie à la mauvaise construction du cercueil.

6) La *tombe*. La nature du sol n'a pas, en elle-même, l'influence prépondérante qu'on est porté à lui prêter, à moins que ce sol ne contienne déjà beaucoup de matières putrescentes, animales ou végétales. Suivant une opinion répandue, les cadavres se décomposeraient plus rapidement dans le sable que dans l'argile ou le limon. La possibilité de l'accès de l'air et le degré d'humidité sont toutefois ici des facteurs

importants, et en outre il n'est pas indifférent que le degré d'humidité soit constant ou variable. L'état d'humidité du sol a une très notable influence sur l'accès de l'air. Les recherches de M. Fleck ont montré que du sable parfaitement sec laisse passer deux fois plus d'air que du sable saturé d'humidité. D'après M. Toussaint, la momification des cadavres serait favorisée par la présence du fer dans la terre du cimetière. Boucherie, du moins, a trouvé du fer dans la peau des momies du caveau St-Michel, à Bordeaux.

La situation plus ou moins élevée de la tombe, relativement au terrain avoisinant, a plus d'importance que la nature du sol. Le degré de constance de l'humidité en dépend.

La profondeur de la tombe joue également un rôle; elle met nettement en action les facteurs déjà nommés: température, accès de l'air, humidité.

Puisque des influences si diverses régissent la décomposition des cadavres, il est clair que le résultat aussi sera très différent. Par là s'explique, en outre, la grande discordance des données relatives au temps qui suffirait pour la destruction des parties molles.

Dans les expériences d'Orfila, les parties molles avaient déjà disparu au bout de 14, 15 ou 18 mois, même quand les cadavres avaient été mis en terre enfermés dans un cercueil et enveloppés d'un linceul. Suivant d'autres auteurs, un espace de 3 ou même de 6 années serait nécessaire pour la destruction totale des parties molles, — opinion qui fut combattue par Orfila. Taylor, au contraire, regarde comme probable qu'une durée d'environ 10 ans suffit ordinairement pour la décomposition complète des parties molles de cadavres enterrés dans des cercueils de bois, à parois minces.

A de pareils chiffres on ne peut, naturellement, attacher qu'une valeur très relative. L'état d'un cadavre, après un certain laps de temps, dépend en premier lieu et essentiellement de l'état dans lequel il a été confié à la terre. Si à ce moment la putréfaction est manifeste, ou déjà très avancée, la

destruction des parties molles s'opérera rapidement. Je renvoie aux remarques faites ci-dessus, au sujet de mon observation VIII. Quand au contraire, lors de l'inhumation, la putréfaction n'est pas encore commencée, ou peut s'attendre à ce que la décomposition sera plus tardive et suivra une marche plus lente.

Examinons maintenant de plus près, en ayant égard aux considérations qui précèdent, les observations étrangères dont il a été question antérieurement.

Pour les 19 cadavres non enterrés, nous sommes arrivés à ce résultat: que la différence dans le degré de putréfaction des divers cadavres s'expliquait, presque sans exception, par la saison où la mort avait eu lieu (c'est-à-dire par des différences de température) et par le temps écoulé depuis le décès; que, par conséquent, l'arsenic donné du vivant n'influe pas, dans les premiers jours après la mort, sur la décomposition du cadavre.

Quant aux 41 autres cas, il est naturellement plus difficile de tirer, des données qu'on possède, une conclusion bien motivée. Pour beaucoup de ces cas, en effet, il nous manque des renseignements à peu près indispensables. Néanmoins, des détails en apparence insignifiants m'ont souvent conduit à une explication satisfaisante.

Les 2 cas à faibles signes de putréfaction et les 9 cas à décomposition très avancée n'ont pas besoin d'éclaircissements ultérieurs; il en est de même des 13 cas où les parties molles avaient disparu en tout ou en majeure partie.

Comme suite à ce qui a été dit ci-dessus concernant le temps moyen exigé pour la destruction complète des parties molles, je rappelle les 8 cas où le cadavre avait séjourné plus de 6 ans sous terre et où les parties molles étaient entièrement consumées; dans tous ces cas, à un seul près, de l'arsenic fut trouvé dans les restes. Chez plusieurs de ces cadavres, les parties molles s'étaient détruites en un temps plus court que celui jugé nécessaire par Taylor pour les cadavres ordinaires,

c'est-à-dire exempts d'arsenic. La même remarque a naturellement encore plus de poids pour les cas (au nombre de 5) où la décomposition des parties molles s'était achevée en moins de 5 ans Ici encore, il n'y eut qu'un seul cas où la présence de l'arsenic ne put être constatée.

Finalement, il reste 17 cas dans lesquels furent trouvés des signes de momification. Le plus souvent il m'a été possible de découvrir la cause probable de l'état particulier des cadavres, sans avoir à invoquer l'influence de l'arsenic; pour quelques cas je crois même pouvoir fournir la preuve positive que l'arsenic n'a joué absolument aucun rôle dans le phénomène. Auparavant, je dois faire remarquer que presque tout ce qui retarde la décomposition est susceptible de favoriser la momification.

Dans 3 cas (1, 55, 57) [1]) l'amaigrissement pouvait être regardé comme la cause du bon état des cadavres. Pour les deux premiers cas, des raisons suffisantes m'autorisent à présumer cet amaigrissement; dans la troisième observation, il est expressément mentionné. En outre, il y a lieu de tenir compte, pour le cas 55, de l'epoque du décès (novembre) et de la situation du cercueil dans du sable sec, et pour le cas 57, de l'emplacement élevé du cimetière, dans un sol contenant du fer.

Deux personnes (30, 38) sont dites avoir été adonnées à la boisson. La première en outre, était déjà agée (62 ans) mourut en décembre et fut enterrée des le second jour après le décès: le cadavre était couvert de beaucoup de vêtements. Dans le cas 38, le cadavre fut examiné à deux reprises, la première fois 5 jours après la mort, au mois d'avril. Lors de cet examen, l'estomac et les intestins furent retirés du corps, ce qui peut avoir retardé la putréfaction.

Dans 5 cas (2, 20, 30 (v. ci-dessus), 45 et 55 (v. ci-dessus)), l'époque du décès a de l'importance; le n°. 2 mourut en janvier, le n°. 20 en novembre. En outre, dans ce dernier cas,

[1]) Nombres du tableau de mon Mémoire.

le cimetière était élevé et sec. Le n°. 45 mourut en décembre. Le cercueil était intact. La tombe se trouvait à la partie la plus élevée du cimetière, lequel était en pente.

Outre les cas 20, 55, et 57 (v. ci-dessus), il y en a 3 autres (5, 13, 14) dans lesquels la sécheresse du cimetière est expressément mentionnée.

Les 3 cas suivants présentent un intérêt tout spécial, vu que pour eux, à ce qu'il me semble, l'influence de l'arsenic peut être entièrement exclue.

Dans le premier de ces cas, le cercueil fut trouvé comme neuf au bout de 1½ ans, et dans le cadavre l'arsenic ne put être décelé; à l'ouverture du cercueil, toutefois, tous les assistants remarquèrent une odeur alliacée faible, mais nettement perceptible. Dans le second cas, la momification était presque complète; le cercueil se trouvait à 4—5 pieds de profondeur, dans un sol argileux très compact. Après 4 ans et 7 mois, les marques en coton rouge des chemises se lisaient encore facilement. La quantité de l'arsenic trouvé était faible. Dans le troisième cas, le sol du cimetière était absolument sec et consistait en argile compacte, mêlée d'un peu de sable. Le cercueil, au bout de 6 ans, était parfaitement conservé; même la teinture rouge, dont il avait été enduit, se montrait intacte. Dans la paroi abdominale, momifiée, on ne découvrit pas d'arsenic.

En dehors de l'arsenic administré, qui dans le premier cas ne put même être décelé et dont, dans le dernier cas, la paroi abdominale était exempte, il doit donc avoir existé des conditions ayant eu pour résultat le bon état de conservation, après un temps relativement long, non seulement des cadavres, mais aussi des cercueils et même des marques de la chemise. Pour les deux derniers cas, une de ces conditions doit être cherchée dans le sol du cimetière; dans le premier cas, rien n'a été noté à cet égard.

Des 17 cas de momification, il n'en reste donc que trois (4, 6, 56) pour lesquels je n'ai pu trouver aucune explication

du phénomène. Je ferai remarquer, toutefois, que dans ces trois cas la putréfaction était très avancée, que la momification n'était que partielle et se rencontrait surtout dans la paroi abdominale. En outre, pour les deux premiers de ces cas, les renseignements sur l'état du cimetière ou bien sont incomplets, ou bien manquent entièrement.

Essayons maintenant d'expliquer la momification relativement fréquente de la paroi abdominale.

Lorsque, au cours de la décomposition, l'eau propre du cadavre se perd par évaporation et que la perte n'est pas réparée par un apport du dehors, celles des parties molles qui ont relativement une large surface et peu d'épaisseur se dessècheront (se momifieront) les premières. L'évaporation est en outre favorisée, comme on sait, par la destruction de l'épiderme. Or, on peut admettre que l'épiderme manque dans la plupart des cas dont il s'agit ici. Sur la momie du caveau St. Michel à Bordeaux, examinée par M. Czermak, et d'ailleurs bien conservée, il ne restait que des vestiges très indistincts de l'épiderme et même du corps papillaire. La paroi abdominale répond aux conditions ci-dessus posées (surface relativement grande et faible épaisseur), et c'est là, je pense, la cause principale de sa momification fréquente. Cette opinion est confirmée par la circonstance que d'autres parties du corps, satisfaisant aux mêmes conditions, se rencontrent tout aussi souvent à l'état de momification; telles sont, par exemple, la paroi thoracique, la peau du sternum, de l'avant-bras, du carpe, du genou et du tarse, celle des mains et des doigts. La peau du front, du nez, des oreilles, des paupières, ainsi que le cuir chevelu, paraissent faire exception à cette règle. Mais il faut considérer que ces dernières parties sont ordinairement laissées à découvert par les vêtements, que les mouches et autres insectes déposent fréquemment leurs œufs aux coins de la bouche et des yeux, et qu'ainsi les parties en question sont plus exposées que les autres à l'action destructrice des vers, etc. En ce qui concerne le cuir chevelu,

il y a encore la circonstance que les cheveux sont hygroscopiques à un haut degré, de sorte que, même chez des cadavres assez complètement momifiés, on les trouve très humides. La momification de la peau recouverte par les cheveux est ainsi empêchée.

Outre la cause déjà indiquée pour la momification fréquente des parois abdominales et thoraciques, je crois en avoir trouvé une autre dans la présence, autour du ventre, de vêtements et de ceintures de laine (nos. 23, 56). Antérieurement déjà, il m'avait paru probable que cette couverture de laine devait influer sur le phénomène de la momification. L'observation précitée de Kiene, qui chez des cadavres exempts d'arsenic trouva des parties de peau momifiées sous des bas probablement de laine, vient à l'appui de cette opinion.

Au sujet de mes observations personnelles je puis être très bref, après ce qui en a été dit à la fin du chapitre III.

Les 13 cadavres enterrés avaient tous été soumis aux mêmes conditions, en ce qui concerne la nature des cimetières. Eu égard au temps écoulé depuis la mort, il y avait — que le cadavre contînt ou non de l'arsenic et quelle que fût la quantité du poison trouvé — peu de différence à remarquer dans la marche de la putréfaction. Seule notre observation VIII constitue sous ce rapport une exception, dont il a déjà été rendu compte plus haut. La momification des mains (XVII, XII) s'explique aisément par ce qui a été dit de l'évaporation des parties du corps qui présentent une surface relativement large et une épaisseur relativement faible.

A propos de la momification presque complète du cadavre de Johannes Lepelaar (XIV), je noterai encore que les parties de la peau tournées vers le fond du cercueil étaient blanches, molles et, par endroits, semblaient toutes fraîches. Il convient de mentionner aussi que l'arsenic trouvé dans le foie était en quantité moindre que chez d'autres cadavres non momifiés, et, finalement, qu'un autre cadavre, ne contenant pas trace d'arsenic, offrait des signes indéniables de momification.

Comme contrôle, notre observation XVIII est des plus intéressantes. Placé dans des conditions favorables (tombe sèche, cercueil épais et bien fermé, abondance de vêtements de laine, décès au milieu de l'hiver), le cadavre, exempt d'arsenic, de cette jeune femme corpulente se momifia presque complètement dans l'espace de 2 années.

On a souvent prétendu que surtout l'estomac et les intestins se conservent bien sous l'influence de l'arsenic administré; à cet égard, je rappelle les importants résultats de notre observation XV. Dans un cadavre exempt d'arsenic, qui était resté en terre depuis le 3 juillet 1882 jusqu'au 10 janvier 1884 (c'est-à-dire pendant plus de $1\frac{1}{2}$ ans), l'estomac et les intestins étaient si bien conservés qu'on pouvait dire avec certitude quelle nourriture l'homme avait prise en dernier lieu.

Voici donc les résultats auxquels nous sommes arrivés:

Le degré de putréfaction des cadavres contenant de l'arsenic est, pendant les premiers jours après la mort (avant l'inhumation), principalement déterminé par les conditions de température.

Dans la tombe, les progrès de la décomposition sont quelquefois rapides, d'autres fois lents. Abstraction faite de l'influence de l'arsenic, la décomposition lente a pu, dans presque tous les cas, être expliquée d'une manière satisfaisante.

Pour un grand nombre de cas il est démontré que l'arsenic administré n'influe ni sur la décomposition ni sur la momification, et dans presque tous les autres cas la cause probable de la momification a pu être trouvée ailleurs.

Finalement, je crois pouvoir formuler les conclusions suivantes:

1) La momification des cadavres se présente très fréquemment.

2) Les observations de contrôle, faites par d'autres et par moi-même, prouvent que les cadavres

exempts d'arsenic, placés dans les mêmes conditions que des cadavres contenant de l'arsenic, se conservent tout aussi bien que ceux-ci et peuvent aussi se momifier.

3) La momification relativement fréquente des parois abdominales et thoraciques, de la peau entourant les articulations du carpe, du genou et du tarse, et de la peau des mains et des doigts (pieds et orteils) s'explique très bien, indépendamment de toute influence de l'arsenic.

4) Il n'y a pas (notamment pour les doses toxiques) de soi-disant momification arsénicale.

5) La momification des cadavres n'a aucune valeur comme preuve judiciaire d'empoisonnement.

LEIDEN, 25 janvier 1886.

DE LA CECIDIE PRODUITE PAR LE NEMATUS CAPREAE SUR LE SALIX AMYGDALINA,

PAR

M. W. BEYERINCK.

Les galles ou cécidies des feuilles des Saules, dues à la piqûre de Tenthrédines, peuvent être partagées d'après leur configuration en deux groupes, suivant qu'elles ont la forme d'un corps plus ou moins arrondi, fixé sur la feuille par un col ou pédicule court, ou bien celle d'un épaississement faisant une saillie égale à la face supérieure et à la face inférieure du limbe foliaire. Les principales espèces indigènes qui appartiennent au premier groupe sont la cécidie sphérique et lisse produite par le *Nematus viminalis* sur le *Salix purpurea*, et la cécidie velue, irrégulièrement oblongue ou pyriforme, que le *Nematus pedunculi* fait naître sur le *Salix aurita*.

La forme indigène la plus connue du second groupe est la cécidie du *Nematus Capreae* (syn. *Nematus Vallisnerii*), qui se développe de préférence sur le *Salix amygdalina*, mais que de temps en temps on rencontre aussi en abondance sur le *Salix alba*. Je dois dire, toutefois, que dans mes expériences les insectes sortis des galles du *Salix alba* refusèrent toujours de déposer leurs œufs dans les feuilles du *Salix amygdalina*, et réciproquement; néanmoins, entre les insectes provenus de ces cécidies, il n'existe aucune différence appréciable.

La plus belle et la plus grande cécidie de ce groupe est l'excroissance violet foncé déterminée sur les feuilles du *Salix purpurea* par le *Nematus vesicatrix*, excroissance que j'ai fré-

quemment observée dans les vignobles de l'Alsace. Je doute que cette forme soit indigène; par contre, outre l'espèce déjà nommée, j'en ai encore trouvé trois autres dans les limites de notre pays.

J'ai examiné attentivement le mode de formation des cécidies du *Nematus Capreae* et du *N. viminalis*; celui des autres espèces ne doit pas en différer quant aux points essentiels. Dans ma description, je m'attacherai plus spécialement au *Nematus Capreae*, espèce si répandue que tout le monde pourra répéter mes observations.

Le *Nematus Capreae* se montre chaque été en deux générations. Pour la première fois, on voit apparaître cette petite mouche à scie à la fin du mois de mai. Elle cherche alors les très jeunes feuilles, encore condupliquées et étroitement rapprochées les unes des autres, du bourgeon terminal des rameaux de saule, qui à cette époque croissent rapidement; elle se place, la tête tournée vers le bas, sur la face dorsale d'une petite feuille, et y pratique une plaie au moyen de sa scie composée de quatre lames chitineuses, à laquelle elle imprime un mouvement de va-et-vient dans un plan parallèle à l'épiderme supérieur et inférieur. Il se forme ainsi une petite plaie triangulaire plate, dont la large base se trouve juste au milieu de l'épaisseur de la feuille et dont la fine ouverture correspond au sommet du triangle. Cet orifice, contigu à une nervure, se ferme plus tard par une petite couche de liège et demeure visible, pendant toute la vie, au bord de la galle. En arrière, dans la partie élargie de la plaie, l'insecte dépose son œuf, et l'espace restant est rempli par une gouttelette de mucus, provenant de la „vésicule du venin." Après un ou deux jours déjà, l'accroissement anormal de la feuille commence à se manifester. Au bout de quinze jours ou trois semaines, la cécidie est mûre et a pris tout son développement. Si, dès qu'elle est arrivée à cet état, on la coupe par le milieu, on y trouve d'abord une cavité relativement assez spacieuse; dans celle-ci se voit l'œuf, encore fermé et n'ayant en apparence subi aucun changement,

bien qu'à l'intérieur de la coque il existe déjà une petite larve parfaitement développée dans toutes ses parties. Aussitôt que cette larve a percé la coque de l'œuf, elle commence à ronger, pour s'en nourrir, l'épaisse paroi verte qui tapisse son habitation. Vers la fin de juin, la larve, qui alors a atteint 1 cm. de longueur, pratique avec ses mandibules dans la paroi de la cécidie une ouverture ronde, destinée initialement au curage et à l'aérage; quelques jours plus tard, l'animal lui-même quitte sa demeure par cette ouverture, tombe à terre, se file une coque brun foncé et s'y change en nymphe, d'où l'on voit sortir au mois d'août, à l'état parfait, la seconde génération. Celle-ci trouve à son tour de jeunes rameaux de saule et mène le même genre de vie que la première génération. Sa progéniture passe l'hiver dans les coques, disséminées sur et dans la terre meuble qui entoure le pied des cépées de saules.

Dans la première génération du *Nematus Capreae* les mâles manquent complètement, et dans la seconde on n'en rencontre que quelques rares exemplaires. Enfermés dans des filets de gaze, mes hyménoptères, aussi bien ceux de la seconde génération que ceux de la première, se sont reproduits par voie agame, et je présume que, dans ce cas, la parthénogenèse peut se continuer indéfiniment, sans effets nuisibles.

Chez le *Nematus viminalis* j'ai trouvé beaucoup de mâles, mais, ici encore, les femelles prédominaient numériquement. A l'intérieur de mes filets de gaze, la parthénogenèse réussit également pour cette espèce, dont, toutefois, je n'ai examiné que la seconde génération.

Dans la feuille adulte du *Salix amygdalina* on trouve, outre les faisceaux vasculaires, 9 assises de cellules, savoir : l'épiderme supérieur, 2 assises de parenchyme à cellules en palissades, 4 assises de cellules mérenchymateuses riches en chlorophylle, une assise cellulaire incolore ou contenant très peu de chlorophylle, à larges espaces intercellulaires, enfin, l'épiderme de la face inférieure. Dans les nervures un peu épaisses se voient des faisceaux vasculaires doubles, séparés par 2 ou 3 couches

de parenchyme à petites cellules; ils se regardent par leurs faisceaux ligneux, de sorte que les faisceaux vasculaires supérieurs ont une disposition inverse de celle qu'on observe dans la plupart des autres feuilles. Dans les nervures plus fines, toutefois, les faisceaux vasculaires ont la situation normale.

L'insecte dépose son œuf au milieu des 4 assises de cellules mérenchymateuses dont il a été question ci-dessus. L'hypertrophie qui en résulte devient visible en premier lieu près de l'ouverture de la plaie; de là elle s'étend peu à peu dans la direction de l'œuf placé au fond de la plaie, et c'est au voisinage de cet œuf qu'elle continue le plus longtemps, de sorte qu'à l'extrémité postérieure la cécidie devient un peu plus épaisse qu'en avant. Tous les tissus vivants, sans exception, prennent part à l'accroissement anormal. Les quatre assises mérenchymateuses et les cellules appartenant aux faisceaux vasculaires forment à l'intérieur de la cécidie une masse de tissu à petites cellules, coloré en vert intense, qui constitue l'aliment de la larve et tranche fortement sur le tissu incolore ou rouge auquel donnent naissance les autres couches cellulaires de la feuille; ce dernier tissu est pauvre en contenu, mais, grâce à l'épaississement des parois de ses cellules, il fournit à la larve quelque protection contre l'aiguillon des Ichneumonides qui la poursuivent. Le tissu vert, avec les faisceaux vasculaires qui y appartiennent, paraît devoir être regardé comme l'homologue du cylindre central des tiges et des racines. Dans la cécidie, le contraste entre ce tissu et les autres parties est beaucoup plus prononcé que la différence entre les tissus correspondants de la feuille non modifiée, de sorte que la somme des changements déterminés par la production de la galle doit, au point de vue anatomique, être jugée très importante.

Si l'on prépare dans une goutte d'eau l'appareil génital du *Nematus Capreae*, en l'isolant des segments chitineux de l'abdomen, on y retrouve la même structure que cet appareil possède dans les autres sections des Hyménoptères. Les trois

parties suivantes attirent immédiatement le regard: d'abord les ovaires, qui ne présentent rien de particulier, puis la „glande venimeuse" et enfin la „vésicule du venin". La glande venimeuse consiste en un système de tubes ou plutôt de fils relativement épais, élégamment ramifiés et d'une structure assez compliquée, fils qui ressemblent tout à fait à ceux des vraies glandes venimeuses des guêpes, des bourdons et des abeilles. Un caractère remarquable de cet organe, c'est qu'au centre des fils se trouve un tube très fin, manifestement assez résistant pour constituer un canal toujours ouvert, propre à conduire dans la vésicule le produit de la sécrétion. Dans ce tube débouchent une multitude de petits tubes latéraux, en nombre probablement égal à celui des cellules sécrétantes qui existent dans la glande.

La vésicule, de forme sphérique et d'un diamètre d'environ $\frac{1}{2}$ mm, contient essentiellement une humeur visqueuse, hyaline, formée d'une matière protéique, qui par plusieurs de ses caractères est comparable à l'albumine, dont elle diffère d'ailleurs complètement au point de vue physiologique. Le venin de la vésicule des guêpes, abeilles et bourdons est également une matière albuminoïde [1]), et, suivant Fayrer, le venin du serpent cobra est une substance albumineuse qui doit être assimilée à la ptyaline de la salive.

La production de la cécidie du *Nematus* dépend indubitablement de la matière que la glande venimeuse sécrète et qui est par conséquent homologue au venin des Hyménoptères aculéates. Cela résulte en premier lieu de ce fait, que toute plaie due à l'insecte, même quand elle ne reçoit pas d'œuf, n'en donne pas moins naissance à une cécidie, beaucoup plus petite à la vérité que celle dans laquelle se développe plus tard une larve, mais pourtant semblable à elle sous tous les

---

[1]) Le venin contenu dans la vésicule de guêpes conservées une couple d'années dans l'alcool était coagulé, mais, introduit dans une piqûre faite à ma main, il manifesta encore son activité, bien qu'affaiblie.

autres rapports [1]). Lorsque l'insecte ne dépose pas d'œuf dans la plaie qu'il vient de faire, la quantité de matière albuminoïde qui y est versée par la vésicule est toujours beaucoup moindre que lorsqu'un œuf est pondu dans la plaie. Par l'observation attentive on peut aisément s'assurer de ce fait, très remarquable, que le volume de la cécidie est toujours proportionné à la grandeur de la plaie et à la quantité d'albuminoïde qui y a été introduite [2]). La seconde preuve, à l'appui de la proposition que la formation de la cécidie ne procède pas de l'œuf ou de la larve, mais de l'insecte parfait, repose sur l'expérience suivante.

Dès que la tenthrédine a pondu son œuf, il est facile, en s'aidant d'une forte loupe, d'observer cet œuf à l'intérieur de la feuille et de le transpercer avec une fine aiguille. Cela n'a pas pour résultat d'empêcher la formation de la galle; autant que le permet la lésion brutale par laquelle tant de cellules de la petite feuille ont été détruites, cette galle croît normalement; bien entendu, elle reste toujours petite. Ni l'œuf ni la larve ne sont donc nécessaires à la production de la tumeur. Leur présence exerce toutefois une certaine influence sur la régularité du développement, ce qui doit peut-être s'expliquer par la circonstance que la larve prend dans la coque de l'œuf un accroissement notable, pour lequel elle enlèvera des matières nutritives — des albuminoïdes, notamment, — aux tissus, en voie de croissance rapide, de son habitation.

Depuis longtemps il m'avait paru qu'il y aurait un grand intérêt à résoudre avec certitude les questions suivantes: Les matières qui déterminent l'hypertrophie des tissus, lors de la

---

1) La blessure en elle-même n'est pas la cause de l'accroissement anormal, car d'autres Tenthrédines font dans les feuilles du saule des plaies tout à fait analogues sans qu'il en résulte d'excroissance.

2) Des expériences d'injection artificielle, pratiquées sur des feuilles de saule avec le contenu de la vésicule du *Nematus*, ne donnèrent qu'un résultat douteux ou échouèrent complètement, — ma main ne pouvait rivaliser avec l'outil de l'hyménoptère.

formation des galles, sont-elles de nature à occasionner une altération persistante du protoplasma de la plante, soit en le modifiant chimiquement, soit en s'accroissant et se reproduisant elles-mêmes avec toutes leurs propriétés, cas où elles aussi devraient être regardées comme des matières vivantes? Ou bien, la quantité de ces matières est-elle pour chaque cécidie un apport fixe, qui est bientôt consommé par le fait de l'accroissement anormal, après quoi le protoplasma impliqué dans celui-ci, et non modifié dans sa constitution chimique, peut revenir à l'état initial?

Au début, j'avais espéré trouver la réponse à ces questions en croisant des Cynipides et en cultivant les cécidies produites par les œufs à fécondation croisée et par les œufs des bâtards. A cet effet, pendant plusieurs années consécutives, je fis une série d'expériences d'hybridation sur les deux seules espèces de ces gallicoles que je pouvais élever en quantité suffisante, savoir, le *Rhodites Rosae* et le *R. Mayri*. Mais, bien que les cécidies obtenues fussent très remarquables, elles ne donnèrent pas lieu à des conclusions positives, parce qu'il restait toujours des doutes concernant leur origine véritable, doutes tenant surtout à la parthénogenèse, qui est de règle chez ces animaux [1]).

Par une autre voie, toutefois, je parvins à trancher la question principale.

En supposant que la substance impliquée dans la formation de la cécidie soit, tout comme le protoplasma de la plante, une matière vivante apte à s'accroître indéfiniment, ou une matière imprimant au protoplasma de la plante une modification persistante, il faut,

[1]) Les femelles fécondées de ces deux espèces peuvent, de même que la reine-abeille, pondre des œufs fécondés et des œufs non fécondés, de sorte que dans les galles mixtes (multiloculaires) apparaissaient, déjà pour cette raison, les mélanges de caractères les plus hétérogènes. En outre, les hybrides de première génération sont fertiles aussi bien parthénogiquement que par sexualité; dans les galles de leur progéniture les caractères originaux ont une grande tendance à se disjoindre. On s'imagine aisément la complexité morphologique qui doit résulter de ces causes multiples!

si l'on réussit à pousser le développement de la cécidie ou d'une de ses parties au-delà du terme auquel il s'arrête ordinairement, que les caractères de cette cécidie restent invariablement les mêmes. Si, au contraire, la matière cécidiogène ne peut ni s'accroître elle-même, ni créer un nouveau protoplasma susceptible de reproduction, on doit, en cas de surdéveloppement, voir reparaître les caractères de l'organe d'où la cécidie est née.

L'expérience a prouvé que c'est cette seconde éventualité qui se réalise: Une cécidie produite par une tige feuillée se change, en cas de croissance dépassant le degré ordinaire, en rameau feuillé parfaitement normal; — une racine modifiée par cécidiogenèse se change, dans les mêmes circonstances, en racine normale; — une feuille modifiée par cécidiogenèse, en feuille normale.

Les belles cécidies dites „roses de saule", produites par le *Cecidomyia rosaria* sur le *Salix alba*, sont très propres à démontrer la première partie de la proposition ci-dessus. Si l'on tue de très bonne heure, par une piqûre d'aiguille, la petite larve qui se trouve au centre de la rosette de feuilles, dans le point végétatif, et qu'on supprime les rameaux latéraux qui poussent vigoureusement immédiatement sous cette rosette, on réussit à faire développer quelques-uns des bourgeons rudimentaires cachés à l'aisselle des feuilles de la cécidie elle-même. Ces bourgeons forment alors chacun un rameau feuillé, dont les feuilles inférieures sont semblables aux feuilles si profondément modifiées de la rose de saule, tandis que les suivantes deviennent de plus en plus normales à mesure qu'on se rapproche du sommet du rameau, et finalement ne diffèrent plus en rien des feuilles ordinaires. Quelques-uns des petits rameaux nés de la cécidie portent même dès l'origine des feuilles normales. La matière sécrétée par la larve reste donc manifestement, dans ce cas, une quantité limitée, qui n'est pas susceptible d'accroissement propre et qui ne communique pas au protoplasma une modification chimique durable.

J'ai observé des phénomènes tout à fait analogues lors du développement ultérieur des „balais de sorcières" du bouleau

et des cécidies en lesquelles se transforment les bourgeons du *Corylus Avellana* piqués par le *Phytoptus Coryli.*

Quant aux racines modifiées par formation de cécidie, la preuve que, en cas de croissance ultérieure, elles reviennent à leurs caractères originels, nous est fournie par l'intéressante cécidie que le *Cecidomyia Poae* détermine sur le *Poa nemoralis.* La partie essentielle de cette cécidie est un faisceau très bizarre de racines ayant subi une altération caractéristique, racines qui percent la tige à une assez grande hauteur au-dessus du sol. Si des chaumes portant une pareille cécidie sont traités comme bouture, et plantés à l'ombre dans une terre meuble et riche en humus, on voit chez quelques exemplaires apparaître aux sommets des racines transformées en cécidiorhizes, ou immédiatement sous ces sommets, des racines de *Poa* parfaitement normales [1]). La transition est brusque; la matière qui avait joué un rôle dans la production de la cécidie était donc entièrement épuisée lorsque survint une nouvelle phase d'accroissement.

Pour ce qui regarde, en troisième lieu, les cécidies naissant sur des feuilles, elles non plus ne peuvent croître au-delà de leur mesure ordinaire sans perdre leurs caractères spécifiques de galles. C'est ce que j'ai observé par rapport aux appendices filamenteux dont sont hérissés les bédégars, c'est-à-dire les cécidies multiloculaires produites par le *Rhodites Rosae* sur nos rosiers sauvages (*Rosa rubiginosa* et *R. canina*). Ces cécidies provenant de la métamorphose de feuilles, il est difficile d'en activer la croissance par la taille des arbrisseaux qui les portent. Néanmoins, en supprimant les gourmands et d'autres branches latérales, on peut favoriser quelque peu la nutrition; si l'opéra-

---

[1]) Un bourgeon existant au voisinage des racines transformées en cécidiorhizes, il est possible de faire développer des galles les plus fortes une plante complète. Un pied très vigoureux de *Poa nemoralis*, obtenu de cette manière, a fleuri dans mon jardin, à Delft. Je n'ai pu y découvrir rien de particulier; la plante était auto-fertile, et elle a porté, pendant l'été de 1886, une grande quantité de graines mûres.

tion est pratiquée de bonne heure, alors qu'on voit encore briller les œufs à la surface de la jeune cécidie, quelques-uns des filaments se développent plus tard en une petite feuille simple, ou même en une petite feuille pennée. Lorsque la feuille ainsi formée est simple, elle consiste en un petit limbe, placé au sommet d'un long filament, qui vers le bas est resté tout à fait normal. Anatomiquement, ce petit limbe foliaire ne se distingue pas du limbe des feuilles normales, et pourtant ses cellules sont le produit de cellules mères ayant fait partie des appendices si remarquables de la galle. Les petites feuilles pennées diffèrent des feuilles ordinaires d'abord par leur faible dimension, qui ne dépasse pas une couple de centimètres, ensuite par la circonstance que le rachis, entre les folioles, s'est très peu développé en longueur; mais, dans ce cas encore, la structure anatomique de la substance de la feuille est entièrement normale.

Un autre résultat, intimement lié à la proposition précédente, s'exprime ainsi: Si les tissus d'une cécidie possèdent la faculté de donner naissance à un organe nouveau, hétérogène par rapport à l'organe-mère de la cécidie, cette néoformation ne diffère en aucune façon appréciable des parties homologues normales de la plante qui porte la cécidie. J'ai réussi à mettre ce fait en évidence dans le cas suivant.

Les cécidies des *Nematus* possèdent une vitalité extraordinaire. Celles du *Nematus Capreae* se trouvent encore vivantes longtemps après que la feuille elle-même est déjà pourrie. A cet égard, toutefois, ce sont surtout les belles galles du *Nematus viminalis* sur le *Salix purpurea* qui présentent des propriétés vraiment étonnantes. Quoique abandonnées par leurs habitants dès le commencement de l'automne, et passant l'hiver enfouies dans l'humus humide, non seulement elles restent parfaitement turgescentes, mais plusieurs d'entre elles peuvent encore commencer, l'été suivant, une vie nouvelle, qui se manifeste d'abord par un léger accroissement total, et par la production d'une petite quantité de chlorophylle. L'hiver

dernier, j'ai conservé un certain nombre de ces galles dans mon laboratoire à Delft; celles que j'avais mises dans de l'eau sucrée sont encore vivantes (juin 1887), mais elles n'ont rien engendré de nouveau et leur vie est entravée par des moisissures, que je n'ai pas su éliminer. Un seul individu, par contre, faisant partie d'un ensemencement considérable sur du sable humide, a poussé une belle racine, d'un centimètre de longueur, dans sa cavité intérieure. La cécidie elle-même prend naissance sur la feuille du saule, au sein des tissus appartenant à la nervure médiane dans laquelle l'insecte dépose invariablement son œuf. La racine cécidiogène se trouve intimement liée à cette nervure, et correspond avec précision au phloème de son côté inférieur (dorsal). J'ai consacré cette racine, la seule qui se soit formée jusqu'ici dans mes cultures, à l'étude microscopique; d'après ce que j'ai vu, je crois devoir la déclarer parfaitement identique à toute autre racine grêle, de structure primaire, qui s'insère sur les tiges ou les racines du *Salix purpurea* [1]).

Une fois établi que la matière cécidiogène n'est nullement une matière vivante, apte à se reproduire spontanément, et qu'elle ne communique pas non plus une modification permanente au protoplasma vivant impliqué dans la formation de la galle, il est clair que cette formation ne saurait jeter du jour sur le problème de la variabilité, car l'essence de ce grand processus physiologique consiste précisément dans la production de nouvelle matière vivante, capable d'accroissement indéfini [2]). Les cécidies ne peuvent être transmises héréditairement.

---

[1]) Je crois qu'il sera facile de renouveler cette observation, dont l'intérêt doit frapper tout le monde. Jusqu'ici aucun auteur ne paraît avoir mentionné, même en général, la formation de racines par des feuilles de saules.

[2]) De la matière vivante est produite dans quatre processus différents, celui de la génération spontanée, celui de la variation (y inclus les accidents

La question ultérieure, à savoir si les matières qui provoquent la formation de cécidies doivent être considérées comme des albuminoïdes ordinaires, jouant le rôle d'aliment très substantiel, ou bien comme des corps enzymatiques, produisant un effet hors de proportion avec la quantité de la matière qui y donne lieu [1]), — cette question est plus facile à résoudre que la précédente. Pour cela, revenons au *Nematus Capreæ* et au *Salix amygdalina.*

Un simple coup d'œil sur la taille de l'insecte, comparée à la quantité (environ une centaine) des cécidies qu'il peut produire et sous la charge desquelles les branches de saule fléchissent, suffit pour nous convaincre qu'il doit intervenir ici des actions d'une nature toute spéciale. Si l'on cherche à calculer combien de matière albuminoïde, tant de l'œuf que de l'humeur épanchée, est introduite dans chaque plaie, ce qu'il est facile de faire en déterminant le volume de la vésicule à venin, le nombre des œufs et les dimensions de ceux-ci, on trouve une quantité s'élevant à environ 0,06 mm. cube; plus de la moitié en appartient à la masse de l'œuf, qui est inactive, comme nous l'avons vu. La comparaison de cette quantité avec le volume du protoplasma vivant de la cécidie, volume

---

gemmigènes), celui du développement et de la croissance, et celui de la cécidiogenèse. Au point de vue théorique, la variation ne diffère de la génération spontanée qu'en ce que, dans la première, il y a déjà de la matière vivante en action, ce qui n'est pas le cas dans la seconde; dans toutes les deux, il se forme quelque chose de nouveau. Lors de la croissance et du développement, rien de nouveau n'apparaît, mais il y augmentation de ce qui existait déjà: il en est de même pour la cécidiogenèse. Les monstruosités ressortissent pour la plupart à la variation: quelques-unes pourtant résultent de lésions, ou autres causes extérieures affectant les tissus embryonnaires. Les premières ont ou n'ont pas de permanence; les secondes sont passagères par essence, et se laissent parfois reconnaître à une *diminution* dans le volume total de leurs tissus vivants, en comparaison avec les organes normaux correspondants: dans ce cas, il y a eu destruction de matière vivante embryonnaire.

[1]) Certains sels inorganiques agissent également de cette façon, dans le processus de la croissance et du développement.

qui, évalué par estime, dépasse certainement 10 mm. cubes, montre que ce sont là deux grandeurs d'ordre différent; eu égard à la description donnée ci-dessus, il semble donc prouvé que la matière spécifique sécrétée par le *Nematus Capreæ* — et je ne vois aucune raison pour ne pas étendre cette conclusion à toutes les autres cécidies — est un albuminoïde qui n'agit pas comme de l'albumine nutritive ordinaire, laquelle ne pourrait produire qu'une quantité équivalente de protoplasma et rien de plus, mais comme un corps enzymatique, dont l'effet, exprimé en nombre, est d'un autre ordre que la masse agissante.

Il va sans dire que, sous d'autres rapports importants, les enzymes, d'après ce qu'on en sait aujourd'hui, ne se laissent pas assimiler aux albuminoïdes cécidiogènes, et la fonction éminemment physiologique de ces derniers rend peut-être opportun de leur assigner le nom d'enzymes protoplasmiques.

Nous avons vu, plus haut, que la dimension des cécidies du *Nematus Capreæ* dépend de la quantité de la matière active que l'insecte verse dans la plaie. Bien que, pour les enzymes ordinaires, il se passe quelque chose d'analogue, puisque les mieux connus, la diastase et la pepsine, ne transforment que des quantités limitées d'amidon et d'albumine, il me semble que l'action des enzymes protoplasmiques devra être expliquée d'une autre façon. On pourrait admettre, par exemple, que la matière cécidiogène pousse à un développement exagéré une espèce déterminée de molécules vivantes du protoplasma, et qu'à celles-ci il sert d'aliment direct, au sens chimique; simultanément, les autres espèces de molécules protoplasmiques se développeraient passivement et à un moindre degré, en se nourrissant de l'albumine ordinaire de la plante-mère.

Toutes les observations précédentes concourent à établir ce fait, que l'ensemble des caractères de la plante nourricière se retrouve dans le protoplasma des cécidies. Il vaut certainement la peine de rechercher si le degré de permanence

ou la force héréditaire des caractères de la plante, a ou n'a pas d'influence, en ce qui concerne cette forme particulière de transmission. Mon opinion à cet égard est fixée depuis longtemps, par l'observation attentive des cécidies produites sur cette remarquable classe de variétés instables appelées „accidents" par les horticulteurs, „*bud-variations*" par Darwin. Ce sont surtout les différentes variétés de chênes cultivées dans les jardins, et dont l'histoire et le degré de stabilité sont assez bien connus, qui se prêtent à cette étude. J'ai rassemblé à ce sujet un certain nombre d'observations, dont voici quelques exemples.

Les galles des *Cynips Kollari*, *C. fecundatrix* et *C. folii*, produites sur le *Quercus pedunculata* var. *variegata*, sont elles-mêmes panachées; ces mêmes cécidies, nées sur le *Quercus pedunculata* var. *atropurpurea*, sont pourpre foncé [1]). Les cécidies du *Cynips fecundatrix* sont communes dans les jardins sur le *Quercus sessiliflora* var. *asplenifolia*. Si, fait assez fréquent, une squamule de la galle prend la forme d'une vraie feuille, cette feuille est pennée comme dans la plante nourricière. J'ai fait une observation analogue par rapport à la même cécidie développée sur le *Quercus pedunculata* var. *laurifolia*; ici, la feuille métamorphosée possède un limbe entier. On doit conclure de ces observations que, lorsque l'œil ne saurait distinguer la galle du *Cynips Kollari* crûe sur le *Quercus pedunculata* var. *heterophylla*, de cette même cécidie sur le chêne type, il n'est pourtant pas douteux que les caractères de cette variété de chêne extrêmement instable soient présents dans le protoplasma de tous les tissus de la galle en question. Il me semble superflu de donner plus d'exemples; je veux seulement mentionner encore que j'ai

---

1) Il faut dire pourtant que, parmi les galles du *Cynips baccarum* nées sur les feuilles de ce chêne pourpre, j'en ai trouvé non seulement de cette couleur, mais aussi de parfaitement vertes. Je doute aussi que cet arbre soit bien réellement un „accident": je présume qu'il s'est montré pour la première fois dans un semis.

retrouvé toutes les différences par lesquelles les *feuilles* des *Rosa canina*, *R. rubiginosa*, *R. rugosa* [1]) et *R. acicularis* se distinguent l'une de l'autre, dans les *filaments des bédégars* produits sur ces feuilles par le *Rhodites Rosae*.

En somme : chaque caractère héréditaire de la plante, même le plus infime et le plus instable, se retrouve dans la cécidie, et le degré de permanence ou la force héréditaire d'un caractère est parfaitement indifférent quand il s'agit de la transmission de ce caractère par une plante à sa cécidie.

En face de cette vérité, il faut conclure qu'il existe une affinité extrêmement étroite entre l'essence vitale d'une cécidie et celle de sa plante nourricière.

Tout cela établi, une différence étonnante nous frappe entre les qualités communes au produit anomal et à la plante productrice et les qualités propres à la cécidie seulement. Ces dernières n'ont pas le moindre degré de stabilité, comme il s'ensuit déjà des sur-développements décrits plus haut. Quelques observations d'un tout autre genre, corroborant irréfutablement cette manière de voir, peuvent encore être mentionnées ici. Je serai aussi bref que possible ; la relation d'un seul fait concluant suffira.

Ce fait consiste dans l'identité parfaite des cécidies engendrées par les organes normaux avec celles produites par d'autres cécidies ; il n'est pas possible de retrouver les caractères de la cécidie-mère dans la cécidie-fille. On conçoit que les coïncidences d'où résultent ces galles de seconde

---

[1]) Le *Rosa rugosa* est originaire du Japon, où le *Rhodites Rosae* ne paraît pas être indigène. L'obtention de bédégars sur ce rosier m'a demandé beaucoup de persévérance. J'éprouvai une grande satisfaction lorsque je vis apparaître enfin, en Juillet 1883, dans le jardin de l'école d'agriculture de Wageningen, cette élégante production, essentiellement nouvelle au point de vue du concours de deux organismes, séparés géographiquement par un grand intervalle. Le *Rhodites Mayri* était infertile par rapport à ce rosier, mais le *Rosa acicularis*, de la Sibérie, a porté dans mes cultures une multitude de bédégars, aussi bien du *Rh. Mayri* que du *Rhodites Rosae*.

puissance, doivent être très rares; pourtant j'en ai trouvé, dans le cours des dernières années, quelques beaux exemples, entre autres les deux suivants.

Les cécidies pisiformes du *Rhodites eglanteriae* sont communes dans les dunes hollandaises sur les feuilles des *Rosa canina*, *R. rubiginosa* et *R. pimpinellifolia*, se modifiant quelque peu suivant l'espèce qui les porte. Dans les années où elles sont abondantes, on ne cherchera pas en vain ces cécidies *sur les filaments* des bédégars produits par le *Rhodites Rosae*. Malgré cette situation extraordinaire, leur identité spécifique ne laisse pourtant aucun doute: leur substratum reste sans la moindre influence sur leur développement ultérieur.

Autre exemple. Le *Cynips tricolor* [1]) est la génération estivale et bisexuée de la génération hibernale parthénogénique *C. fumipennis* [2]). A l'opposé de ce qu'on observe chez les espèces voisines [3]), qui sont toutes assez éphémères et dont la génération parthénogénique ne se rencontre que pendant les mois de février et de mars, le *Cynips fumipennis* s'échappe de ses galles hibernales pendant tout l'été. L'insecte ne pouvant distinguer les bourgeons de chêne sains de ceux qui sont déjà en voie de métamorphose sous l'influence des cécidies du *Cynips fecundatrix*, il advient que l'on peut trouver en août de belles cécidies habitées par le *Cynips tricolor* sur les squamules des galles en artichaut du *Cynips fecundatrix* [4]). Dans ce cas non plus, les caractères n'ont subi aucune altération visible.

---

1) *Spathegaster tricolor* de Th. Hartig.

2) *Neuroterus fumipennis* de Th. Hartig.

3) Dont voici les noms: *Cynips baccarum* ♂♀ — *lenticularis* ♀; *C. albipes* ♂♀ — *laeviusculus* ♀: *C. vesicatrix* ♂♀ — *numismalis* ♀; *C. furunculus* ♂♀ — *ostreus* ♀.

4) M. Adler, de Schleswig, a trouvé encore la petite galle du *Cynips collaris* dans les aisselles des squamules, et moi-même celles du *Cynips noduli* dans le thorus. En outre, j'ai vu les cécidies du *Cynips curvator* sur les squamules, et, une seule fois, un chaton de fleurs femelles à l'aisselle d'une squamule de cette même cécidie.

Je pourrais citer encore un certain nombre d'autres exemples; mais je crois en avoir dit assez pour justifier mon opinion, que je résume ainsi:

Il existe dans le protoplasma en voie de cécidiogenèse deux classes de qualités bien tranchées et profondément différentes: celle des qualités héréditaires, communes à la cécidie et à la plante nourricière, et celle des qualités temporaires, propres à la cécidie seulement; toutes les deux représentées matériellement par des substances albuminoïdes très différentes aussi. Les qualités de la seconde classe n'ont pas le moindre degré de permanence; elles ne peuvent s'imprimer sur aucune néoformation engendrée par les tissus de la cécidie elle-même. Par là elles se laissent comparer aux caractères propres des organes normaux, qui, eux aussi, ne possèdent aucune permanence, ou du moins ne possèdent pas nécessairement cette permanence [1]). Tout au contraire, les caractères de l'autre classe jouissent d'une permanence absolue, lorsqu'il s'agit de leur transmission, soit de la plante nourricière à la cécidie, soit de la cécidie à une néoformation engendrée par cette cécidie elle-même; et ce sont justement ces caractères stables qui restent indépendants de l'influence de la matière cécidiogène.

La grande analogie physiologique et anatomique qui existe entre les cécidies et les organes normaux des plantes auxquelles elles appartiennent nous oblige à concevoir ces deux produits de la vie, en apparence si différents, comme engendrés par des causes comparables. Le rapport de la tige à la feuille qui s'y insère n'est pas autre que celui de la feuille à la cécidie qu'elle supporte. Si des enzymes protoplasmiques agissent dans la formation des cécidies, il doit en être de même lorsqu'un point végétatif donne naissance à une feuille; mais, dans ce dernier cas, l'enzyme protoplas-

---

[1]) Qu'on songe, par exemple, à la production de racines sur les feuilles ou sur les tiges.

mique sera naturellement sécrété par le protoplasma lui-même, tandis que, dans le premier cas, la sécrétion est due à l'insecte.

Dans l'état actuel de la science, l'esprit se trouve entraîné vers l'hypothèse que tout caractère autonomiquement héréditaire d'une cellule possède un substratum matériel indestructible, se multipliant par fissiparité, dans cette cellule même. Cette matière, l'idioplasma, généralement inactive, peut dans certaines circonstances engendrer une autre substance, un enzyme protoplasmique, qui modifie d'une manière déterminée le protoplasma environnant, dont résultent, par les phénomènes du développement et de la croissance, les organes avec leurs qualités propres essentiellement temporaires. Cette dernière substance doit être comparée à la matière albuminoïde cécidiogène, engendrée elle-même par le substratum indestructible et vivant des glandes venimeuses d'un animal.

CINQUIÈME LIVRAISON.

G. J. Michaëlis, Sur l'équilibre d'un cylindre élastique dont l'axe est perpendiculaire à un plan principal d'élasticité ..... Pag. 387.
W. C. L. van Schaik, Sur la formule de Maxwell pour la dispersion électromagnétique des plans de polarisation ..... " 406.
T. Zaaijer, De l'état des cadavres après empoisonnement par l'arsenic ..... " 432.
M. W. Beyerinck, De la cécidie produite par le Nematus Capraea sur le Salix Amygdalina " 475.

CONDITIONS DE L'ABONNEMENT.

Les **Archives Néerlandaises des sciences exactes et [illegible]les** paraissent à des époques indéterminées, en livraisons de 6 a[illegible] feuilles d'impression, avec un nombre illimité de planches coloriées et noires.

Trente feuilles forment un volume.

Avec la dernière livraison de chaque volume les souscripteurs reçoivent gratis une table des matières, un titre général et une couverture.

Les abonnements engagent à un volume seulement. Les livraisons ne se vendent pas séparément.

Le prix du volume, avec les planches, est fixé à *fl.* 6.—.

On souscrit chez l'éditeur et chez tous les libraires des Pays-Bas et de l'étranger.

Un certain nombre de collections des tomes I à XX (années 1866—1886) sont mises à la disposition des Savants, Bibliothèques ou Etablissements publics au prix de 80 florins (168 francs, 134 Reichsmark). S'adresser directement au Secrétaire de la Société hollandaise des Sciences à Harlem.

HARLEM. — IMPRIMERIE DES HÉRITIERS LOOSJES.

PROGRAMMA

VAN DE

Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem,

voor het jaar 1887.

De HOLLANDSCHE MAATSCHAPPIJ DER WETENSCHAPPEN hield op 21 Mei 1887 hare honderd-vijf-en-dertigste vergadering. De President-Directeur, Jhr. Mr. J. W. M. SCHORER, opende de bijeenkomst met eene toespraak, waarin het binnenlandsch lid Dr. C. M. VAN DER SANDE LACOSTE en de buitenlandsche leden A. W. EICHLER te Berlijn en B. STUDER te Bern, in het afgeloopen jaar aan de Maatschappij ontvallen, werden herdacht en de directeuren Mr. E. N. RAHUSEN en Mr. J. DE CLERCQ VAN WEEL, alsmede de leden Dr. D. J. KORTEWEG en Dr. M. F. A. G. CAMPBELL, die voor het eerst de vergadering bijwoonden, in het bijzonder werden verwelkomd.

De Voorzitter vermeldde wijders, dat in het afgeloopen jaar van de *Archives neerlandaises* verzonden zijn de afleveringen 1 tot 4 van het 21e deel. De vijfde aflevering, waarmede dit deel compleet zal zijn, is ter perse. De *Nieuwe Naamlijst van Nederlandsche Schildvleugelige Insecten, door Jhr. Dr. Ed. Everts,* is afgedrukt en ter verzending gereed. Zij vormt het 4de en laatste stuk van Deel IV van de *Natuurkundige Verhandelingen van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen,* 3de *Verzameling.* Van de *Oeuvres Complètes de Christiaan Huygens* zijn de 36 eerste vellen afgedrukt en is het veertigste vel bereids ter perse.

Een antwoord is ontvangen op vraag V van het Programma der Prijsvragen voor 1 Januari 1887, luidende: De Maatschappij vraagt een systematisch, organogenetisch en biologisch onderzoek naar de plantaardige parasiten, welke aan de haren van den Luiaard (Bradypus) worden aangetroffen." De verhandeling heeft tot zinspreuk:

„*In nature's infinite book of secrecy a little we can read.*"

Nadat de Vergadering had kennis genomen van de adviezen der beoordeelaren, werd op voorstel van Directeuren eenparig besloten de verhandeling met den gouden eereprijs te bekroonen. De opening van het naambriefje deed als Schrijver kennen:

MEVROUW A. WEBER, GEB. VAN BOSSE,
te Amsterdam.

Aan den voorsteller der prijsvraag, Dr. C. A. J. A. OUDEMANS, werd de zilveren medaille toegekend.

Nadat eenige nieuwe prijsvragen waren vastgesteld, werd op voordracht van Directeuren tot binnenlandsch lid benoemd: Dr. W. N. DU RIEU, te Leiden.

PRIJSVRAGEN

waarvan de beantwoording ingewacht wordt vóór 1 Januari 1888.

I. De Maatschappij verlangt onderzoekingen omtrent herkomst en ontwikkeling der geslachtscellen in eenige klassen van gewervelde en ongewervelde dieren.

II. Het is gebleken dat, zooals op theoretische gronden te verwachten was, de moleculaire warmten van sommige koolstofverbindingen in vasten toestand afwijkingen vertoonen van Kopp's formule:

$$C \times 1{,}8 + H \times 2{,}3 + O \times 4 + x \times 6{,}4.$$

De bepaling van de moleculaire warmte van een ruim aantal koolstofverbindingen in vasten toestand wordt gevraagd, benevens een onderzoek naar het verband dat er bestaat tusschen de afwijkingen van Kopp's formule en bepaalde, aan te duiden oorzaken.

III. De door Hall ontdekte werking van een magneet op een electrischen stroom wordt door sommige natuurkundigen voor een secundair verschijnsel gehouden, terwijl anderen aan de proef van Hall eene grootere beteekenis toekennen, vooral in verband met de electromagnetische theorie van het licht.

De Maatschappij verlangt een experimenteel of theoretisch onderzoek, dat meer licht verspreidt over het verschijnsel zelf of over de vraag, in hoeverre de electro-magnetische draaiing van het polarisatievlak daarmede in verband staat.

IV. Ofschoon men de bewegingsvergelijkingen voor gasvormige lichamen met inachtneming van verschillende omstandigheden — zooals inwendige wrijving, enz. — kan opstellen, stuit men bij de integratie daarvan in vele gevallen op moeilijkheden. Zoo zijn bijv. Strouhal's eenvoudige uitkomsten (*Wied. Ann.* V) over de tonen, die bij snelle beweging van een lichaam in de lucht ontstaan, nog niet theoretisch verklaard.

De Maatschappij verlangt eene verhandeling over de beweging van gassen, waarin of de algemeene theorie wordt uitgebreid, of een verschijnsel, waarvoor dit nog niet geschied is, aan eene strenge berekening wordt onderworpen.

V. Volgens sommige beschouwingen over de thermóelectrische verschijnselen, moeten twee stukken van een zelfde metaal, die in temperatuur verschillen, met elkander in aanraking gebracht, een electrisch potentiaalverschil vertoonen, ook dan wanneer het metaal door verwarming of afkoeling geene blijvende verandering ondergaat, en, bij eene zelfde temperatuur, ook steeds dezelfde eigenschappen heeft. Volgens eene andere zienswijze is er geen theoretische grond voor het bestaan van dit electrisch potentiaalverschil.

De Maatschappij verlangt proeven, die over dit punt iets leeren.

Te beantwoorden vóór 1 Januari 1889.

I. De Maatschappij vraagt een onderzoek over den bouw en de ontwikkelingsgeschiedenis van een of meer soorten van ongewervelde dieren, die tot dus ver of nog niet of slechts onvolledig zijn onderzocht.

II. De Maatschappij verlangt eene Flora der Phanerogamen en Vaatcryptogamen van Nederland, bewerkt in den trant van Hooker's „*The Student's Flora of the British Islands*".

III. De Maatschappij verlangt een overzicht van alle Phanerogamen en Cryptogamen der Flora van Nederland, naar de beste bronnen kritisch bewerkt.

IV. De Maatschappij verlangt eene monografie der in Nederland voorkomende soorten van eene der plantenfamilien, die bij ons het grootste aantal soorten omvat (Umbelliferen, Synanthereën, Papilionaceën, Cyperaceën, Gramineën).

V. De Maatschappij vraagt een wetenschappelijk onderzoek naar de oorzaken van het blauw der Edammer kazen en naar de omstandigheden, welke de verspreiding dezer ziekte beheerschen.

VI. De Maatschappij vraagt een kritisch overzicht van alle onderzoekingen aangaande de processen, waarbij in het plantenlichaam zuurstof gebonden wordt, en een quantitatief onderzoek naar de verhouding, waarin daarbij de producten tot de omgezette stoffen staan.

VII. De Maatschappij vraagt een quantitatief onderzoek van den invloed der temperatuur op de snelheid van verschillende processen in het plantenleven.

VIII. De Maatschappij vraagt een proefondervindelijk onderzoek naar de wijze, waarop de organische voedingsstoffen in de planten vervoerd worden.

IX. De onderzoekingen van Haga hebben aangetoond dat het mogelijk is de electrische convectie der warmte in geleiders (het zoogenaamde Thomson's effekt) en hare afhankelijkheid van de temperatuur quantitatief te bepalen. De Maatschappij verlangt metingen, die deze werkingen, in andere metalen dan de door Haga onderzochte, doen kennen.

X. De Maatschappij verlangt eene toetsing van de wet der overeenstemmende toestanden, door van der Waals gevonden, aan de tot nu verkregene experimenteele gegevens aangaande den grenstoestand van gas en vloeistof, de coëfficienten van uitzetting, samendrukking en capillariteit, de wrijving en warmtegeleiding van gassen en vloeistoffen, alsmede aangaande de latente warmte.

XI. Vele natuur- en scheikundigen hebben zich bezig gehouden met de bepaling der brekingscoëfficienten, van doorschijnende, enkelbrekende stoffen, ten einde hetzij de tot nu toe voorgestelde betrekkingen tusschen lichtbreking en dichtheid, hetzij de theoriën over de dispersie op de proef te stellen, of wel om den samenhang op te sporen tusschen den brekingscoëfficient en de scheikundige samenstelling.

De Maatschappij wenscht de verkregene uitkomsten verzameld en beredeneerd te zien, zoodat een duidelijk overzicht worde gegeven van hetgeen op dit gebied bereikt is.

XII. Er zijn een aantal geluidsverschijnselen waarvan de theorie niet geacht kan worden voltooid te zijn. Van dien aard zijn: de voortplanting van geluidsgolven met eindige amplitude, het ontstaan van combinatietonen, de zwevingen, die worden waargenomen bij twee enkelvoudige tonen, tusschen welke bijna een harmonisch interval bestaat, het medetrillen van een geluidgevend lichaam met een ander, dat een lageren harmonischen toon geeft.

De Maatschappij vraagt een theoretisch onderzoek, waardoor, hetzij ten aanzien der genoemde verschijnselen, hetzij ten aanzien van andere, onze kennis van de geluidsbeweging wordt uitgebreid.

XIII. De Maatschappij vraagt een onderzoek aangaande den invloed, dien het waarnemen der diagonalen in een driehoeksnet op de nauwkeurigheid der einduitkomsten heeft, en naar de wijze waarop, in verband daarmede, de waarnemingen over de verschillende punten en richtingen verdeeld moeten worden, om met een zelfde aantal metingen in verschillende gevallen de grootst mogelijke nauwkeurigheid te bereiken.

De Maatschappij noodigt de schrijvers uit, hunne antwoorden zooveel mogelijk te bekorten, door alles daaruit weg te laten wat niet rechtstreeks behoort tot de hoofdzaak, die gevraagd wordt. Zij verlangt in alles, wat men haar aanbiedt, duidelijkheid met kortheid gepaard en het welbewezene van het op losse gronden gestelde juist onderscheiden te zien. Wijders wordt herinnerd, dat, volgens besluit van Directeuren, geen antwoord ter beoordeeling zal worden aangenomen, hetwelk blijkt met de eigen hand des schrijvers geschreven te zijn, en dat zelfs een toegewezen medaille niet zal kunnen worden afgegeven, wanneer, na de toewijzing, de hand des schrijvers in het bekroonde stuk duidelijk erkend wordt.

De naambiljetten der nietbekroonde verhandelingen zullen ongeopend vernietigd worden. Hiervan zullen echter de biljetten uitgezonderd zijn, welke bij verhandelingen behooren, die bevonden mochten worden uit gedrukte werken nageschreven te zijn, in welk geval integendeel de namen der schrijvers openlijk zullen worden bekend gemaakt.

Het staat aan elk lid vrij naar den prijs te dingen, onder voorwaarde dat zijne verhandeling, gelijk mede het biljet, met de letter L. geteekend zij.

De eereprijs der Maatschappij voor het voldoende antwoord op elke harer vragen is *een Gouden Medaille*, op den gewonen stempel der Maatschappij geslagen, met den naam van den schrijver en het jaartal, of *honderd-vijftig gulden*, ter keuze van den schrijver, en nog daarenboven, indien het antwoord zulks waardig geoordeeld wordt, een premie van *honderd-vijftig gulden*.

Het zal dengene, die den prijs behalen zal, niet vrij staan zijne bekroonde verhandeling, hetzij afzonderlijk, of op eenige andere wijze te doen drukken, zonder de uitdrukkelijke toestemming der Maatschappij te hebben bekomen.

De antwoorden moeten in het *Nederlandsch*, *Fransch*, *Latijn*, *Engelsch*, *Italiaansch* of *Hoogduitsch* (doch niet met hoogduitsche letter) duidelijk geschreven, met een verzegeld biljet, des schrijvers naam bevattende, franco gezonden worden aan den Secretaris der Maatschappij, den Hoogleeraar Dr. J. Bosscha te Haarlem.

21 Mei 1887.

Naamlijst van Directeuren en Leden

VAN DE

HOLLANDSCHE MAATSCHAPPIJ DER WETENSCHAPPEN

TE HAARLEM,

VOLGENS DEN TIJD HUNNER BENOEMING.

Protector

Zijne Majesteit WILLEM III,

KONING DER NEDERLANDEN, PRINS VAN ORANJE-NASSAU, GROOTHERTOG VAN LUXEMBURG, enz. enz.

DIRECTEUREN.

B. A. *Baron* VAN VERSCHUER, *Kamerheer des Konings*, te Heemstede, 1845.

Jhr. Mr. G. C. J. VAN REENEN, *Kommandeur der Orde van den Nederl. Leeuw, Grootkruis der Orde van de Eikenkroon, Vicepresident van den Raad van State*, te 's Gravenhage, 1850.

Mr. J. P. VAN WICKEVOORT CROMMELIN, te Haarlem, 1855.

Jhr. Mr. A. V. TEDING VAN BERKHOUT, *Lid van den Gemeenteraad van Haarlem*, te Haarlem, 1857.

J. VAN DER VLUGT, te Haarlem, 1857.

Dr. A. VROLIK, *Kommandeur der Orde van den Nederl. Leeuw, Grootkruis der Orde van de Eikenkroon*, te Hoogstede bij Arnhem, 1858.

Jhr. G. F. VAN TETS, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw, Officier der Orde van de Eikenkroon, Lid van de Provinciale Staten van Noord-Holland*, te Heemstede, 1859.

Jhr. Mr. P. J. TEDING VAN BERKHOUT, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, te Amsterdam, 1861.

Mr. C. FOCK, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw, Grootkruis van de Orde van de Eikenkroon, Commissaris des Konings in de Provincie Zuid-Holland*, te 's Gravenhage, 1861.

Dr. D. DE HAAN, *Lid van den Gemeenteraad van Haarlem*, te Haarlem, 1863.

J. A. WILLINK Wz., te Amsterdam, 1866.

Jhr. Mr. H. HOEUFFT VAN VELSEN, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw, Kommandeur der Orde van de Eikenkroon, Kamerheer des Konings*, te Amsterdam, 1866.

A. VAN STRALEN, *Lid van de Gedeputeerde Staten van Noord-Holland*, te Haarlem, 1866.

Mr. W. *Baron* ROËLL, *Ridder der Orde van den Nederlandschen Leeuw*, *Lid van de Provinciale Staten van Noord-Holland*, *Wethouder*, te Amsterdam, 1871.

Mr. H. S. VAN LENNEP, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, te Amsterdam, 1871.

Jhr. H. TEDING VAN BERKHOUT, te Haarlem, 1871.

A. VAN LENNEP, *Hoogheemraad van Rijnland*, te Heemstede, 1872.

C. J. VAN DER OUDERMEULEN, te 's Gravenhage, 1872.

P. LANGERHUIZEN Lzn., te Huizen, 1874.

Mr. D. VISSER VAN HAZERSWOUDE, *Lid van de Eerste Kamer der Staten Generaal*, te Amsterdam, 1874.

Mr. A. J. ENSCHEDÉ, *Gemeente-archivaris*, te Haarlem, 1876.

J. D. FRANSEN VAN DE PUTTE, *Kommandeur der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Grootkruis der Orde van de Eikenkroon*, *Lid van de Eerste Kamer der Staten Generaal*, te 's Gravenhage, 1878.

Mr. J. P. R. TAK VAN POORTVLIET, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Lid van de Eerste Kamer der Staten-Generaal*, te 's Gravenhage, 1879.

Jhr. Mr. J. W. M. SCHORER, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Commissaris des Konings in de Provincie Noord-Holland*, *President der Maatschappij*, te Haarlem, 1880.

Jhr. Mr. J. P. A. TEDING VAN BERKHOUT, te Haarlem, 1880.

Mr. H. ENSCHEDÉ, *Lid van den Gemeenteraad van Haarlem*, te Haarlem, 1880.

J. WÜSTE, te Amsterdam, 1881.

Mr. W. K. *Baron* VAN DEDEM, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Lid van de Tweede Kamer der Staten Generaal en der Provinciale Staten van Noord-Holland*, *Burgemeester van Hoorn*, te Hoorn, 1883.

P. BIERENS DE HAAN, te Amsterdam, 1883.

Mr. N. G. CNOOP KOOPMANS, *Lid van den Gemeenteraad van Haarlem*, te Haarlem, 1883.

Mr. M. G. P. DEL COURT VAN KRIMPEN, *Rechter in de Arrondissements-rechtbank*, te Haarlem, 1884.

Jhr. J. B. VAN MERLEN, te Heemstede, 1884.

A. M. C. F. *Graaf* VAN HOMPESCH RÜRICH, *Kamerheer des Konings*, kasteel Walburg bij Stevensweerth, 1885.

J. D. ONDERWATER, te Heemstede, 1885.

Mr. E. N. RAHUSEN, *Ridder der Orde van den Nederlandschen Leeuw*, *Lid van de Provinciale Staten van Noord-Holland*, te Amsterdam, 1887.

Mr. J. DE CLERCQ VAN WEEL, *Rechter in de Arrondissements-rechtbank*, *Lid van den Gemeenteraad van Haarlem*, te Haarlem, 1887.

BINNENLANDSCHE LEDEN.

W. A. ENSCHEDÉ, *Math. Mag.*, *Phil. Nat. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Kommandeur der Orde van de Eikenkroon*, *Rustend Hoogleeraar*, te Groningen, 1837.

H. F. FIJNJE VAN SALVERDA, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Oud Hoofd-Inspecteur van den Waterstaat*, te Nijmegen, 1850.

P. L. RIJKE, *Math. Mag.*, *Phil. Nat. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Officier der Orde van de Eikenkroon*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Staatsraad in buitengewone dienst*, *Rustend Hoogleeraar*, te Leiden, 1851.

F. C. DONDERS, *Med. Doctor*, *Kommandeur der Orde van den Nederl. Leeuw en der Orde van de Eikenkroon*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Hoogleeraar in de Faculteit der Geneeskunde*, te Utrecht, 1854.

C. H. VAN ANKUM, *Apotheker*, te Groningen, 1855.

C. H. D. BUYS BALLOT, *Math. Mag.*, *Phil. Nat. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Lid en Voorzitter van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Hoofddirecteur van het Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut*, *Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Utrecht, 1857.

D. BIERENS DE HAAN, *Math. Mag.*, *Phil. Nat. Doctor*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Leiden, 1860.

C. A. J. A. OUDEMANS, *Math. Mag.*, *Phil. Nat. et Med. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Lid en algemeene Secretaris van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Amsterdam, 1860.

M. C. VERLOREN, *Math. Mag.*, *Phil. Nat. Doctor*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, te Amersfoort, 1860.

R. J. FRUIN, *Phil. Theor. Mag.*, *Litt. Hum. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Officier der Orde van de Eikenkroon*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Hoogleeraar in de Faculteit der Wijsbegeerte en Letteren*, te Leiden, 1861.

Mr. W. R. BOER, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Burgemeester van Utrecht*, te Utrecht, 1861.

W. G. BRILL, *Phil. Theor. Mag.*, *Litt. Hum. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Rustend Hoogleeraar*, te Utrecht, 1861.

W. F. R. SURINGAR, *Math. Mag.*, *Phil. Nat. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Leiden, 1862.

J. BOSSCHA, *Math. Mag.*, *Phil. Nat. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Hoogleeraar*, *Secretaris der Maatschappij*, te Haarlem, 1863.

M. DE VRIES, *Phil. Theor. Mag.*, *Litt. Hum. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Hoogleeraar in de Faculteit der Wijsbegeerte en Letteren*, te Leiden, 1864.

D. LUBACH, *Med. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Inspecteur bij het Geneeskundig Staatstoezicht in de provincie Overijssel*, te Kampen, 1864.

T. C. WINKLER, *Math. Mag.*, *Phil. Nat. Doctor*, *Conservator van de palaeontologische verzameling van Teylers Stichting*, *Chirurgijn en Vroedmeester*, te Haarlem, 1864

J. H. VAN DEN BROEK, *Med. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Gepensioneerd Kolonel*, te Rotterdam, 1865.

Mr. G. DE VRIES, *Kommandeur der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Lid van den Raad van State*, te 's Gravenhage, 1865.

W. KOSTER, *Med. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Hoogleeraar in de Faculteit der Geneeskunde*, te Utrecht, 1866.

G. F. WESTERMAN, *Doctor Phil. et Art. liber. Mag.*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Officier der Orde van de Eikenkroon*, *Directeur van het Koninklijk Zoölogisch Genootschap: Natura Artis Magistra*, te Amsterdam, 1868.

A. C. OUDEMANS Jr., *Math. Mag.*, *Phil. Nat. Doctor*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Hoogleeraar-Directeur van de Polytechnische School*, te Delft, 1868.

N. W. P. RAUWENHOFF, *Math. Mag.*, *Phil. Nat. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Utrecht, 1868.

J. F. W. CONRAD, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Officier der Orde van de Eikenkroon*, *Inspecteur van den Waterstaat*, te 's Gravenhage, 1869.

A. W. M. VAN HASSELT, *Med. Doctor*, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw en der Orde van de Eikenkroon*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Gepensioneerd Generaal*, te 's Gravenhage, 1870.

Jhr. J. R. T. ORTT, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw*, *Kommandeur der Orde van de Eikenkroon*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Oud-Inspecteur van den Waterstaat*, te 's Gravenhage, 1870.

J. R. E. VAN LAER, *Math. Mag.*, *Phil. Nat. Doctor*, te Utrecht, 1871.

T. ZAAIJER, *Med. Doctor*, *Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen*, *Hoogleeraar in de Faculteit der Geneeskunde*, te Leiden, 1871.

G. F. W. BAEHR, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Rustend Hoogleeraar*, te *'s Gravenhage*, 1872.

J. M. VAN BEMMELEN, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Leiden, 1872.

H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Ridder der Orde van den Nederlandschen Leeuw, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Leiden, 1873.

J. A. C. OUDEMANS, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Utrecht, 1873.

C. G. COBET, *Phil. Theor. Mag., Litt. Hum. Doctor, Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw, Hoogleeraar in de Faculteit der Wijsbegeerte en Letteren*, te Leiden, 1874.

Th. W. ENGELMANN, *Med. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. der Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Geneeskunde*, te Utrecht, 1874.

F. W. VAN EEDEN, *Ridder van den Nederl. Leeuw, Secretaris van de Nederlandsche Maatschappij ter Bevordering van Nijverheid*, te Haarlem, 1874.

C. H. C. GRINWIS, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Utrecht, 1875.

N. T. MICHAËLIS, *Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw en van de Orde van de Eikenkroon, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Directeur voor de Staatsspoorwegen*, te 's Gravenhage, 1875.

Mr. J. HEEMSKERK Az., *Grootkruis van de Orde van den Nederl. Leeuw en van de Orde van de Eikenkroon, Minister van Staat, Minister van Binnenl. Zaken*, te 's Gravenhage, 1876.

C. K. HOFFMANN, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Leiden, 1876.

E. VAN DER VEN, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Conservator van het Physisch Cabinet van Teyler's Stichting*, te Haarlem, 1877.

J. D. VAN DER WAALS, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Amsterdam, 1878.

A. P. N. FRANCHIMONT, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Leiden, 1878.

F. J. VAN DEN BERG, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, Rustend Hoogleeraar*, te Rotterdam, 1878.

H. C DIBBITS, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Utrecht, 1878.

A. KUENEN, *Theol. Doctor, Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Godgeleerdheid*, te Leiden, 1879.

J. W. GUNNING, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Ridder der Orde van den Nederl. Leeuw, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Amsterdam, 1879.

Th. H. BEHRENS, *Phil. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar aan de Polytechnische School*, te Delft, 1881.

Th. H. MAC GILLAVRY, *Med. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Geneeskunde*, te Leiden, 1881.

H. DE VRIES, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Amsterdam, 1881.

TH. PLACE, *Med. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Geneeskunde*, te Amsterdrm, 1882.

Jhr. Mr. A. D. VAN RIEMSDIJK, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Ridder van den Nederl. Leeuw, Voorzitter van het Muntcollegie en Inspecteur-Essayeur Generaal*, te Utrecht, 1883.

C. M. SCHOLS, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar aan de Polytechnische School*, te Delft, 1884.

H. A. LORENTZ, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Leiden, 1884.

E. MULDER, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Utrecht, 1884.

N. BEETS, *Theol. Doctor, Kommandeur der Orde van den Nederl. Leeuw, Officier der Orde van de Eikenkroon, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Rustend Hoogleeraar*, te Utrecht, 1884.

J. E. DE VRY, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Ridder van den Nederl. Leeuw*, te 's Gravenhage, 1885.

D. J. KORTEWEG, *Math. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Amsterdam, 1886.

M. F. A. G. CAMPBELL, *Phil. Theor. Mag., Litt. Hum. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Bibliothecaris der Kon. Bibliotheek*, te 's Gravenhage, 1886.

H. KAMERLINGH ONNES, *Phil. Theor. Mag., Phil. Nat. Doctor, Lid van de Koninkl. Akad. van Wetenschappen, Hoogleeraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde*, te Leiden, 1886.

W. N. DU RIEU, *Phil. Theor. Mag., Litt. Hum. Doctor, Bibliothecaris van de Universiteit*, te Leiden, 1887.

BUITENLANDSCHE LEDEN.

R. OWEN, te Londen, 1842.
G. MICHELOTTI, te Rome, 1842.
J. DALTON HOOKER. te Kew, 1852.
J. TYNDALL, te Londen, 1852.
P. J. VAN BENEDEN, te Leuven, 1855.
L. G. DE KONINCK, te Luik, 1855.
A. L. P. P. DECANDOLLE, te Genève, 1857.
R. I. E. CLAUSIUS, te Bonn, 1857.
M. A. DAUBRÉE, te Parijs, 1860.
F. VON HAUER, te Weenen, 1860.
J. L. A. DE QUATREFAGES DE BRÉAU, te Parijs, 1860.
R. W. BUNSEN, te Heidelberg, 1861.
E. SUESS, te Weenen, 1861.
J. J. SMITH STEENSTRUP, te Kopenhagen, 1862.
G. R. KIRCHHOFF, te Berlijn, 1863.
F. ROEMER, te Breslau, 1863.
R. LEUCKART, te Leipzig, 1865.
J. P. KIRKMAN, te Warrington, 1865.
J. A. W. MOLESCHOTT, te Rome, 1868.
A. W. HOFMANN, te Berlijn, 1869.
J. D. DANA, te New-Haven, 1869.
J. S. STAS, te Brussel, 1871.
H. C. SORBY, te Sheffield, 1872.
E. A. C. VON DECHEN, te Bonn, 1872.
N. A. E. NORDENSKJÖLD, te Stockholm, 1873.
A. KÉKULÉ, te Bonn, 1874.
M. P. E. BERTHELOT, te Parijs, 1874.
L. PASTEUR, te Parijs, 1874.
O. STRUVE, te Petersburg, 1875.
A. L. O. DESCLOISEAUX, te Parijs, 1875.
J. SACHS, te Würzburg, 1877.

C. NÄGELI, te München, 1877.
T. H. HUXLEY, te Londen, 1877.
S. NEWCOMB, te Washington, 1878.
G. B. AIRY, te Greenwich, 1878.
G. F. J. A. AUWERS, te Berlijn, 1878.
V. DURUY, te Parijs, 1878.
E. DU BOIS-REYMOND, te Berlijn, 1878.
C. F. W. LUDWIG, te Leipzig, 1878.
H. L. F. VON HELMHOLTZ, te Berlijn, 1878.
R. VIRCHOW, te Berlijn, 1880.
G. NEUMAYER, te Hamburg, 1882.
H. WILD, te Petersburg, 1882.
J. H. DEBRAY, te Parijs, 1883.
A. RUSSELL WALLACE, te Londen, 1883.
H. GYLDEN, te Stockholm, 1884.
E. W. BRÜCKE, te Weenen, 1884.
E. PFLÜGER, te Bonn, 1884.
Sir WILLIAM THOMSON, te Glasgow, 1885.
PH. VAN TIEGHEM, te Parijs, 1885.
A. CAYLEY, te Cambridge, 1886.
C. HERMITE, te Parijs, 1886.
L. CREMONA, te Rome, 1886.
CH. FRIEDEL, te Parijs, 1886.
J. WILLARD GIBBS, te Newhaven, Connecticut, 1886.
A. VON KÖLLIKER, te Würzburg, 1886.
C. GEGENBAUER, te Heidelberg, 1886.
E. STRASSBURGER, te Bonn, 1886.

V. HOLZER.
BINDER
BOSTON, MASS.